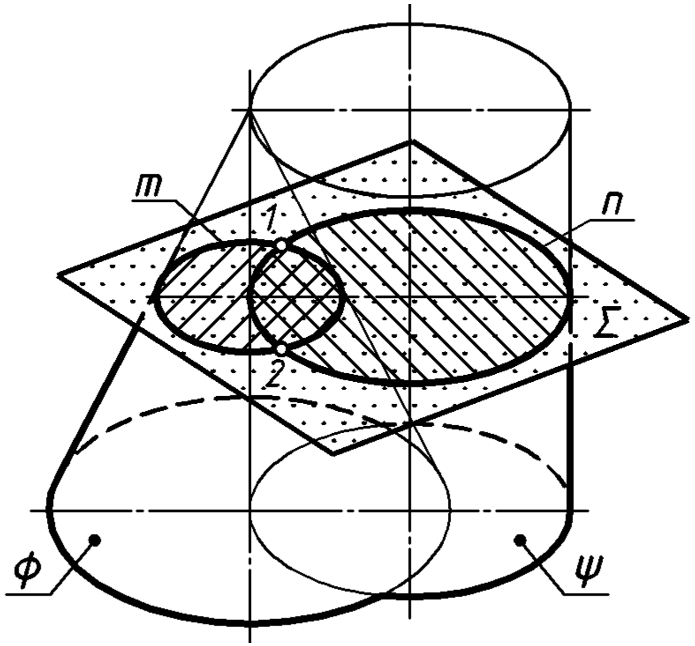
Министерство образования и науки Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра инженерной и компьютерной графики

514.18(07)
У677

УПРАЖНЕНИЯ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ



Тема №	Подпись преподавателя
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

Студент ____________________

Группа ____________________

Челябинск
2018

УДК 515(075.8)+514.18(075.8)
У677

Одобрено
учебно-методической комиссией
архитектурно-строительного факультета

Рецензенты: А.Г. Игнатьев, А.А. Зарезин

Авторский коллектив: Л.И. Хмарова, А.Л. Решетов, Л.Л. Карманова, Т.Ю. Попцова, Е.П. Дубовикова

У677 УПРАЖНЕНИЯ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ: рабочая тетрадь /Л.И. Хмарова, А.Л. Решетов, Л.Л. Карманова и др. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2016. – 69 с.

Рабочая тетрадь разработана для студентов следующих направлений: 151900, 190109, 190600, 221400,151000, 160700, 160400, 160100, 140400, 141100, 190100, 190109,190110,190700, 150700, 151900,170100, 280700, 260100, 260800, 240100, 241000, 261700, 150400.

Рабочая тетрадь содержит задачи, предназначенные для самостоятельного решения и под контролем преподавателя, методические рекомендации, примеры решения и оформления типовых задач.

УДК 515(075.8)+514.18(075.8)

1. КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ТОЧКИ. ОСНЫЙ И БЕЗОСНЫЙ СПОСОБ ИЗОБРАЖЕНИЯ

1.1. Осный способ изображения

1. На аксонометрическом чертеже (рис. 1) нанести координаты точки ***A***. Значения координат (в мм) занести в таблицу. Коэффициенты искажения по осям X, Z принять равными 1, по оси Y = 0,5. Построить комплексный чертеж точки ***A***.

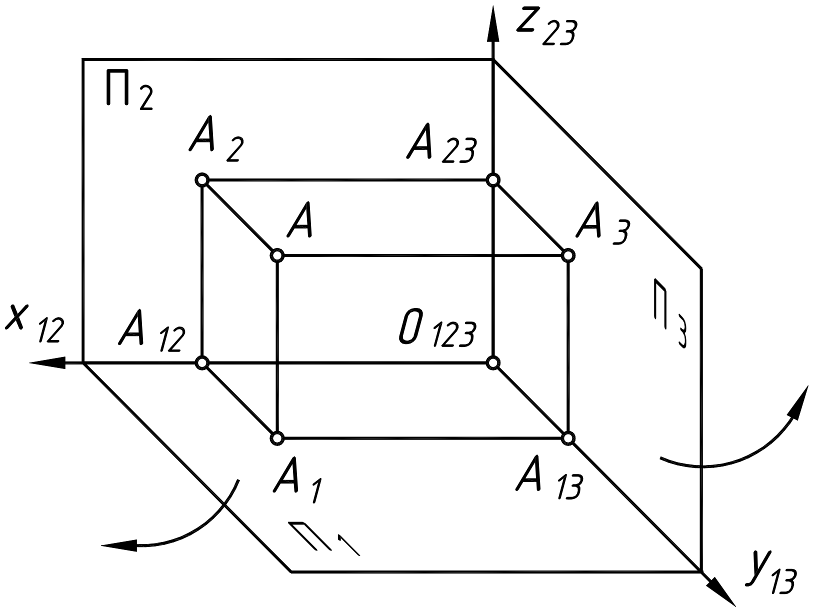
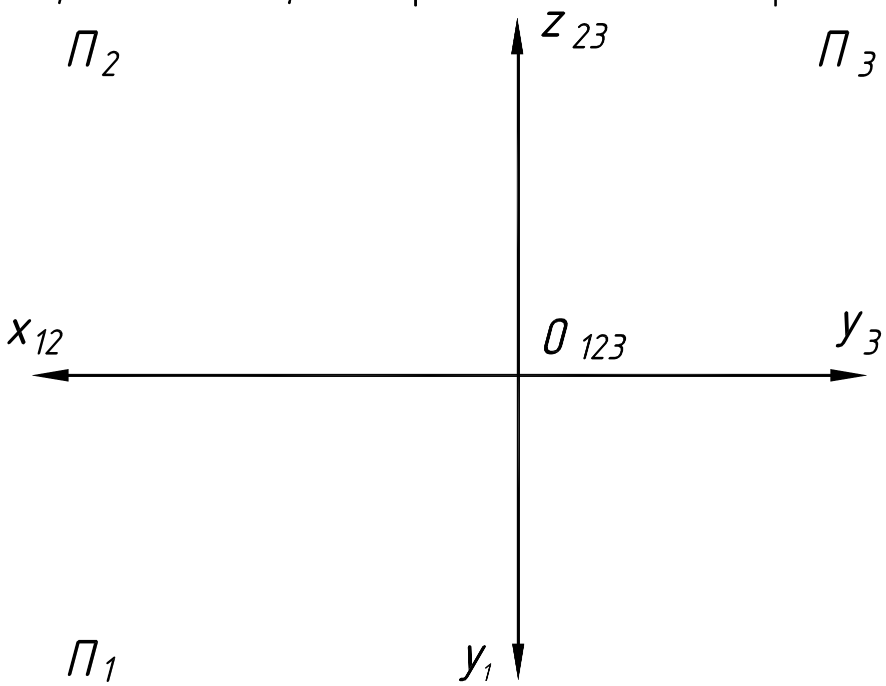


Рис. 1



X_A (широта)	
Y_A (глубина)	
Z_A (высота)	

Записать название плоскостей проекций:

$П_1$ – ______________________________

$П_2$ – ______________________________

$П_3$ – ______________________________

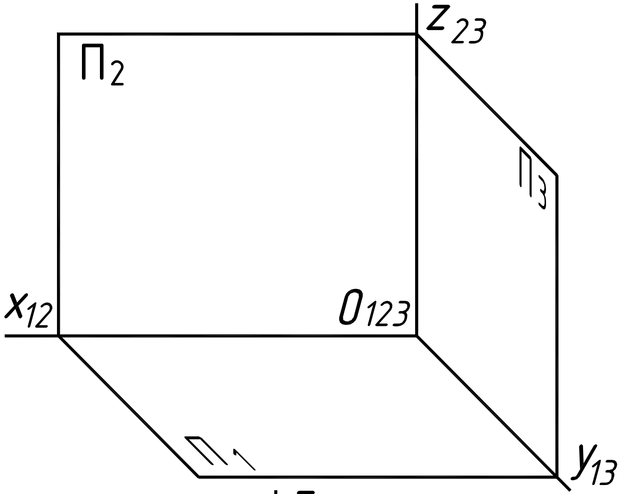
Записать название проекций точки ***A***:

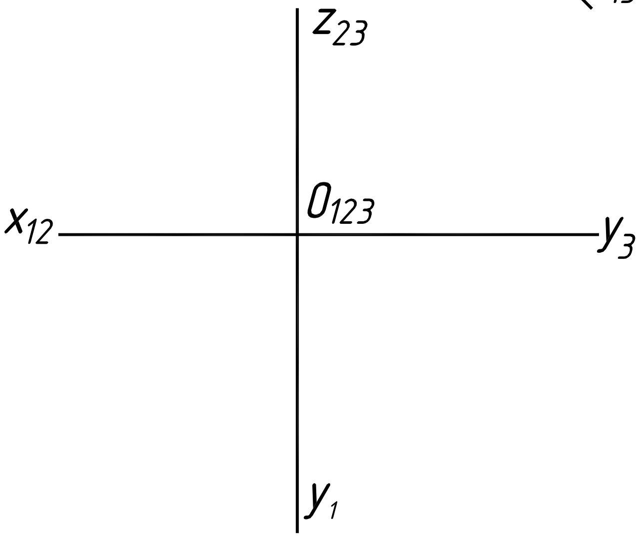
A_1 – ______________________________

A_2 – ______________________________

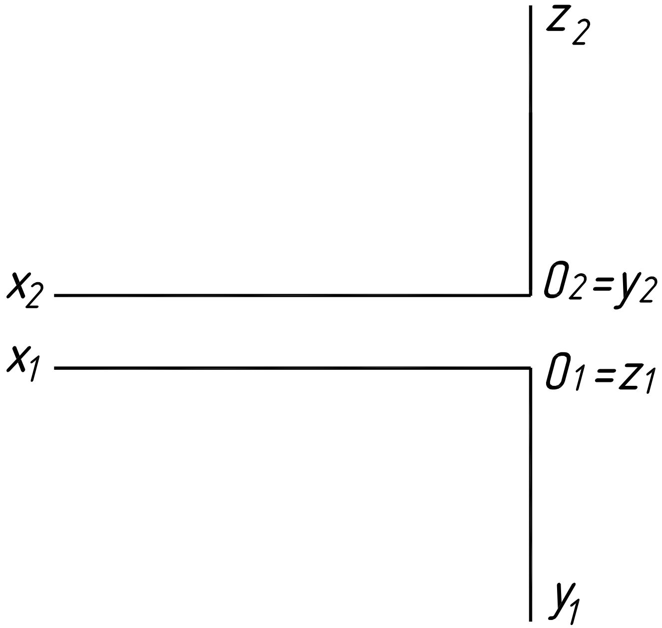
A_3 – ______________________________

2. Построить на наглядном изображении и комплексном чертеже проекции точек по их координатам: ***A*** (30, 40, 25); ***B*** (20, 30, 0); ***C*** (0, 20, 0)





3. Построить комплексный чертёж точек ***A***(60, 10, 10) и ***B***(10, 30, 35)



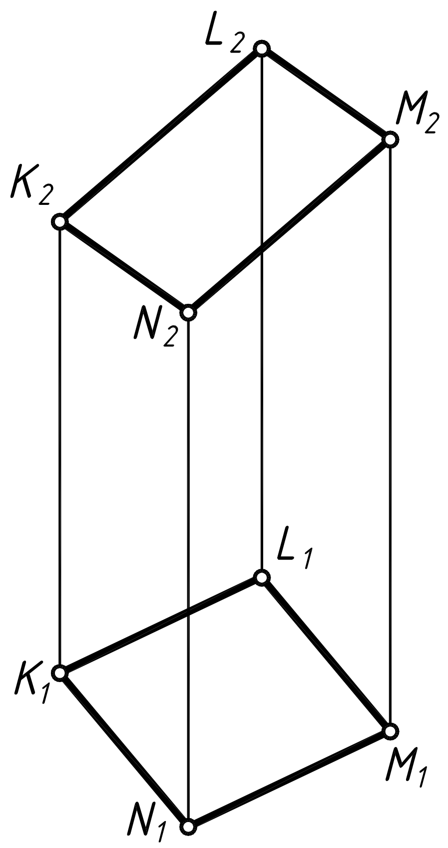
Отметить на чертеже и записать разность координат:

1. $X_A-X_B=$
2. $Y_B-Y_A=$
3. $Z_B-Z_A=$

4. Построить три проекции треугольника ***ABC*** по координатам его вершин:

A(50, 20, 25);
B(20, 30, 0);
C(10, 0, 30)

5. Построить третью проекцию параллелограмма ***KLMN***



Записать условия связи между проекциями точки на комплексном чертеже.

1.____.

____.

2.____.

____.

3.____.

____.

1.2. Безосный способ изображения

Плоскости проекций не фиксируются, оси становятся неопределенными и на чертеже не наносятся. Комплексный чертеж точки приобретает вид, показанный на рис. 2. Если заданы две проекции (например, горизонтальная и фронтальная) системы взаимосвязанных точек, то третья проекция каждой из них строится следующим образом. Одна из точек, например, А, принимается за базовую, и третья ее проекция строится так, как показано на рис. 2. Положение третьей проекции каждой из остальных точек, например, точки В, определяется по разности глубин $Y_A - Y_B$, которая не зависит от положения плоскостей проекций (см. задачу 2).

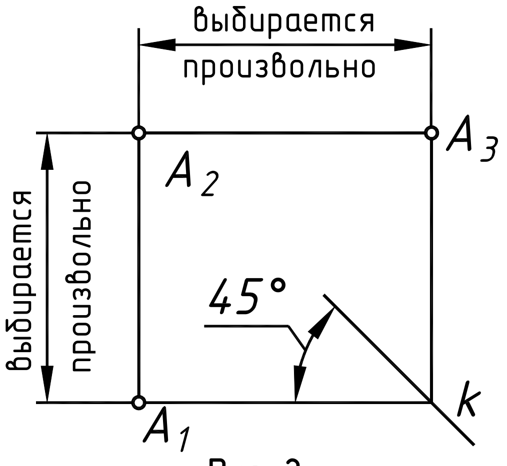
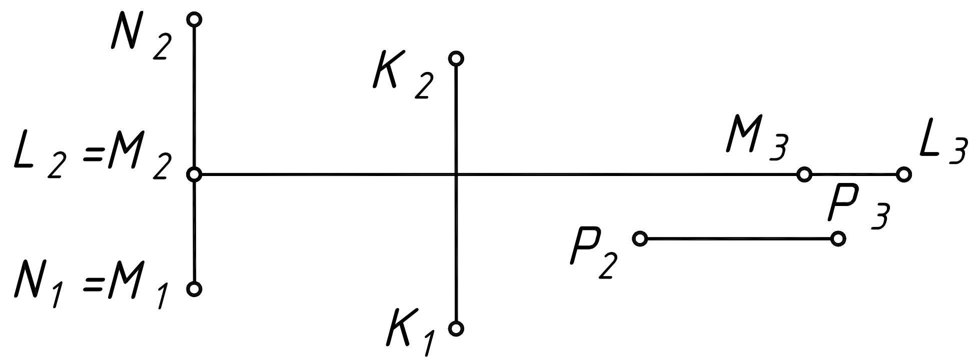


Рис. 2

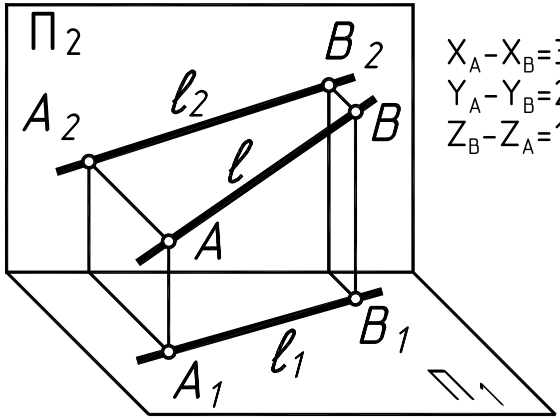
6. Задан комплексный чертеж взаимосвязанных точек: ***K(K₁, K₂)***; ***L(L₂, L₃)***; ***M(M₁, M₂, M₃)***; ***N(N₁, N₂)***; ***P(P₂, P₃)***. Построить недостающие проекции этих точек.



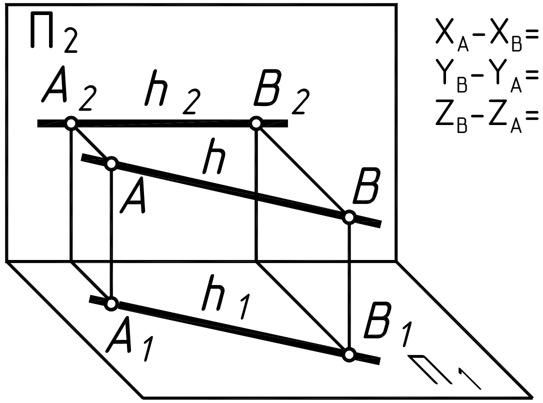
2. КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ПРЯМОЙ

7. Построить комплексный чертеж прямой по наглядному изображению и разности координат двух ее точек ***(А** и **В)***. В каждом случае записать название прямой. На чертеже линий уровня указать натуральные величины отрезков [***АВ***] и углы их наклона к плоскостям проекций $П_1$, $П_2$, $П_3$ (α, β, γ). Для проецирующих прямых записать название пар точек.

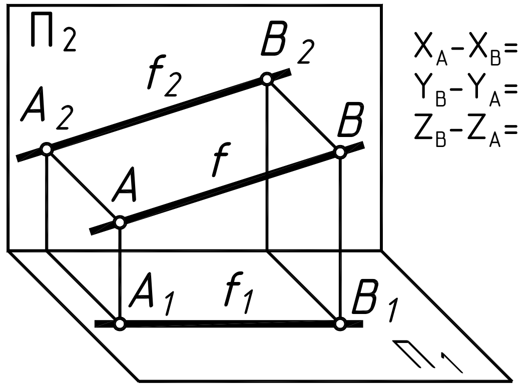
а) ***ℓ***(A,B) –______________________________ б) ***h***(A,B) – ___________________________ в) ***f***(A,B) –___________________________



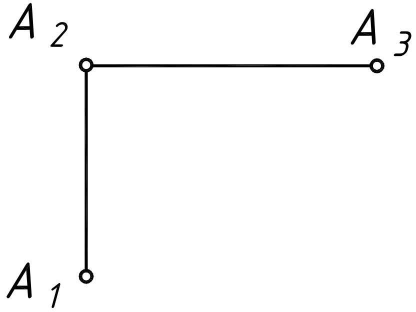
$X_A - X_B = 30$ мм
$Y_A - Y_B = 20$ мм
$Z_B - Z_A = 15$ мм



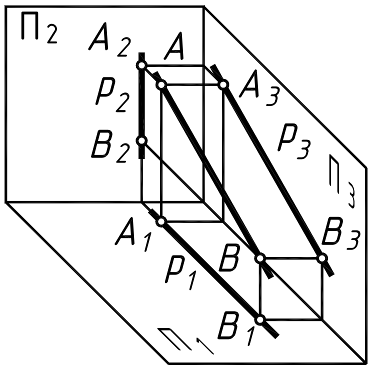
$X_A - X_B = 25$ мм
$Y_B - Y_A = 15$ мм
$Z_B - Z_A = 0$ мм

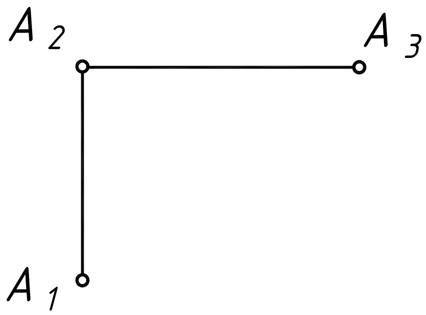


$X_A - X_B = 30$ мм
$Y_B - Y_A = 0$ мм
$Z_B - Z_A = 15$ мм



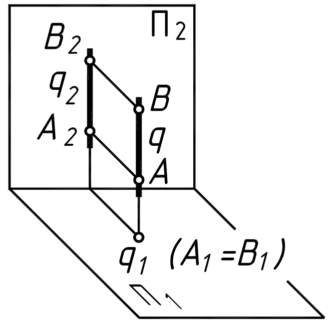
г) $\boldsymbol{p}$(A,B) – ____________________





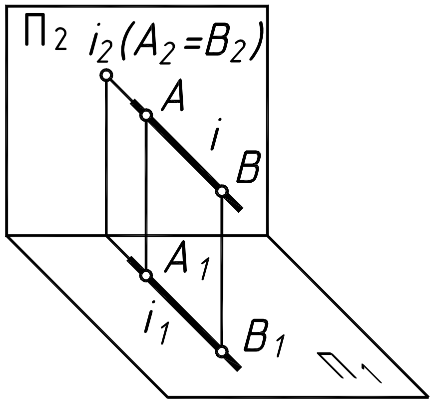
$X_B - X_A = 0$ мм
$Y_B - Y_A = 20$ мм
$Z_A - Z_B = 15$ мм

д) $\boldsymbol{q}$(A,B) – ____________________



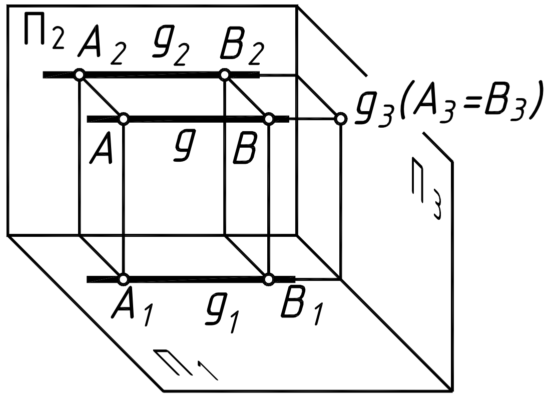
$X_A - X_B = 0$ мм
$Y_A - Y_B = 0$ мм
$Z_B - Z_A = 20$ мм ____________________

е) $\boldsymbol{i}$(A,B) – ____________________



$X_A - X_B = 0$ мм
$Y_B - Y_A = 20$ мм
$Z_B - Z_A = 0$ мм ____________________

ж) $\boldsymbol{g}$(A,B) – ____________________

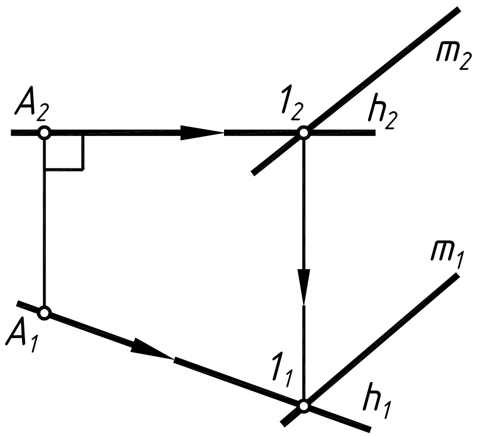


$X_A - X_B = 20$ мм
$Y_B - Y_A = 0$ мм
$Z_B - Z_A = 0$ мм ____________________

Относительное положение прямых линий

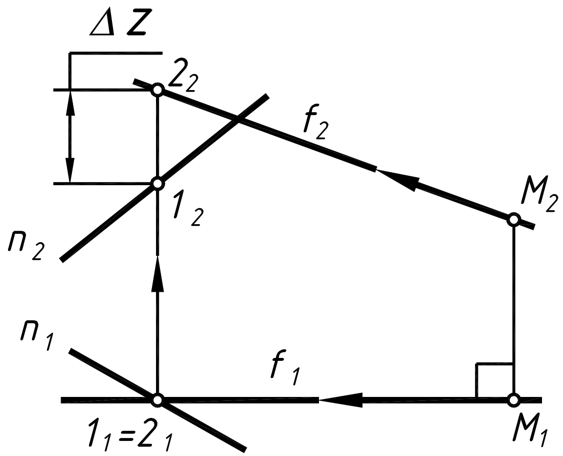
Две прямые линии могут пересекаться (иметь общую точку), скрещиваться и быть параллельными. Если прямые параллельны, то параллельны их одноименные проекции. Одна из скрещивающихся прямых может быть выше (относительно Π_1) и дальше (относительно Π_2). Положение скрещивающихся прямых определяется с помощью горизонтально и фронтально конкурирующих точек соответственно.

Задача. Через точку ***A*** провести горизонталь ***h***, пересекающую прямую ***m***.



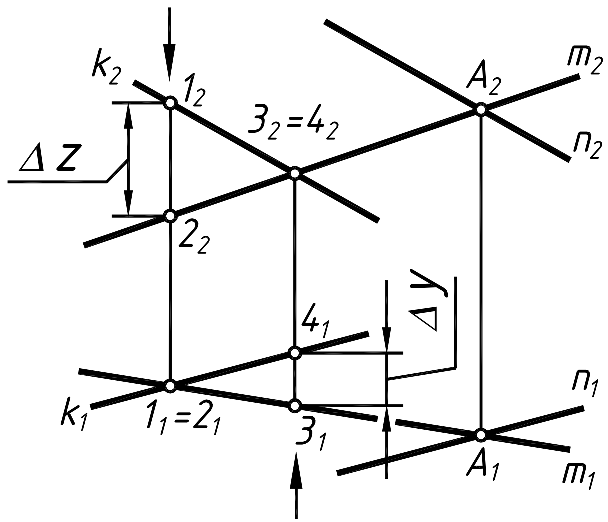
Построение горизонтали начинаем с ее фронтальной проекции h_2 из точки ***A*** под прямым углом к вертикальной линии связи. Отмечаем фронтальную проекцию 1_2 точки пересечения горизонтали и прямой ***m***. По линии связи по принадлежности находим горизонтальную проекцию точки пересечения 1_1 , через которую проводим h_1.

Задача. Через точку ***M*** провести фронталь ***f***, скрещивающуюся с прямой ***n*** и расположенную над ней.



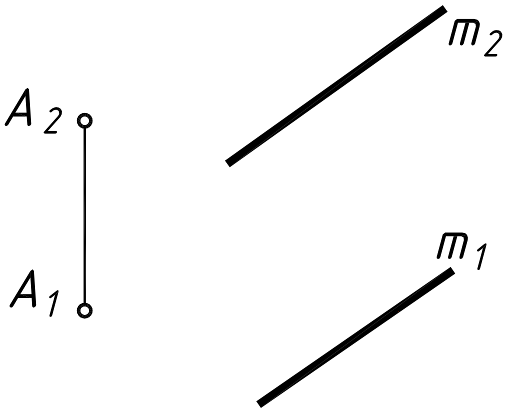
Построение фронтали начинаем с ее горизонтальной проекции f_1 из точки ***M*** под прямым углом к вертикальной линии связи. Находим точку ***1*** пересечения фронтали и прямой ***n***. Проводим фронтальную проекцию фронтали f_2, через точку ***2***, имеющую координату ***z*** большую, чем точка ***1***.

Задача. Определить относительное положение прямых ***k***, ***m***, ***n***.

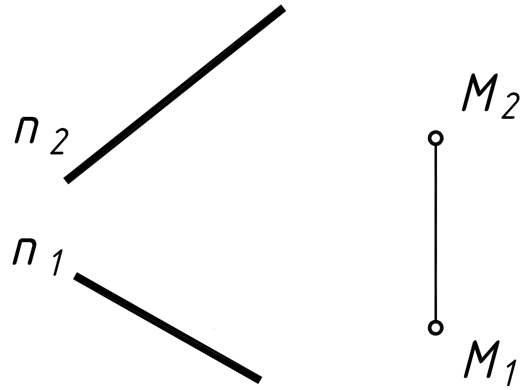


Прямые ***m*** и ***n*** пересекаются в точке ***A***. Прямые **k** и ***n*** параллельны, так как параллельны их одноименные проекции. Прямые ***k*** и ***m*** скрещивающиеся. С помощью горизонтально конкурирующих точек ***1*** и ***2*** определяем, что прямая ***k*** над ***m***. С помощью фронтально конкурирующих точек ***3*** и ***4*** определяем, что прямая ***m*** перед ***k***.

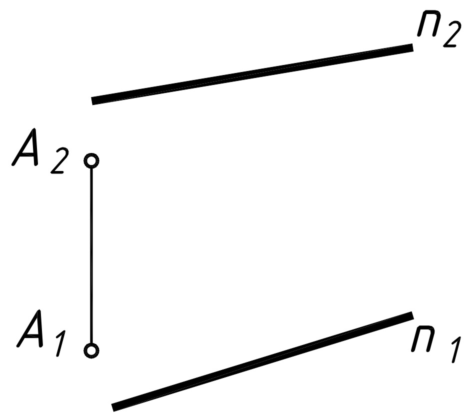
8. Через точку *A* провести горизонталь *h* и фронталь *f*, пересекающие прямую *m*.



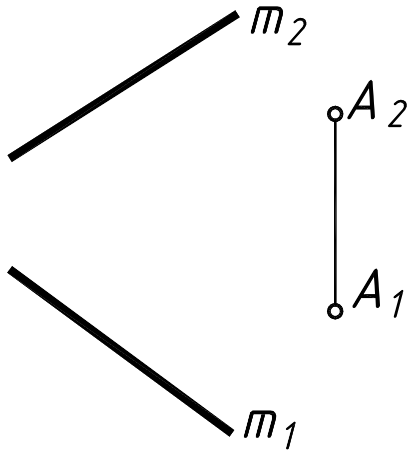
9. Через точку *M* провести фронталь *f*, скрещивающуюся с прямой *n* и расположенную над ней.



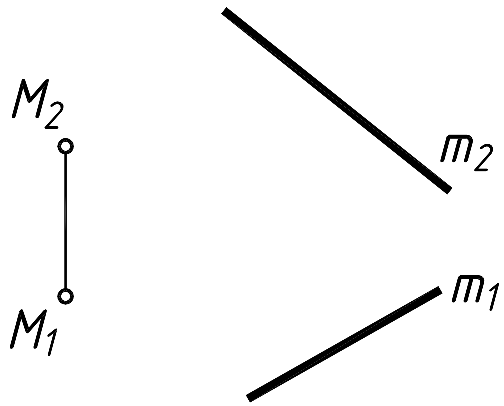
10. Через точку *A* провести прямую *n′*, параллельную прямой *n*.



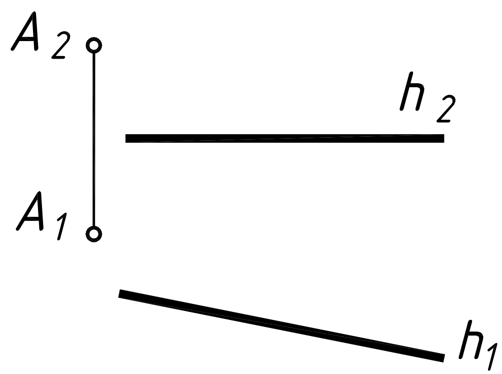
11. Через точку *A* провести прямую *a* общего положения, пересекающую прямую *m*.



12. Через точку *M* провести прямую *a* общего положения, скрещивающуюся с прямой *m*.



13. Через точку *A* провести горизонталь *h′*, параллельную горизонтали *h*.



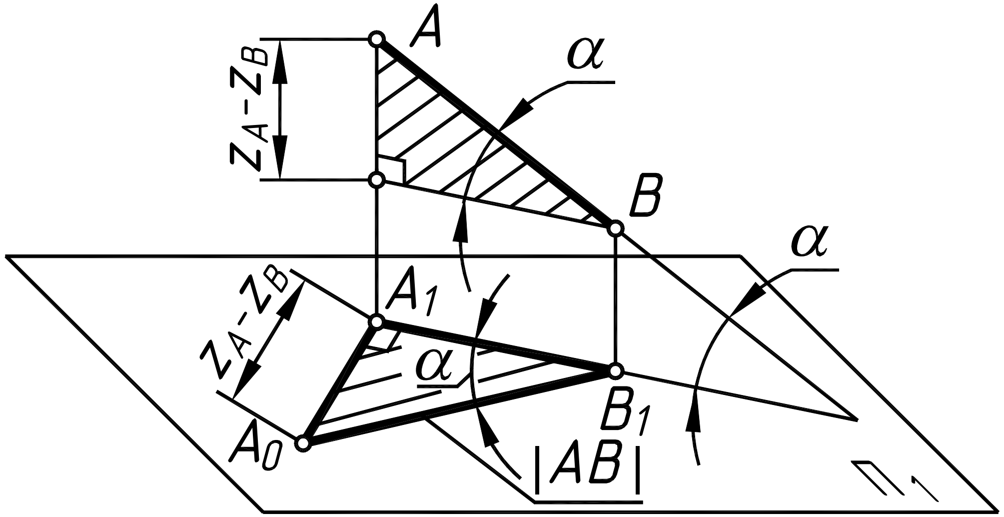
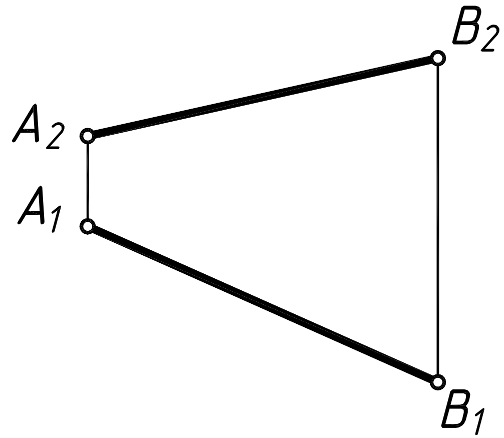


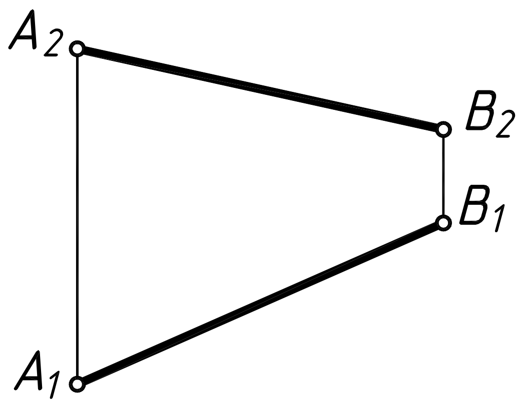
Рис. 3

<u>Натуральная величина отрезка прямой общего положения</u> на комплексном чертеже может быть определена как гипотенуза прямоугольного треугольника, одним катетом которого будет проекция отрезка, а другим – разность недостающих координат концов отрезка.

14. Определить на комплексном чертеже истинную величину отрезка [AB] и углы наклона его к плоскостям $П_1$ и $П_2$.



15. На отрезке [AB] найти точку *C*, отстоящую от точки ***B*** на 30 мм.

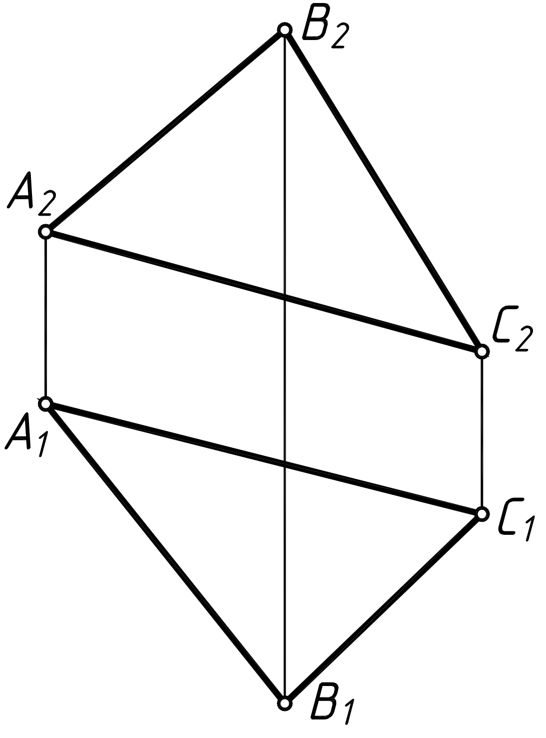


3. КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ПЛОСКОСТИ

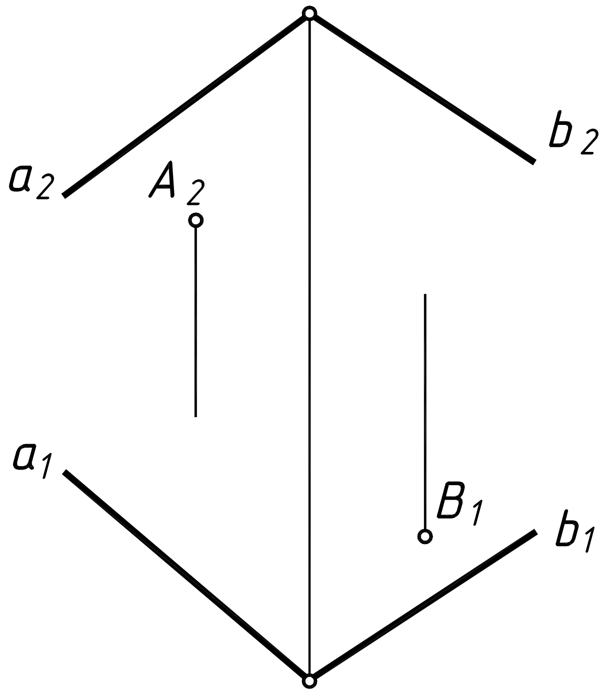
Принадлежность прямой и точки плоскости. Взаимная параллельность прямой и плоскости, двух плоскостей

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой линии, принадлежащей плоскости.
Прямая принадлежит плоскости, если имеет с этой плоскостью общую точку и параллельна какой либо прямой этой плоскости.
Прямая линия принадлежит плоскости, если имеет с этой плоскостью две общие точки.

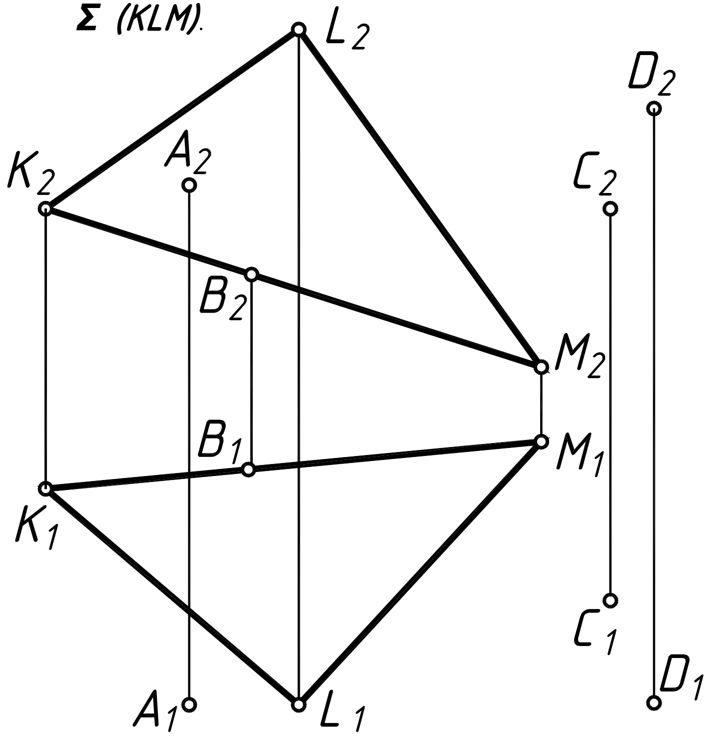
16. В плоскости ***Δ(ABC)*** построить произвольные горизонталь ***(h)***, фронталь ***(f)*** и профильную прямую ***(p)***.



17. По заданным проекциям точек *A* и *B* построить отрезок [*AB*], принадлежащий плоскости ***Г(a ∩ b)***.

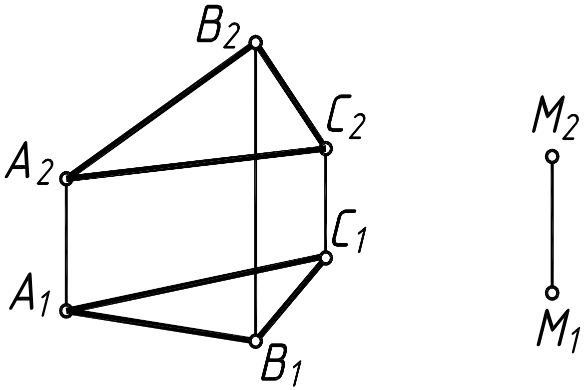


18. Определить, принадлежат ли точки *A*, *B*, *C*, *D* плоскости ***Σ (KLM)***.

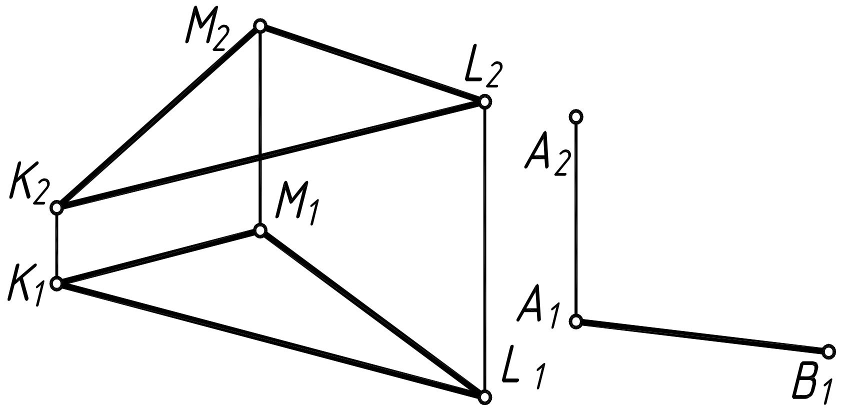


A- ____________ *B*- ____________
C- ____________ *D*- ____________

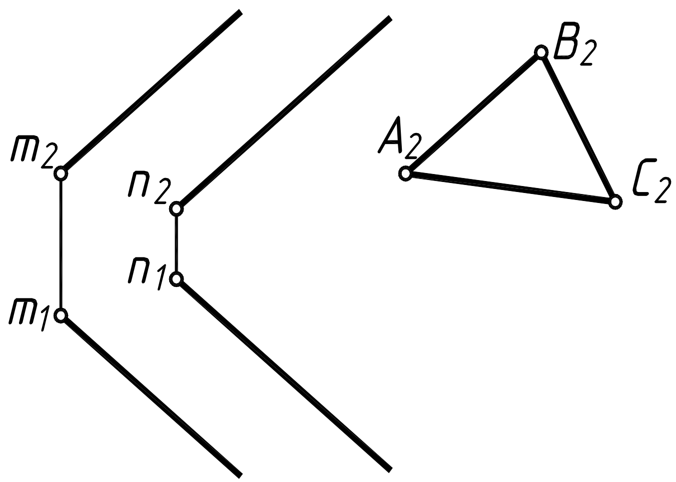
19. Через точку ***M*** провести плоскость ***Σ'***, параллельно заданной плоскости ***Σ(ABC)***.



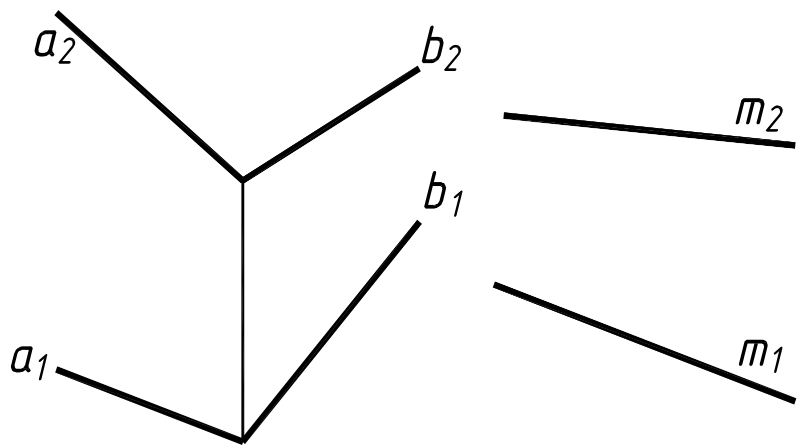
20. Достроить фронтальную проекцию отрезка [AB], параллельного плоскости ***Σ (KLM)***.



21. Построить горизонтальную проекцию треугольника ***(ABC)***, принадлежащего плоскости ***Σ(m || n)***.

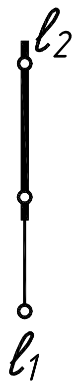


22. Определить, параллельна ли прямая ***m*** плоскости ***Г(a ∩ b)***.

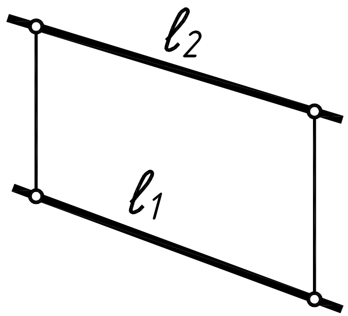


23. Через прямую $\boldsymbol{\ell}$ провести:

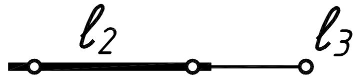
а) горизонтально проецирующую плоскость $\boldsymbol{\Sigma}$ под углом $\boldsymbol{\beta}=45^\circ$ к Π_2



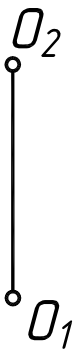
б) фронтально проецирующую плоскость $\boldsymbol{\Delta}$.

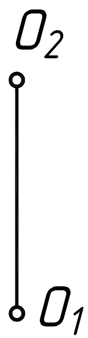


в) профильно проецирующую плоскость $\boldsymbol{\Gamma}$ под углом $\boldsymbol{\alpha}=30^\circ$ к Π_1

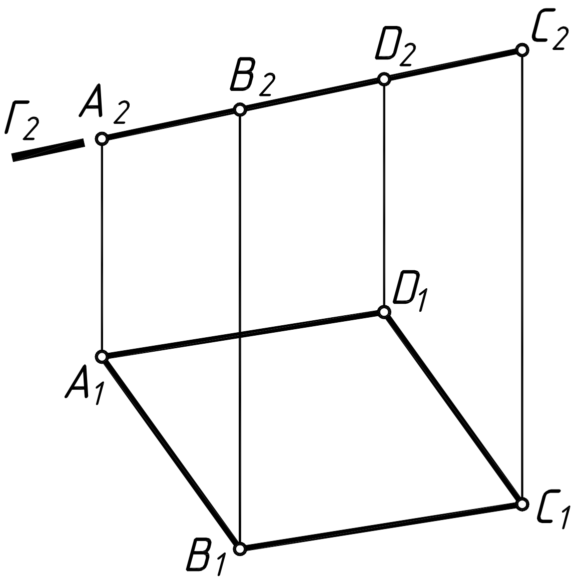


24. Через точку $\boldsymbol{O}$ провести плоскость, заданную окружностью диаметром 40 мм с центром в точке $\boldsymbol{O}$: а) горизонтальную плоскость уровня $\boldsymbol{\Sigma}$; б) фронтальную плоскость уровня $\boldsymbol{\Delta}$; в) профильную плоскость уровня $\boldsymbol{\Gamma}$.



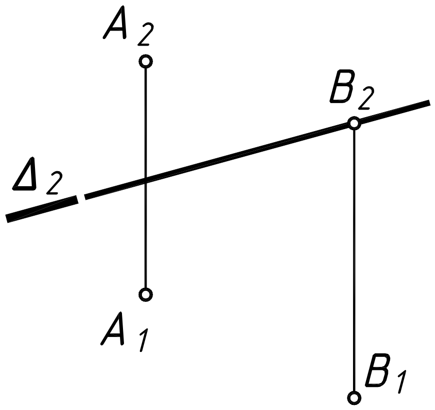


25. Построить произвольную прямую $\boldsymbol{\ell}$, принадлежащую плоскость Γ.

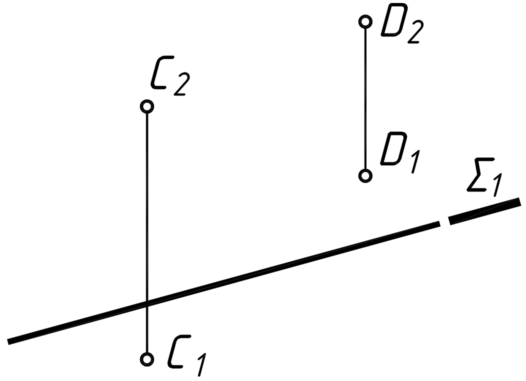


26. Определить положение точек:
а) A и B, относительно плоскости Δ;
б) C и D, относительно плоскости $\boldsymbol{\Sigma}$.
Записать название плоскостей Δ и $\boldsymbol{\Sigma}$.

а



б



A- ______________________________

B- ______________________________

Δ- ______________________________

____

C- ______________________________

D- ______________________________

$\boldsymbol{\Sigma}$- ______________________________

____

4. СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

Способ замены плоскостей проекций

Решение задач этим способом выполняется в осной системе. Сущность способа состоит в том, что одну из заданных плоскостей проекций (Π_1 или Π_2) заменяют новой плоскостью Π_4. При этом положение второй плоскости проекций и заданных геометрических фигур остается неизменным. Новая плоскость проекций Π_4 выбирается с таким расчетом, чтобы она занимала частное положение по отношению к рассматриваемой геометрической фигуре и была при этом перпендикулярной к незаменяемой плоскости проекций.

Заменим фронтальную плоскость проекций Π_2, новой плоскостью Π_4 (которую условно будем называть тоже фронтальной), перпендикулярной к Π_1, и образующей с плоскостью Π_2 некоторый угол (рис. 4). В результате получим новую систему плоскостей проекций Π_4/Π_1. Плоскость Π_1 является общей для старой и новой систем плоскостей проекций. В новой системе Π_4/Π_1 имеем: $X_{14} = \Pi_1 \cap \Pi_4$ — новая ось проекций. A_1 и A_4 — ортогональные проекции точки А. При переходе от старой системы Π_2/Π_1 к новой Π_4/Π_1 остаются неизменными (являются инвариантами преобразования): 1) плоскость Π_1 и точка А;

2) горизонтальная проекция A_1 точки А;

3) расстояние точки А до плоскости Π_1, т. е. $|AA_1| = |A_2A_{12}| = |A_4A_{14}|$.

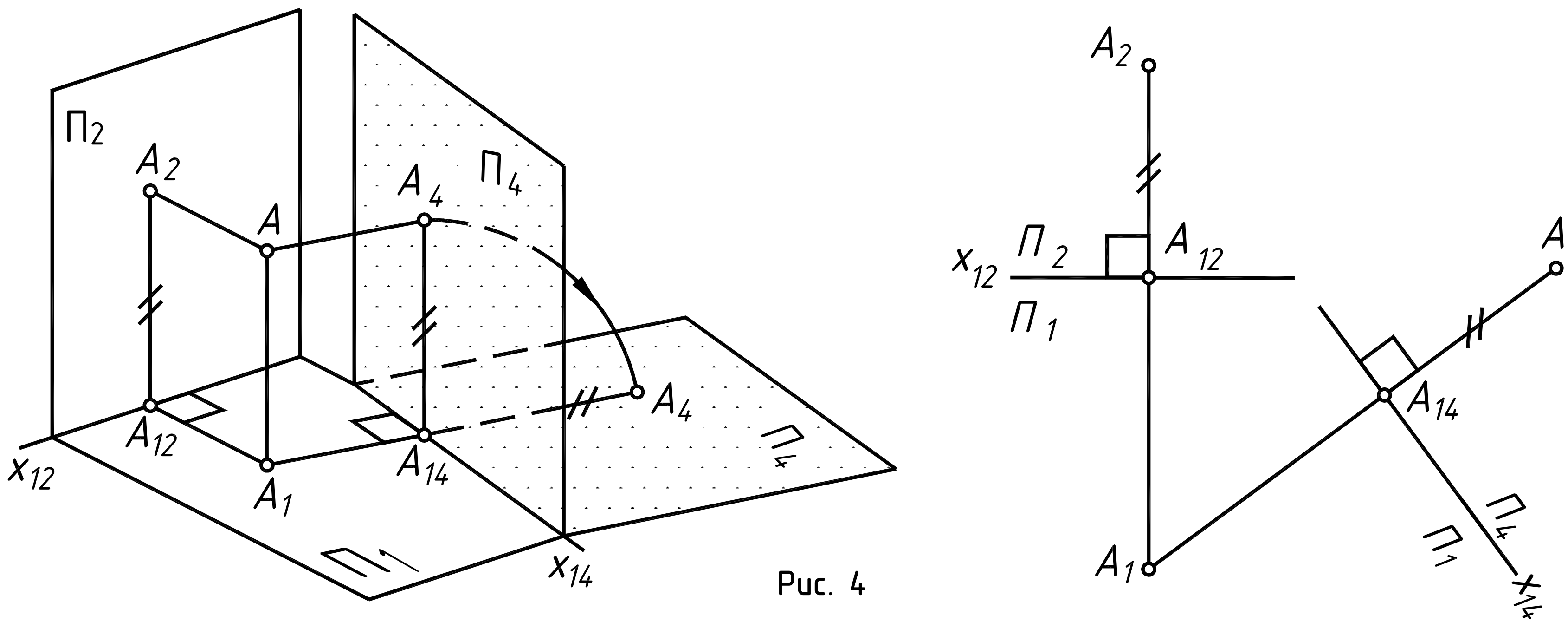
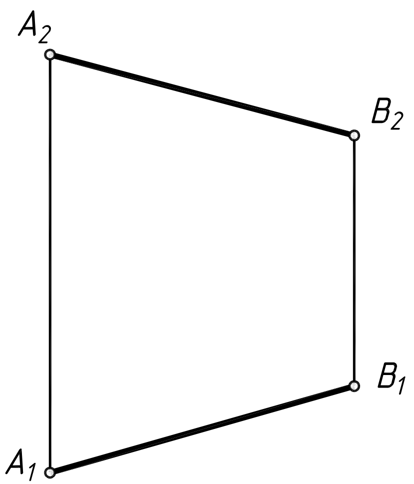
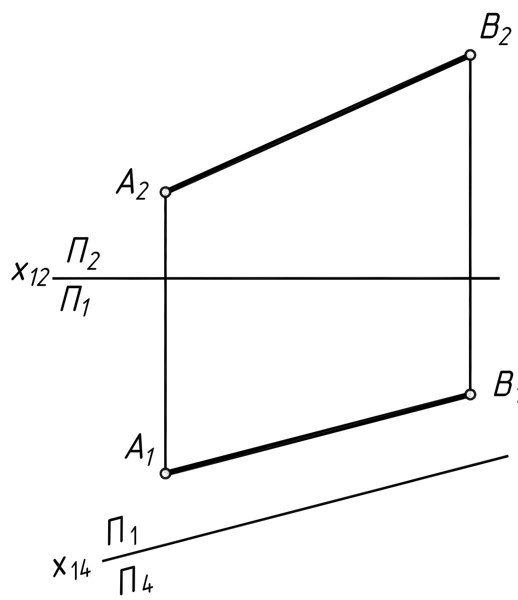


Рис. 4

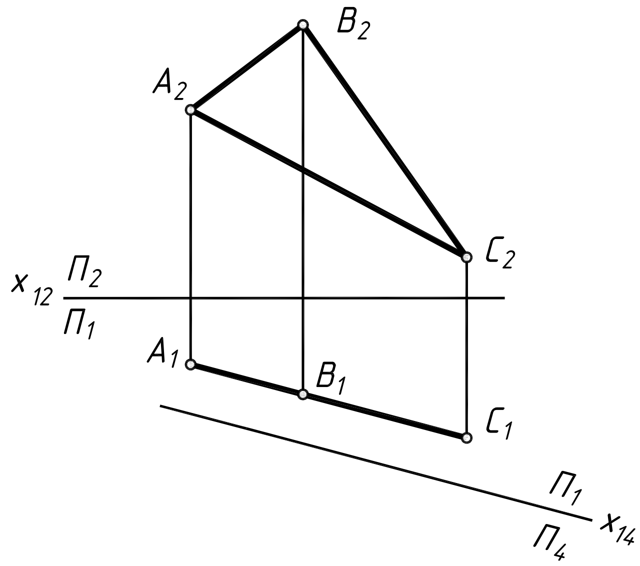
27. 1) Построить проекции отрезка [AB] на плоскость $П_4$, параллельную отрезку [AB] и перпендикулярную $П_1$.
2) Преобразовать полученный отрезок в проецирующий.



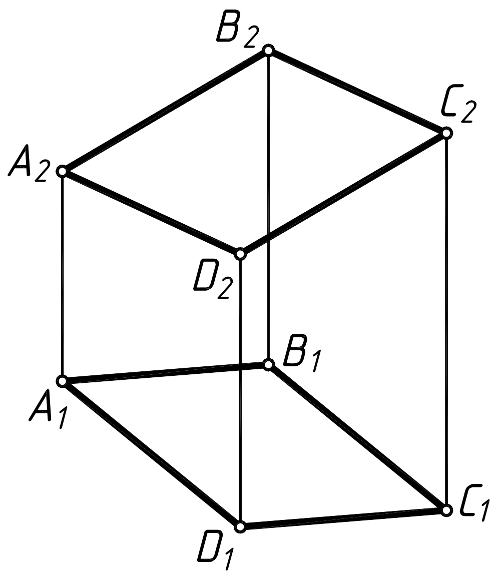
28. Способом замены плоскостей проекций определить длину отрезка *[AB]* и углы наклона его к плоскостям проекций $П_1$ и $П_2$.



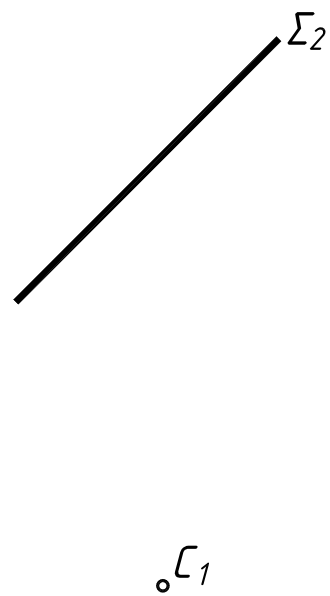
29. Определить величину угла треугольника *ABC* при вершине *B*.



30. Построить истинную фигуру параллелограмма ***Γ (ABCD)*.**



31. Построить проекции окружности ***a***, расположенной в плоскости ***Σ***, с центром в точке ***C (C₁)*** и радиусом 20 мм.



5. ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ. ПОСТРОЕНИЕ ТОЧЕК ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПРЯМОЙ И ПОВЕРХНОСТИ. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДВУХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

5.1. Определение общих элементов простейших геометрических фигур из условия принадлежности (Вспомогательные позиционные задачи)

При пересечении геометрических фигур с проецирующей плоскостью одна из проекций их общего элемента совпадает с проекцией проецирующей плоскости (которая вырождается в прямую линию). Поэтому решение этого типа задач сводится к построению второй проекции искомой геометрической фигуры.

Задача. Построить точку ***K*** пересечения прямой общего положения ***ℓ*** с горизонтально проецирующей плоскостью ***Г*** (рис. 5).

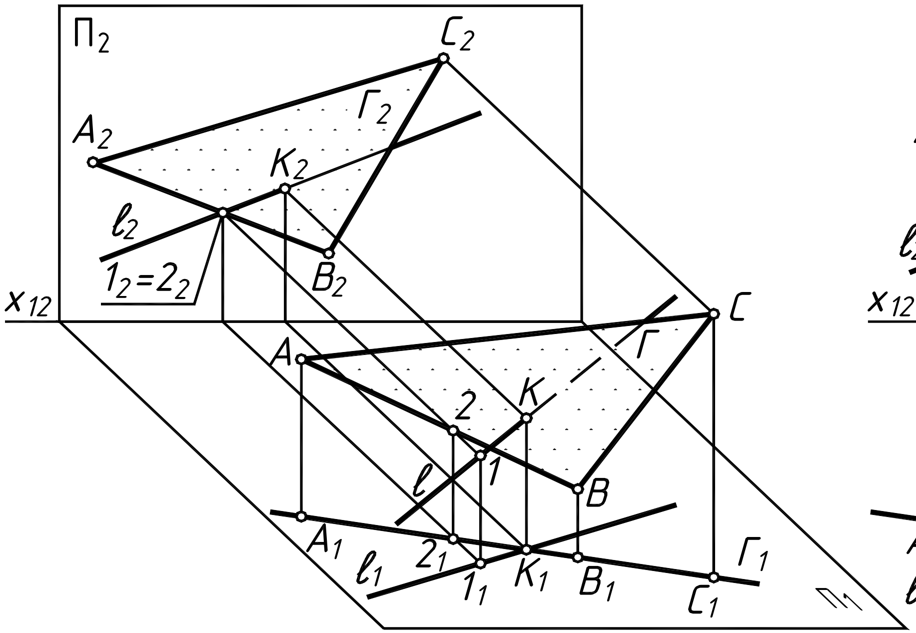


Рис. 5

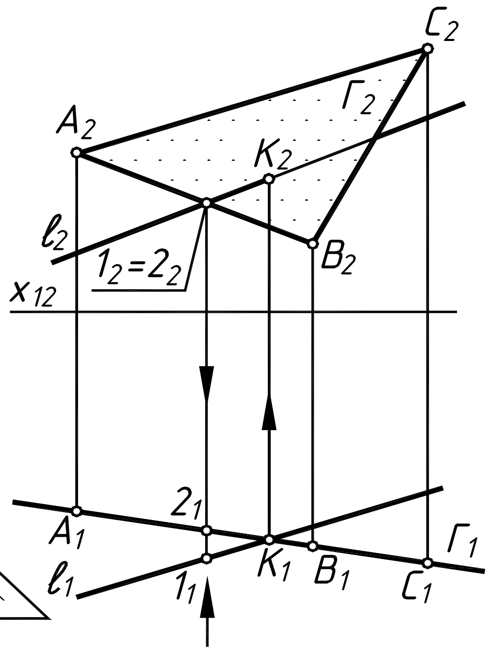
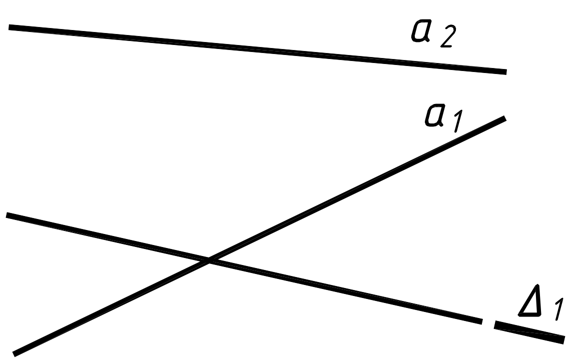


Рис. 6

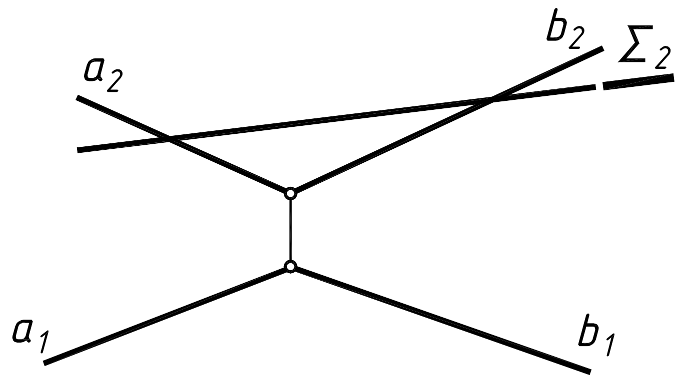
Решение на комплексном чертеже представлено на рис. 6.

Плоскость ***Г*** пересекает линию ***ℓ*** в точке *K*, горизонтальная проекция которой определяется в пересечении горизонтальных проекций проецирующей плоскости ***Σ*** и прямой ***ℓ***. Фронтальную проекцию точки ***K*** определим по линии связи по принадлежности прямой ***ℓ***: $K_2 \subset ℓ_2$. Видимость на $П_2$ определим с помощью фронтально конкурирующих точек *1* и *2*. Видим точку *1*, принадлежащую прямой ***ℓ***. Прямая ***ℓ*** видима до точки пересечения *K*, в которой видимость меняется на обратную.

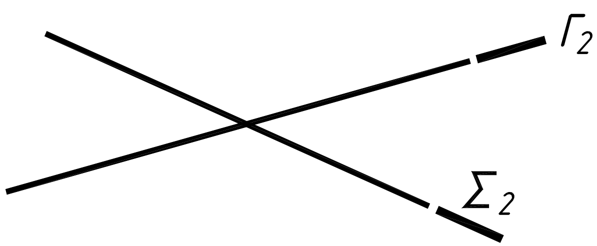
32. Построить точку ***K*** пересечения горизонтально проецирующей плоскости $\boldsymbol{\Delta}$ и прямой ***a*** общего положения.



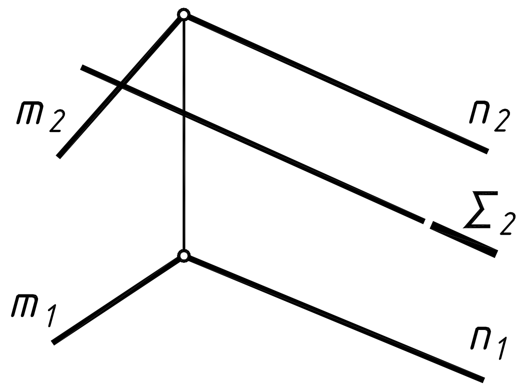
33. Построить прямую ***k*** пересечения фронтально проецирующей плоскости $\boldsymbol{\Sigma}$ и плоскости $\Gamma\,(\boldsymbol{a} \cap \boldsymbol{b})$ общего положения.



34. Построить прямую ***k*** пересечения двух фронтально проецирующих плоскостей.



35. Построить линию ***k*** пересечения фронтально проецирующей плоскости $\boldsymbol{\Sigma}$ и плоскости $T\,(\boldsymbol{m} \cap \boldsymbol{n})$.



5.2. Первая позиционная задача. Построение точек пересечения прямой и поверхности

Задача. Построить точку K пересечения прямой линии общего положения ℓ с плоскостью общего положения Γ (рис. 7).

Общая схема решения:

1) заключаем заданную линию ℓ во вспомогательную плоскость Σ, обычно проецирующую;
2) определяем линию n пересечения вспомогательной Σ и заданной $\Gamma(ABC)$ плоскостей;
3) отмечаем точку K пересечения линий ℓ и n, которая является искомой.

В символической записи схема имеет вид: 1) $\ell \subset \Sigma$; 2) $\Sigma \cap \Gamma = n$; 3) $\ell \cap n = K$.

На основании общей схемы составляем алгоритм решения. Схема преобразуется в алгоритм, если точно указать положение вспомогательной плоскости.

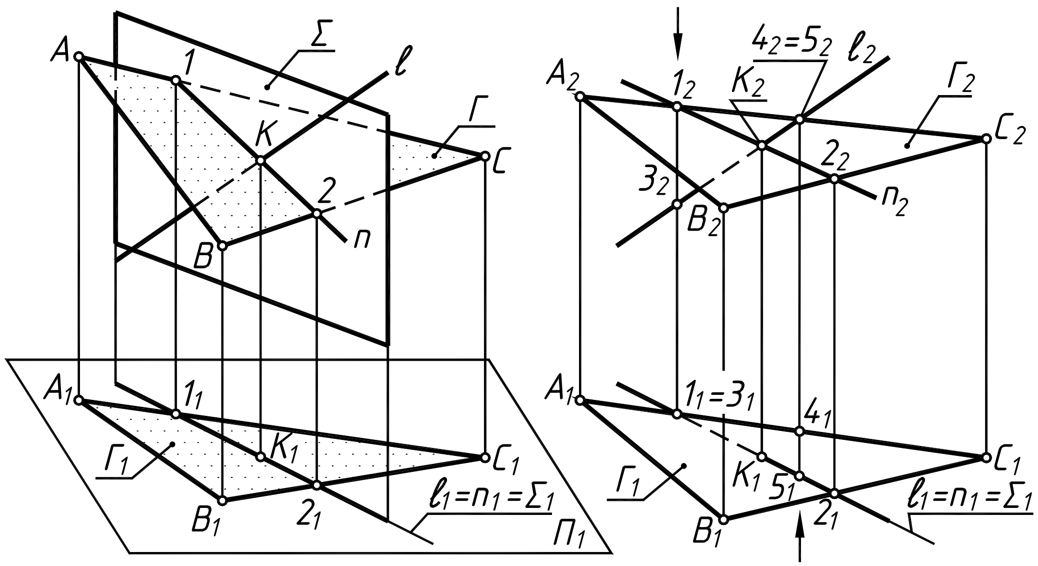


Рис. 7

Алгоритм решения задачи:

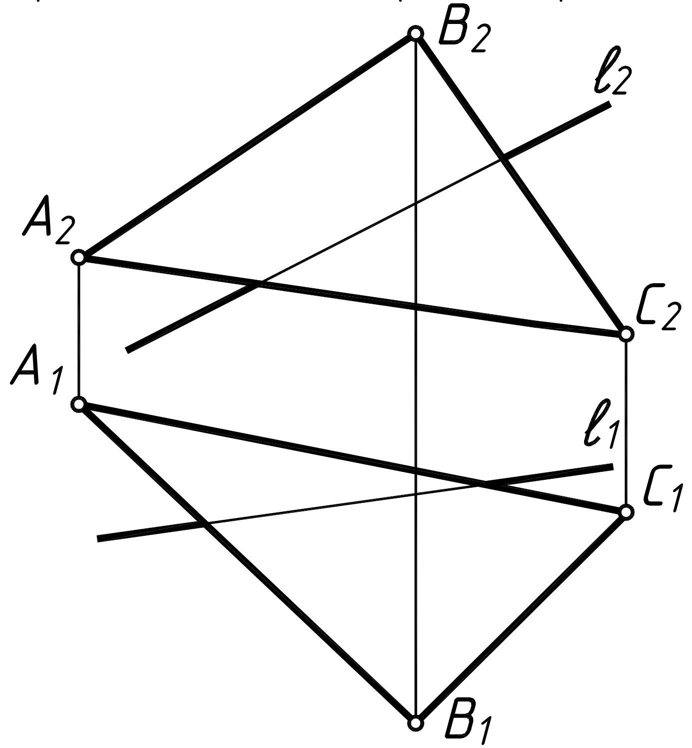
1) $\ell \subset \Sigma \perp \Pi_1$ – через прямую ℓ проводим горизонтально проецирующую плоскость Σ;

2) $\Gamma \cap \Sigma = n\ (1,2)$ – определяем прямую $n\ (1,2)$ пересечения плоскостей Γ и Σ;

3) $n\ (1,2) \cap \ell = K$ – отмечаем точку K пересечения прямых $n\ (1,2)$ и ℓ, которая является искомой.

Считая, что заданная плоскость $\Gamma(ABC)$ непрозрачна, определим видимость прямой ℓ относительно плоскости проекций Π_1 по горизонтально конкурирующим точкам *1* и *3*. Из расположения фронтальных проекций (1_2 и 3_2) точек *1* и *3* очевидно, что прямая слева от точки K находится под плоскостью $\Gamma(ABC)$ и, следовательно, невидима относительно Π_1. Видимость прямой ℓ относительно плоскости проекций Π_2 определена по горизонтальным проекциям (4_1 и 5_1) фронтально конкурирующих точек *4* и *5*. Прямая ℓ справа от точки K на Π_2 видима. В точке K видимость меняется на обратную.

36. Построить точку *K* пересечения прямой ***ℓ*** плоскостью *Г(ABC)*. Определить видимость проекций прямой. Записать алгоритм.

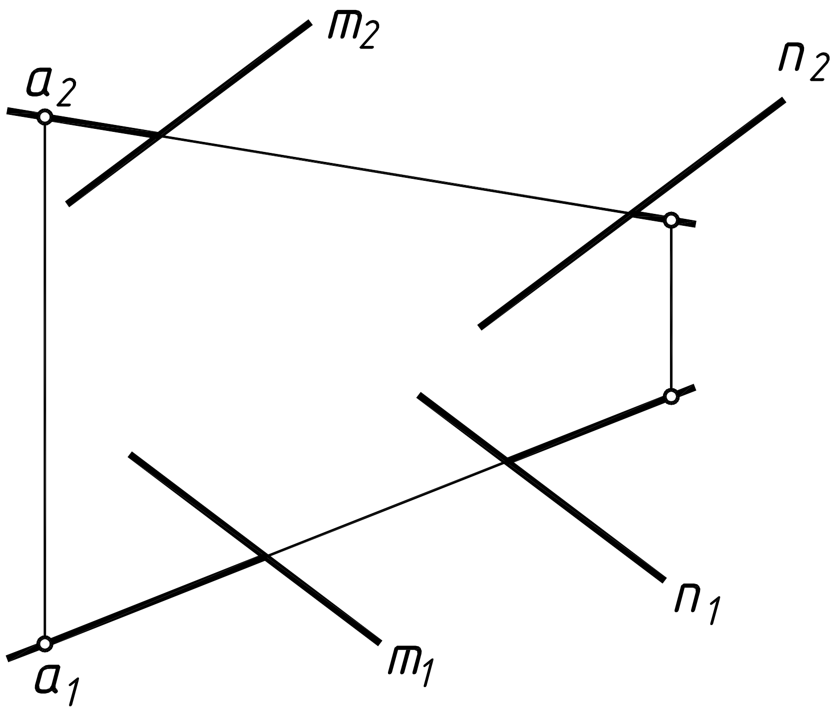


1. ______________________________

2. ______________________________

3. ______________________________

37. Построить точку *K* пересечения прямой ***a*** с плоскостью **Σ *(m* II *n)***. Определить видимость проекций прямой. Записать алгоритм.



1. ______________________________

2. ______________________________

3. ______________________________

38. Построить по координатам треугольник ABC и прямую ***MN*** в двух проекциях. Найти точку ***K*** пересечения прямой ***MN*** с плоскостью треугольника. Определить видимость проекций прямой. Записать алгоритм.

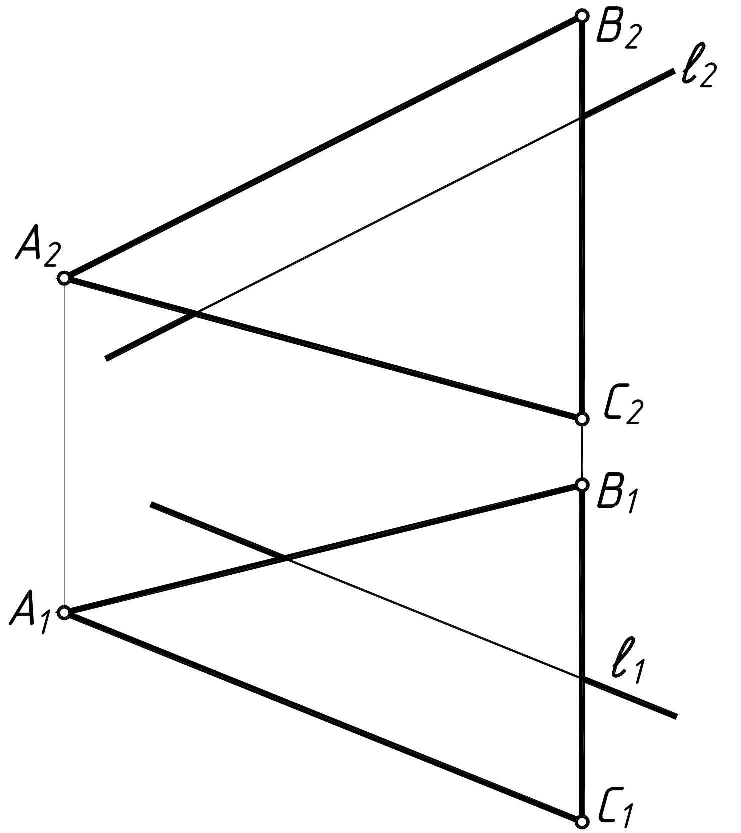
A	(50, 30, 20)
B	(30, 10, 40)
C	(10, 40, 0)
M	(65, 0, 0)
N	(0, 45, 35)

1. ________________________________

2. ________________________________

3. ________________________________

39. Построить точку ***K*** пересечения прямой $\boldsymbol{\ell}$ с плоскостью ***Σ (ABC).*** Определить видимость проекций прямой. Записать алгоритм.



1. ________________________________

2. ________________________________

3. ________________________________

5.3. Вторая позиционная задача. Построение линии пересечения двух поверхностей

Для построения линии пересечения двух поверхностей (в частности, поверхности с плоскостью), находят точки, общие для данных поверхностей, и соединяют их в определенном порядке (рис. 8, 9).

Любую точку искомой линии $\boldsymbol{\ell}$ ***(MN)*** пересечения поверхностей Γ и Δ определяют по следующей схеме:

1) $\boldsymbol{\Sigma} \cap \boldsymbol{\Gamma}$, $\boldsymbol{\Sigma} \cap \boldsymbol{\Delta}$ – вводим вспомогательную плоскость $\boldsymbol{\Sigma}$ (проецирующую или уровня), пересекающую обе заданные.

2) $m = \boldsymbol{\Sigma} \cap \Gamma$, $n = \boldsymbol{\Sigma} \cap \boldsymbol{\Delta}$ – линии m и n пересечения вспомогательной плоскости $\boldsymbol{\Sigma}$ с каждой из заданных плоскостей.

3) $M = m \cap n$ – определяем точку M пересечения линий m и n, которая является искомой.

Точка N определяется по этой же схеме.

При решении конкретной задачи необходимо на основе схемы составить алгоритмы для нахождения опорных и промежуточных точек линии пересечения.

Вспомогательные плоскости (посредники) следует выбирать так, чтобы проекции линии их пересечения с заданной поверхностью были отрезками прямых или окружностями.

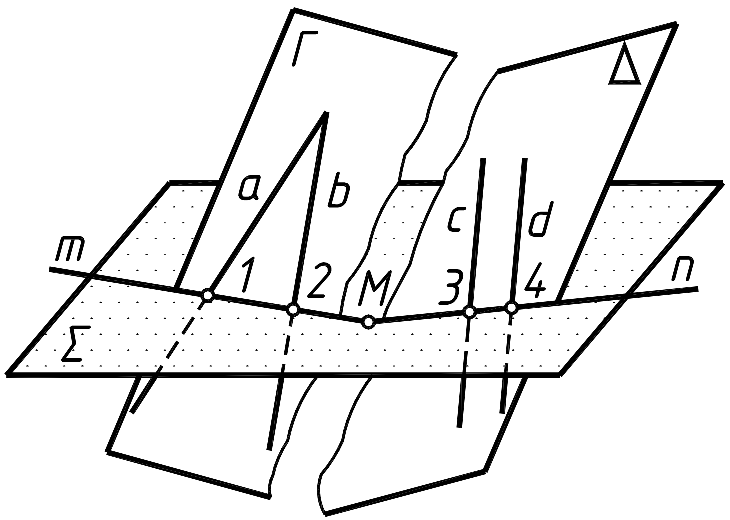


Рис. 8

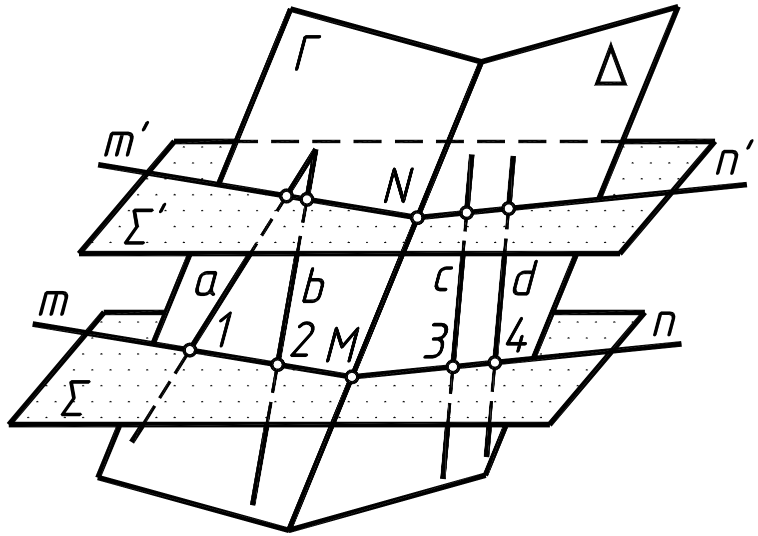
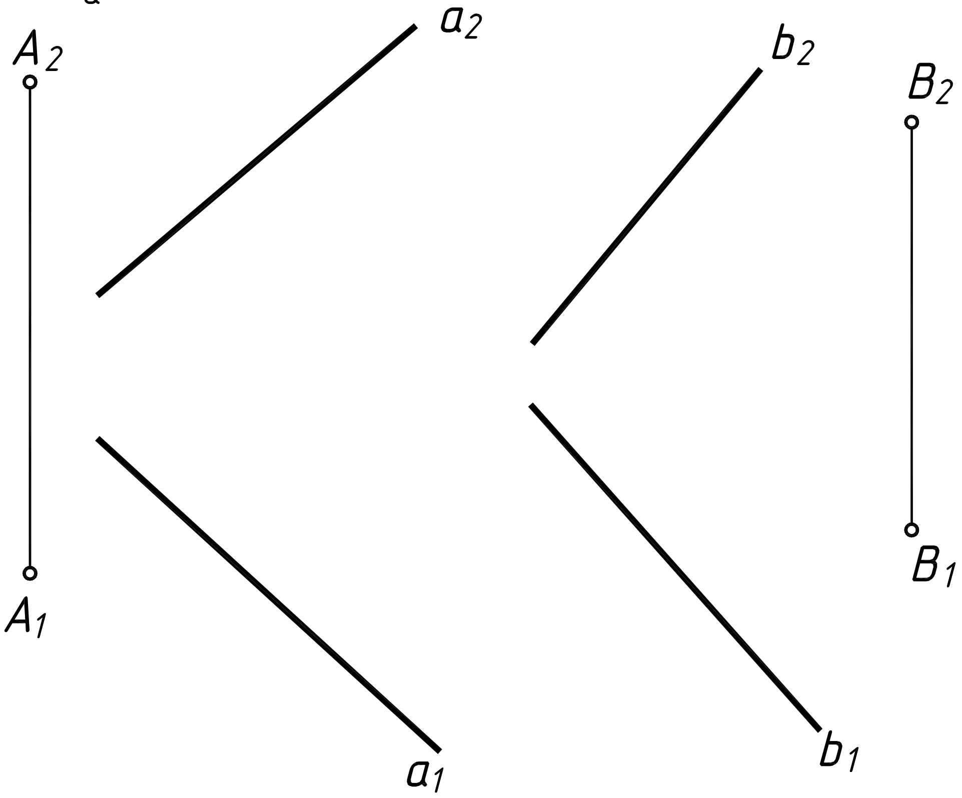


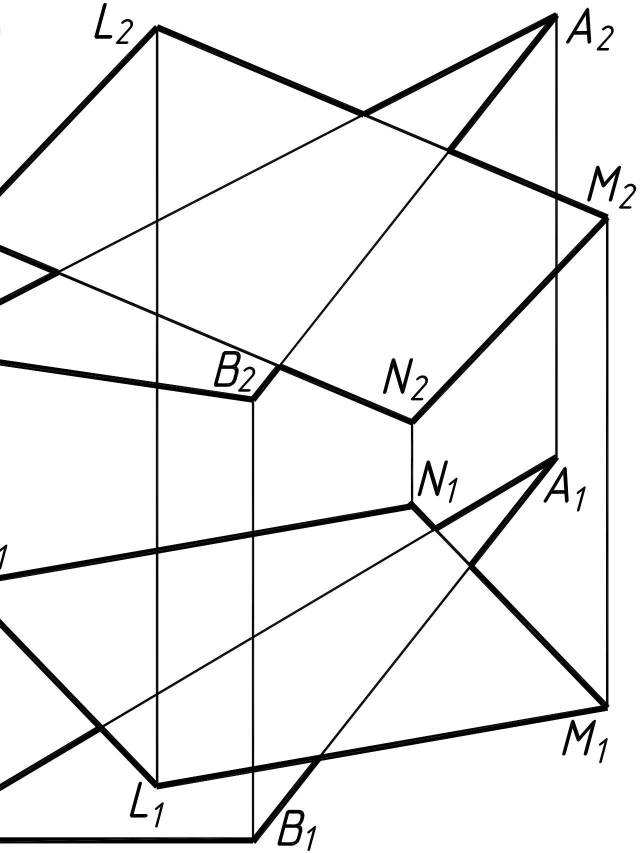
Рис. 9

40. Построить линию *k (DE)* пересечения двух плоскостей общего положения: а) ***Г(a, A)*** и ***Δ(b, B)***; б) ***Г(ABC)*** и ***Δ(KLMN)***. Записать алгоритмы определения точек *D* и *E*.

а



б



Определение точки *D*:

1. ______________________
2. ______________________
3. ______________________

Определение точки *E*:

1. ______________________
2. ______________________
3. ______________________

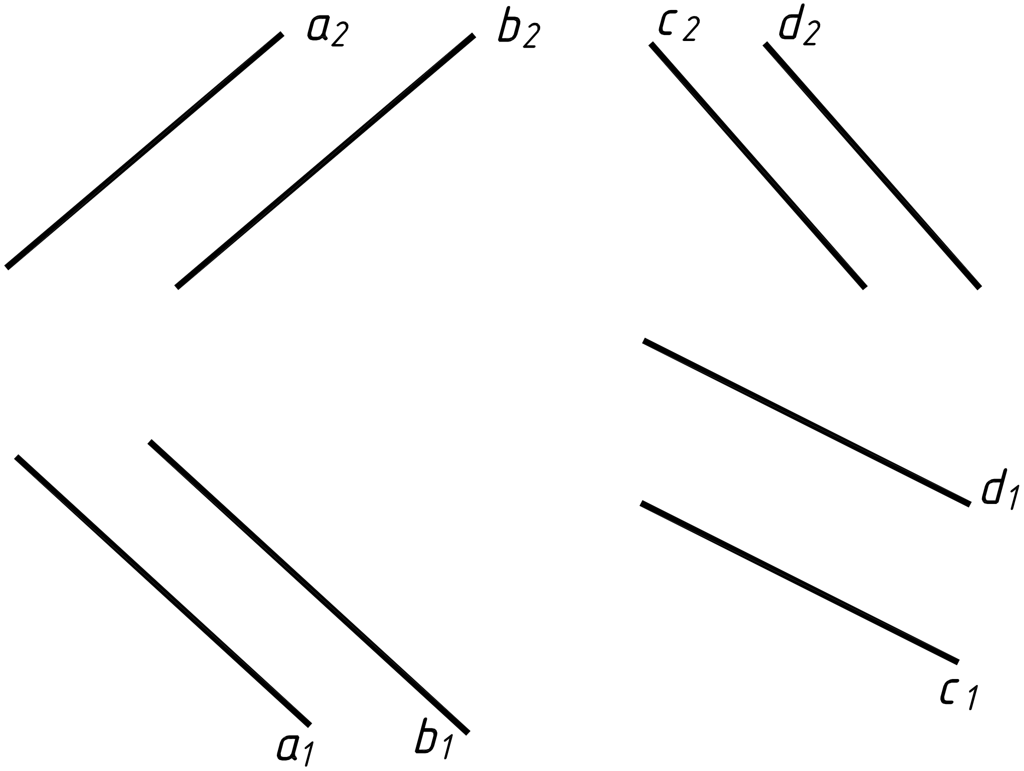
Определение точки *D*:

1. ______________________
2. ______________________
3. ______________________

Определение точки *E*:

1. ______________________
2. ______________________
3. ______________________

41. Построить линию ***k (MN)*** пересечения двух плоскостей общего положения ***Г(a || b)*** и ***Δ (c || d)***. Записать алгоритмы определения точек ***M*** и ***N***.



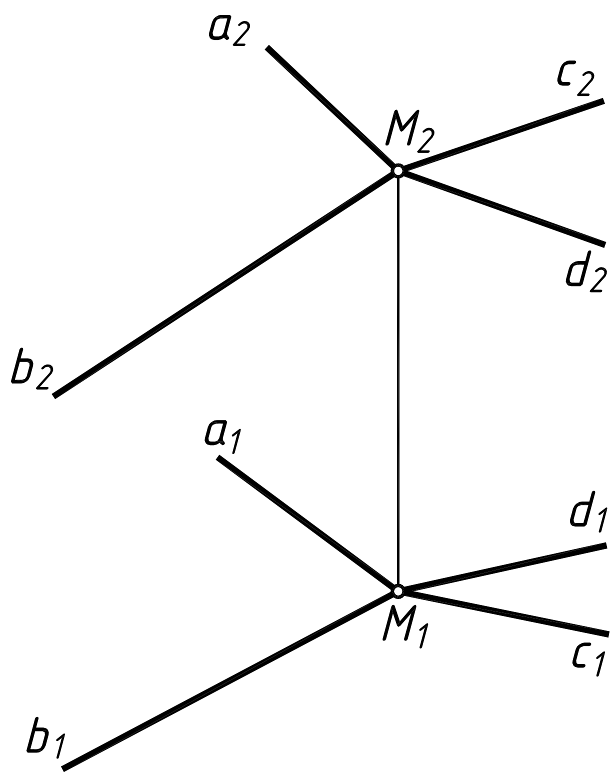
Определение точки ***M***:

1. ____________________
2. ____________________
3. ____________________

Определение точки ***N***:

1. ____________________
2. ____________________
3. ____________________

42. Построить линию ***k (MN)*** пересечения двух плоскостей общего положения ***Г(a ∩ b)*** и ***Δ(c ∩ d)***. Записать алгоритмы определения точек ***M*** и ***N***.



Определение точки ***M***:

1. ____________________
2. ____________________
3. ____________________

Определение точки ***N***:

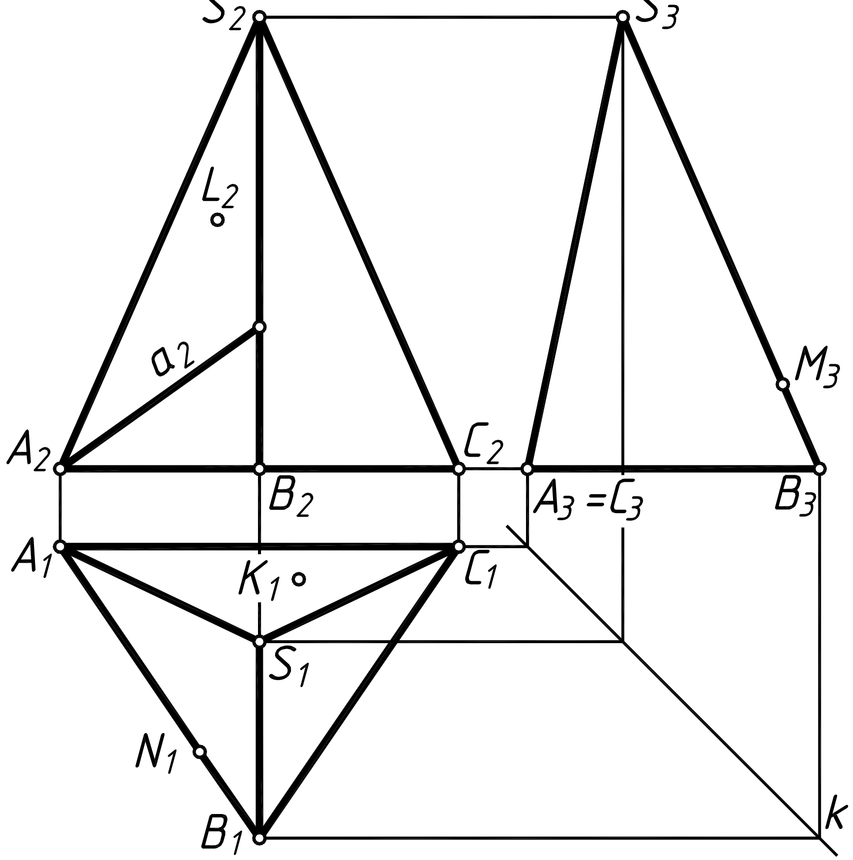
1. ____________________
2. ____________________
3. ____________________

6. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧЕРТЕЖИ ГРАННЫХ И КРИВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ. ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ЛИНИИ И ТОЧКИ ПОВЕРХНОСТИ

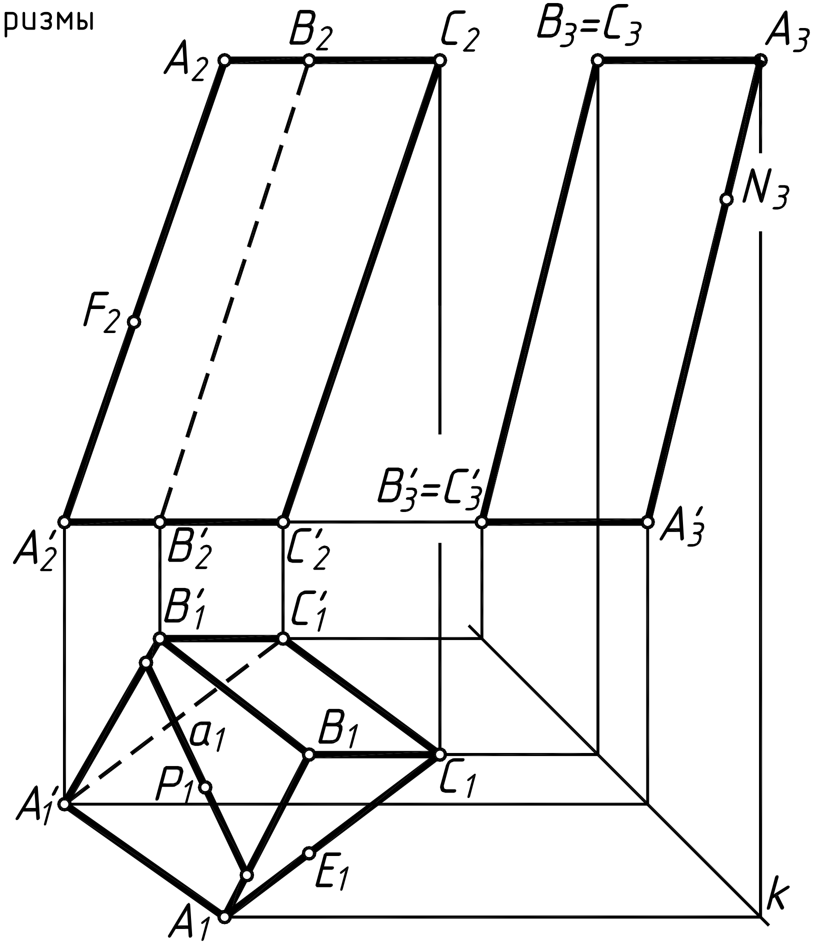
6.1. Многогранники

43. Построить недостающие проекции точек и линий, принадлежащих данным поверхностям. Заданные проекции точек и линий видимы.

1) Пирамиды

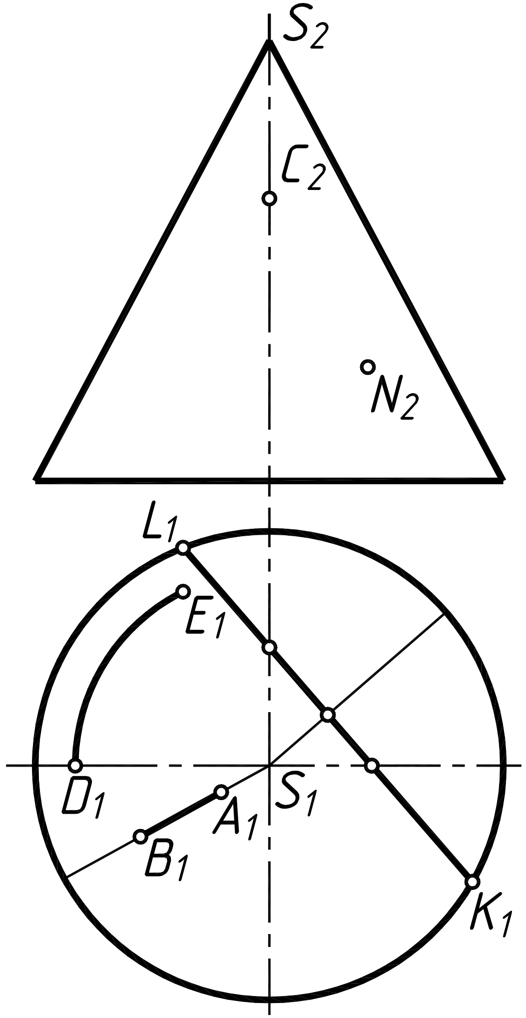


2) Призмы

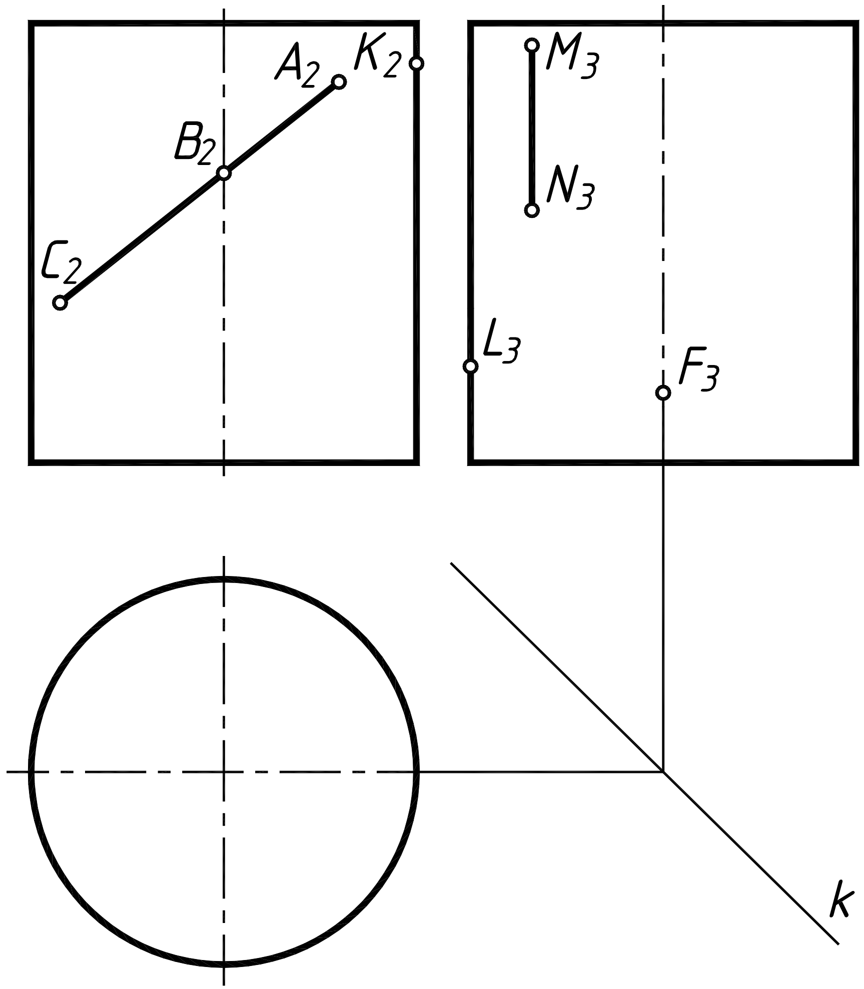


44. Построить недостающие проекции точек и линий, принадлежащих данным поверхностям. Заданные проекции точек и линий видимы.

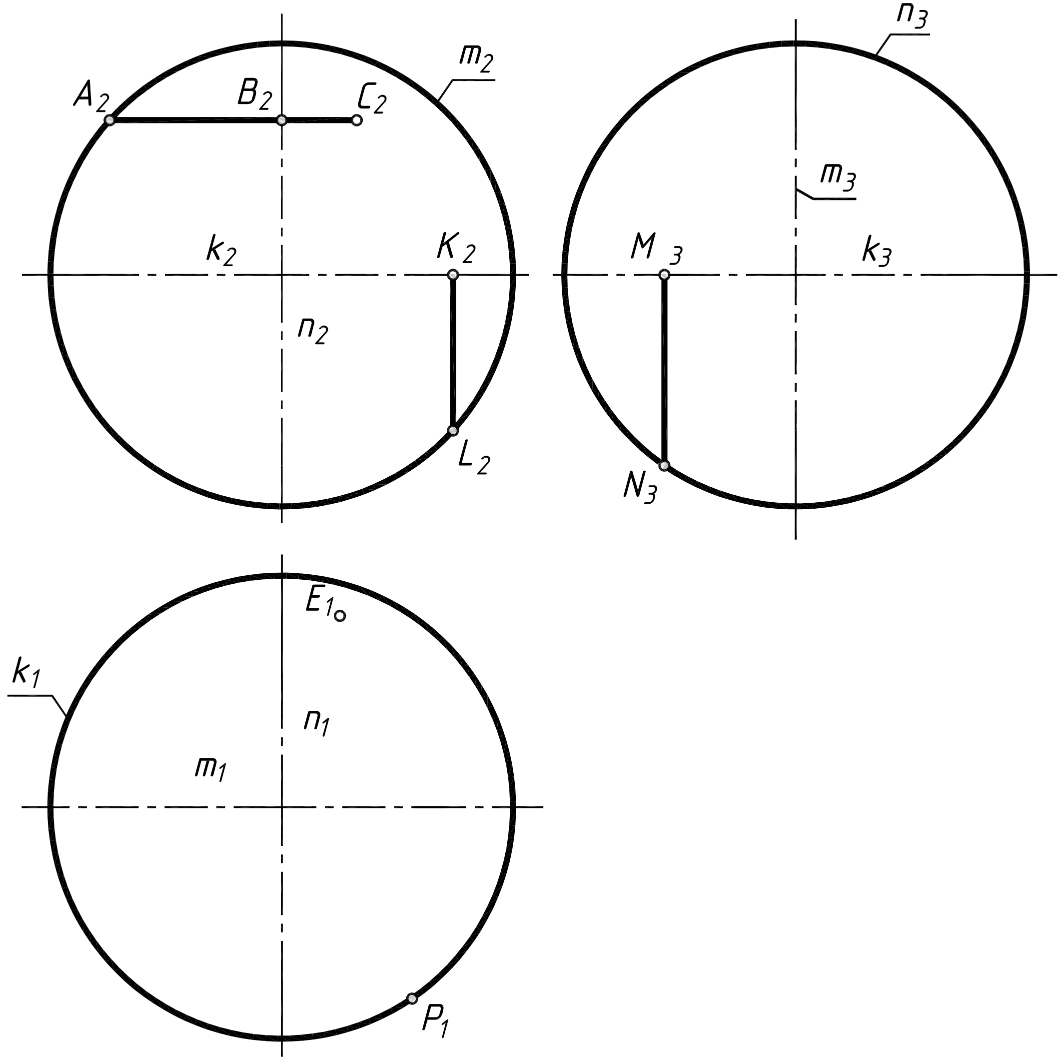
1) Конуса



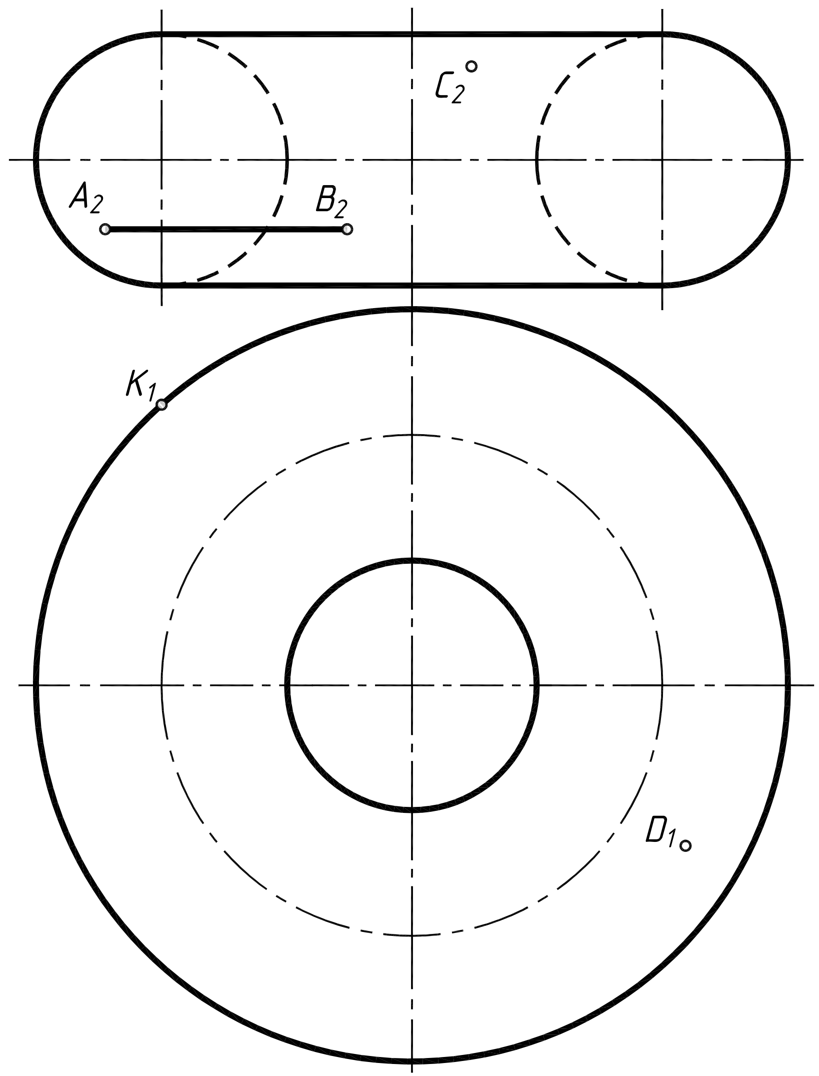
2) Цилиндра



3) Сферы



4) Тора



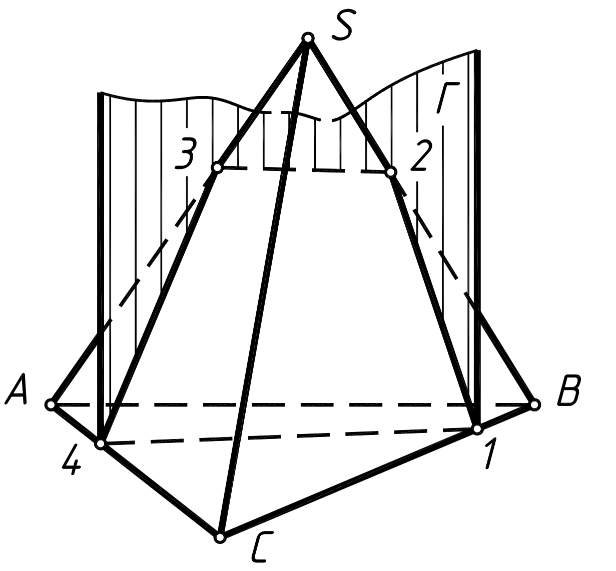
7. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОСТЬЮ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

Линия пересечения поверхности проецирующей плоскостью представляет собой плоскую замкнутую линию. Одна проекция линии пересечения совпадает с проекцией секущей плоскости в пределах очерка пересекаемой поверхности. Вторая проекция лини пересечения строится по точкам по условию принадлежности этих точек заданной поверхности. В первую очередь определяют опорные точки: точки на ребрах многогранников, экстремальные и очерковые.

7.1. Пересечение многогранника проецирующей плоскостью

Линия пересечения многогранника проецирующей плоскостью является плоской замкнутой ломаной линией, вершины которой – точки пересечения ребер, а стороны – линии пересечения граней многогранника с плоскостью (рис. 10).

Задача. Построить линию пересечения пирамиды горизонтально проецирующей плоскостью.



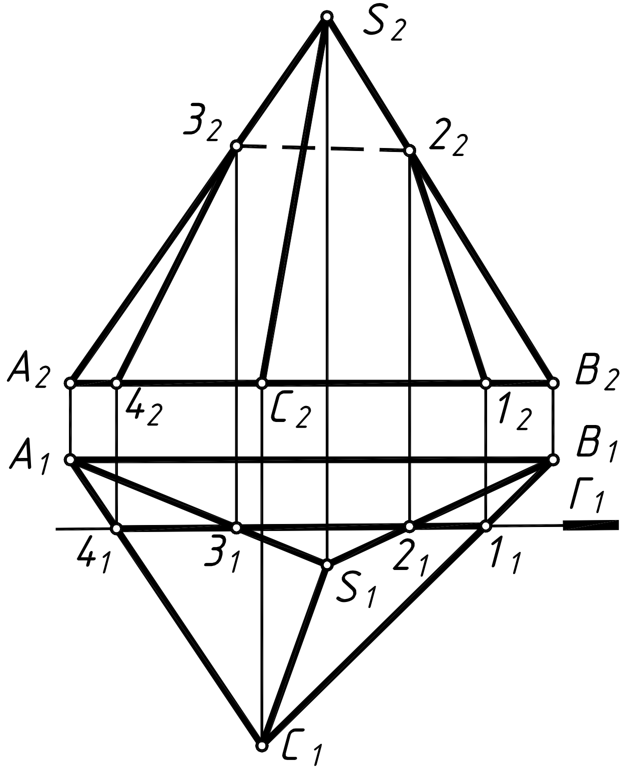


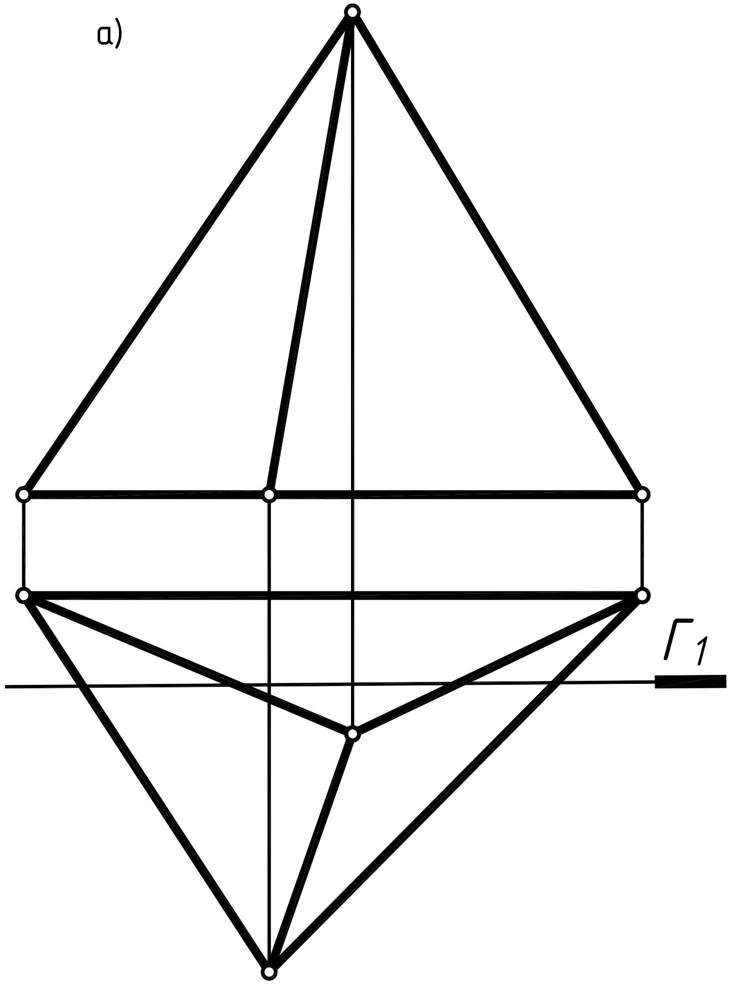
Рис. 10

Горизонтальные проекции опорных точек ***1***, ***2***, ***3***, ***4*** находим в местах пересечения ребер пирамиды плоскостью ***Г***. Фронтальные проекции этих точек определяем с помощью линий связи на соответствующих ребрах пирамиды.

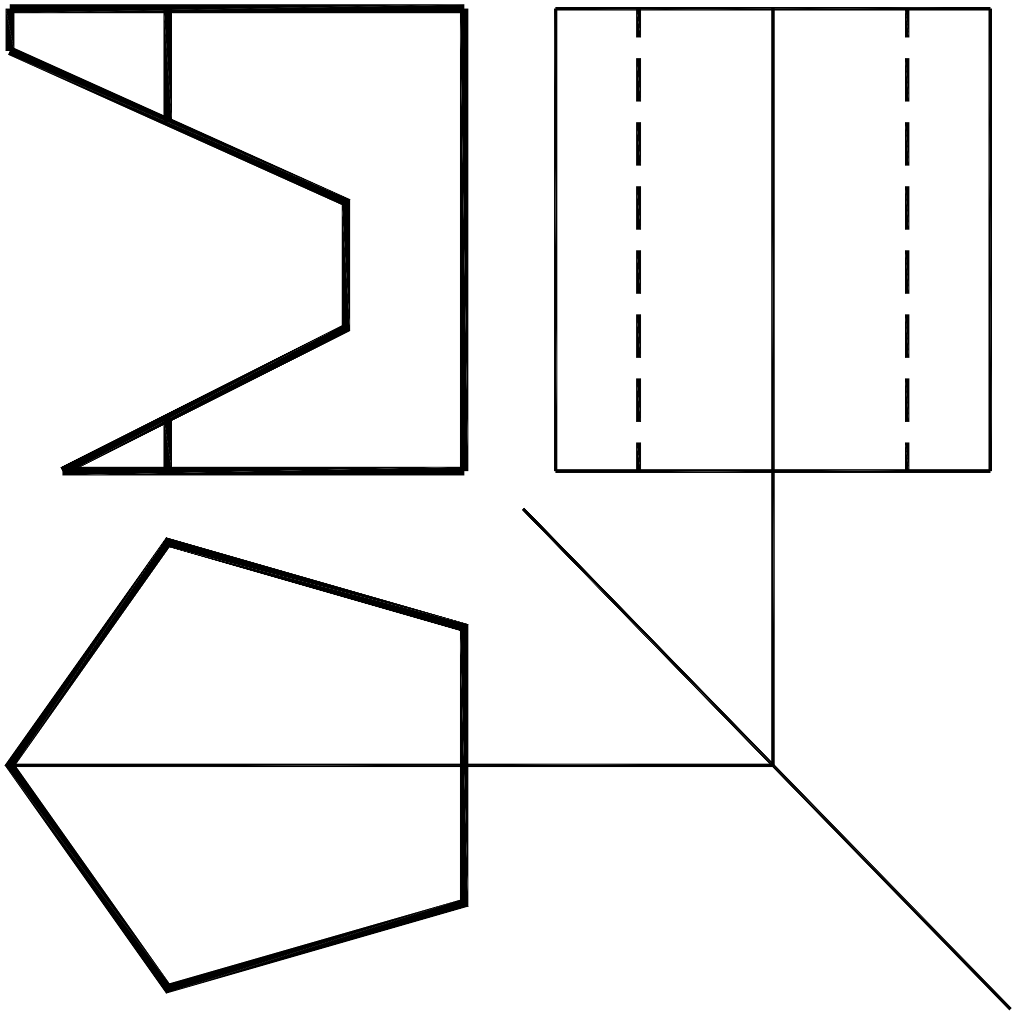
Участок 2_2 – 3_2 ломаной на $П_2$ не виден, так как он принадлежит невидимой грани ***ASB***.

45. Построить линии пересечения данных геометрических фигур проецирующими плоскостями. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

а)



б)



7.2. Пересечение поверхности вращения проецирующей плоскостью

Линия пересечения поверхности вращения проецирующей плоскостью представляет собой плоскую замкнутую кривую. Для построения этой кривой определяем точки пересечения ряда образующих поверхности с секущей плоскостью. К опорным точкам линии пересечения относятся: экстремальные (высшая, низшая, ближняя, дальняя, левая, правая), и очерковые. Очерковые точки одновременно являются точками смены видимости.

Задача. Построить линию пересечения цилиндра фронтально проецирующей плоскостью.

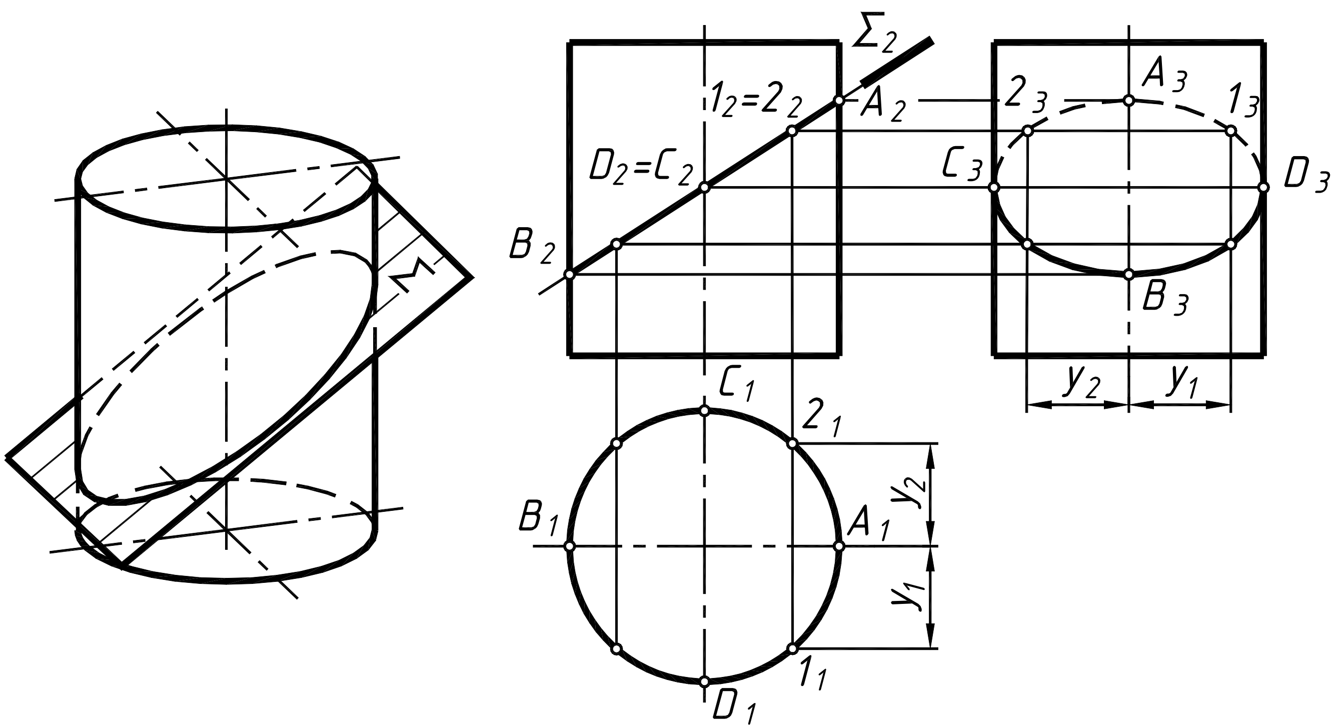


Рис. 11

Секущая плоскость не перпендикулярна оси вращения цилиндра. Линия пересечения – **эллипс** (рис. 11). На плоскости $П_2$ эллипс проецируется в отрезок $\boldsymbol{A_2B_2}$, на плоскость $П_1$ – в окружность, совпадающую с проекцией цилиндрической поверхности; на плоскость $П_3$ – в эллипс.

Профильные проекции точек, принадлежащих эллипсу, строим по двум известным (горизонтальной и фронтальной). В первую очередь определяем проекции высшей ***A*** и низшей ***B*** точек, очерковых относительно $П_3$ (***C*** и ***D***), затем – промежуточных, например, ***1*** и ***2***. Соединив полученные точки плавной кривой с учетом видимости, получим эллипс, являющийся профильной проекцией фигуры сечения. Точки ***C*** и ***D*** являются точками смены видимости на $П_3$.

Задача. Построить линию пересечения сферы фронтально проецирующей плоскостью (рис. 12).

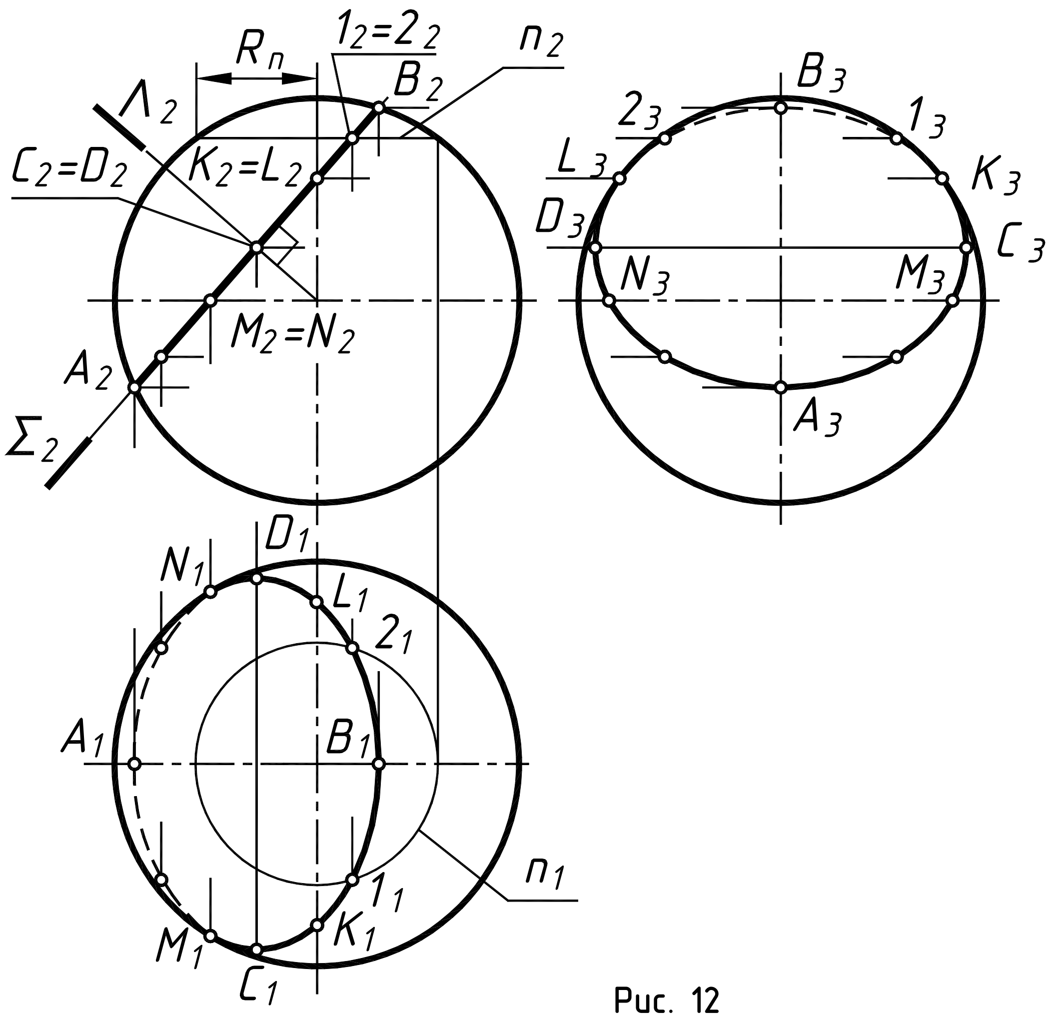


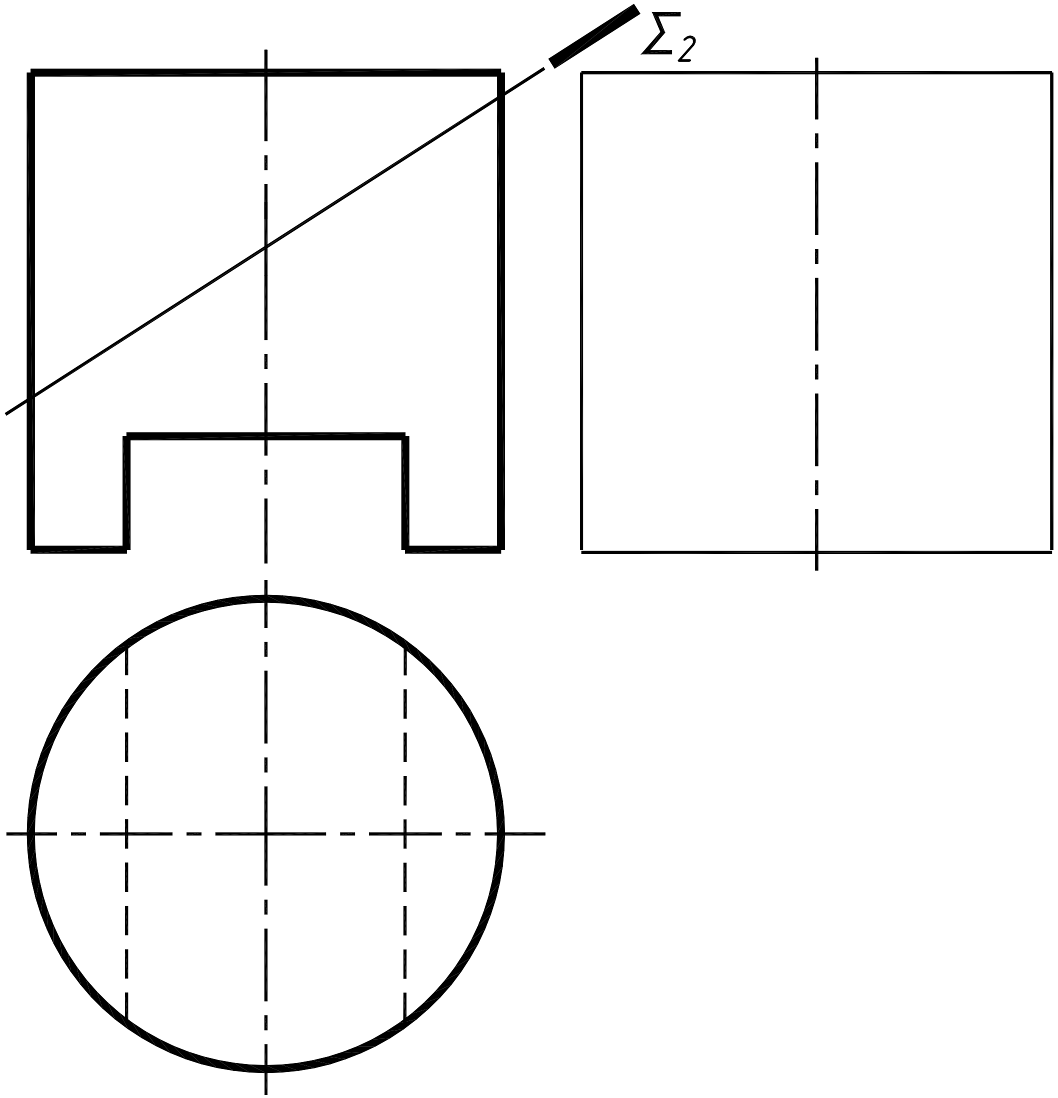
Рис. 12

Сферу плоскость пересекает по **окружности.** В зависимости от положения секущей плоскости относительно плоскостей проекций окружность может проецироваться в прямую, окружность или эллипс. Окружность сечения проецируется на плоскость $П_2$ в отрезок $\boldsymbol{A_2B_2}$, на плоскость $П_1$ – в эллипс, который строится по точкам. Точки $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ являются экстремальными относительно $П_1$: $\boldsymbol{B}$ – высшая точка, $\boldsymbol{A}$ – низшая. Фронтальные их проекции совпадают с точками пересечения фронтальной проекции плоскости $\boldsymbol{\Sigma}$ с очерком фронтальной проекции сферы. Их горизонтальные проекции находим по линиям связи на горизонтальной проекции главного меридиана. Фронтальные проекции точек $\boldsymbol{M}$ и $\boldsymbol{N}$ (точек смены видимости относительно $П_1$) находим на пересечении $\boldsymbol{\Sigma_2}$ с фронтальной проекцией экватора сферы. Их горизонтальные проекции находим по линиям связи на очерке горизонтальной проекции сферы. Экстремальные относительно $П_2$ точки $\boldsymbol{C}$ и $\boldsymbol{D}$ (самая ближняя и самая дальняя) определяются при помощи общей плоскости симметрии $\boldsymbol{\Lambda}$, которая проводится через центр сферы перпендикулярно плоскости $\boldsymbol{\Sigma}$. Для нахождения промежуточных точек, $\boldsymbol{1}$ и $\boldsymbol{2}$ используем параллель $\boldsymbol{n}$, проходящую через эти точки. Радиус параллели $\boldsymbol{R_n}$, как и любой другой, измеряем от оси до очерка. На $П_1$ параллель проецируется в окружность.

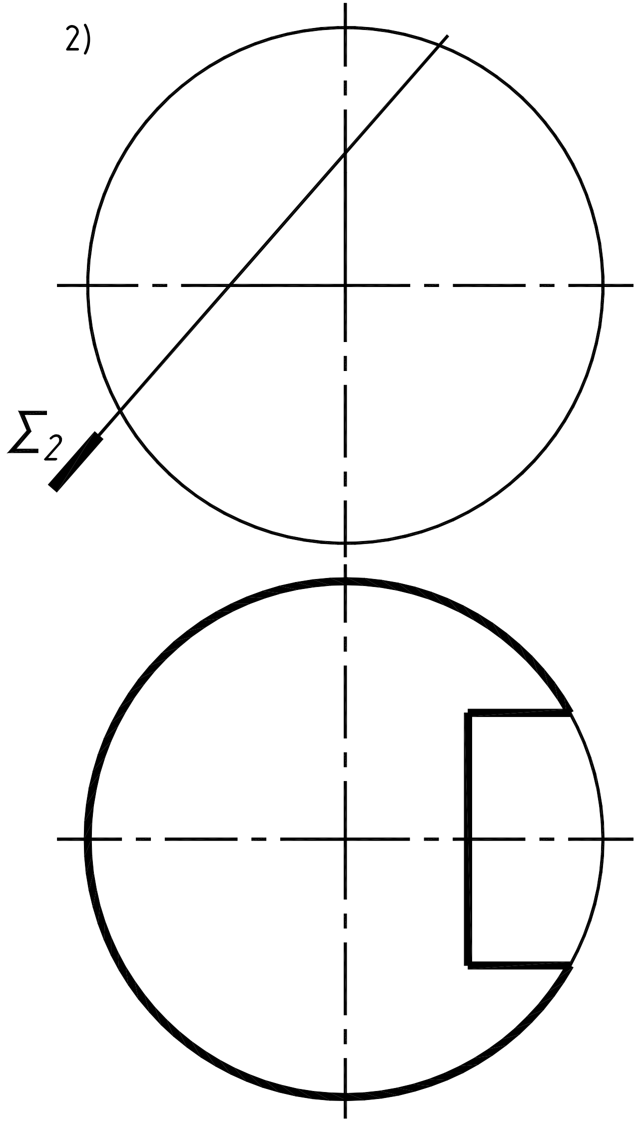
Соединив полученные точки плавной кривой с учетом видимости, получим эллипс, являющийся горизонтальной проекцией фигуры сечения.

46. Построить линии пересечения данных геометрических фигур проецирующими плоскостями. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

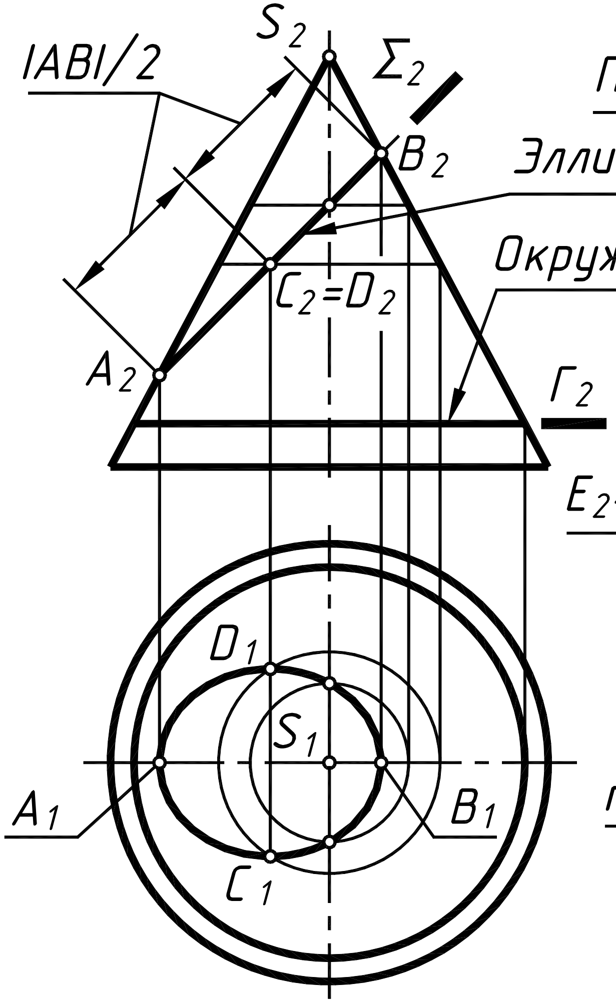
1)



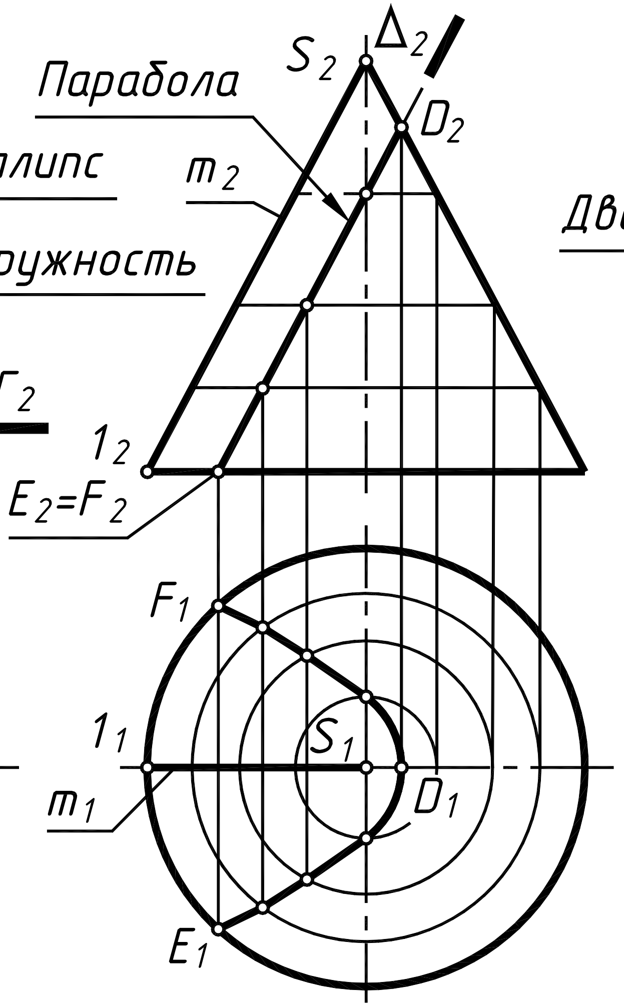
2)



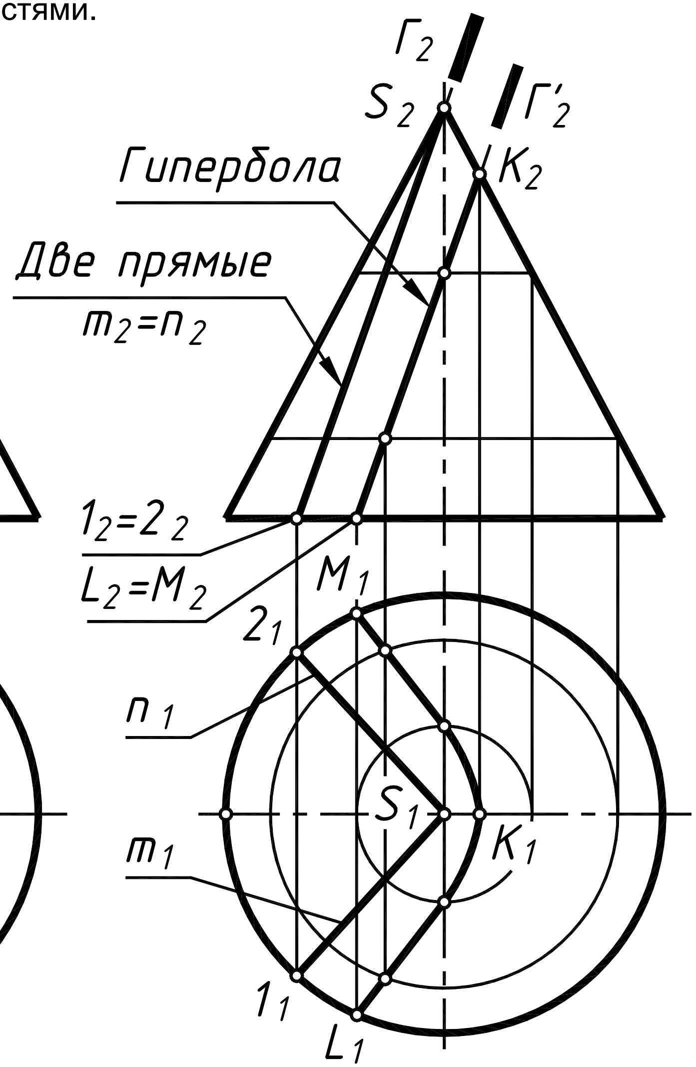
Задача. Построить линии пересечения конуса проецирующими плоскостями.



Плоскость **Σ** пересекает все образующие конуса. Линия сечения – **эллипс**. Плоскость *Г* перпендикулярна оси конуса. Линия сечения – **окружность.**



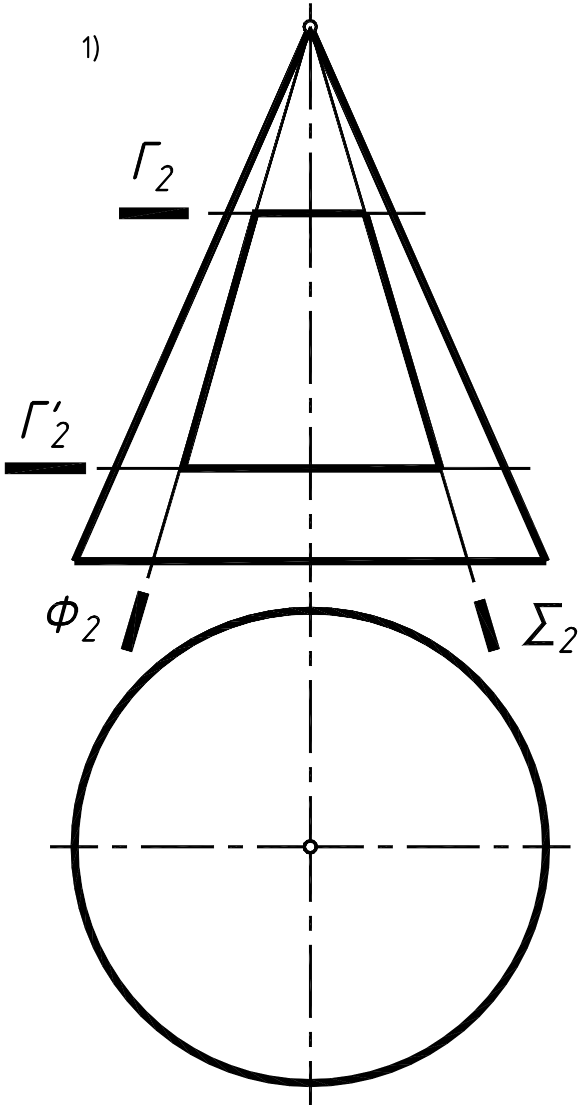
Плоскость **Δ** параллельна одной образующей конуса ***m(S–1)***. Линия сечения – **парабола**.



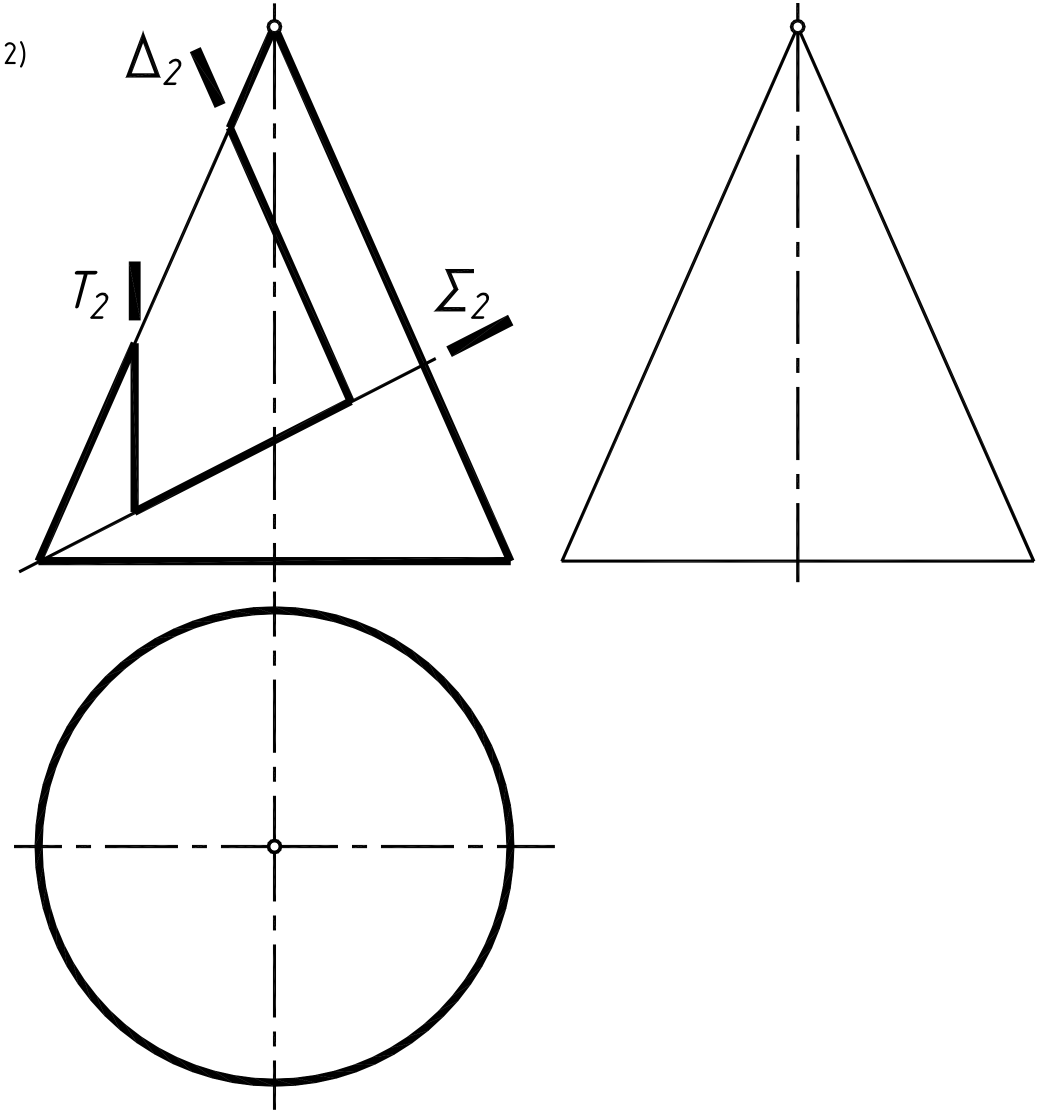
Плоскость Г проходит через вершину конуса ***S***. Линия сечения – две прямые ***m(S–1)*** и ***n(S–2)***. Плоскость ***Г′*** параллельна двум образующим ***m*** и ***n***. Линия сечения – **гипербола.**

47. Построить линии пересечения конуса проецирующими плоскостями. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

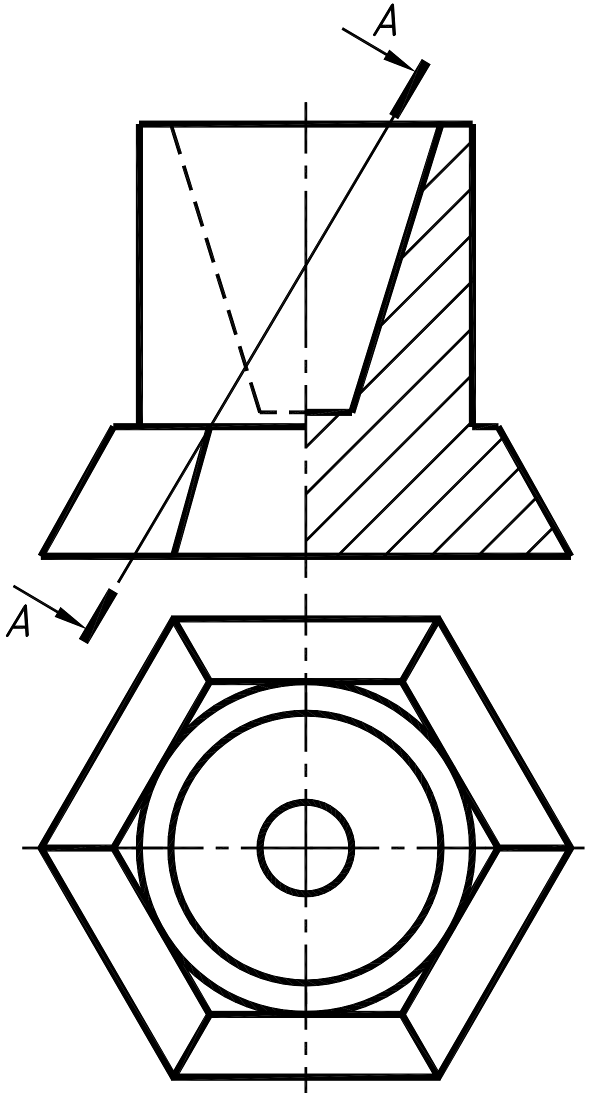
1)



2)



48. Построить профильную проекцию детали, истинный вид сечения «*А–А*» и его проекции.



8. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ С ПРЯМОЙ ЛИНИЕЙ

Задача. Определить точки пересечения прямой линии общего положения $\boldsymbol{\ell}$ с поверхностью пирамиды $\boldsymbol{\Phi}$. Определить видимость проекций прямой (рис. 13).

В зависимости от вида и взаимного расположения линии и поверхности точек их пересечения может быть одна или несколько. В основу их построения положен способ вспомогательных поверхностей, в соответствии, с которым построение точек пересечения линии $\boldsymbol{\ell}$ и поверхности $\boldsymbol{\Phi}$ (независимо от их вида) осуществляется по следующей схеме:

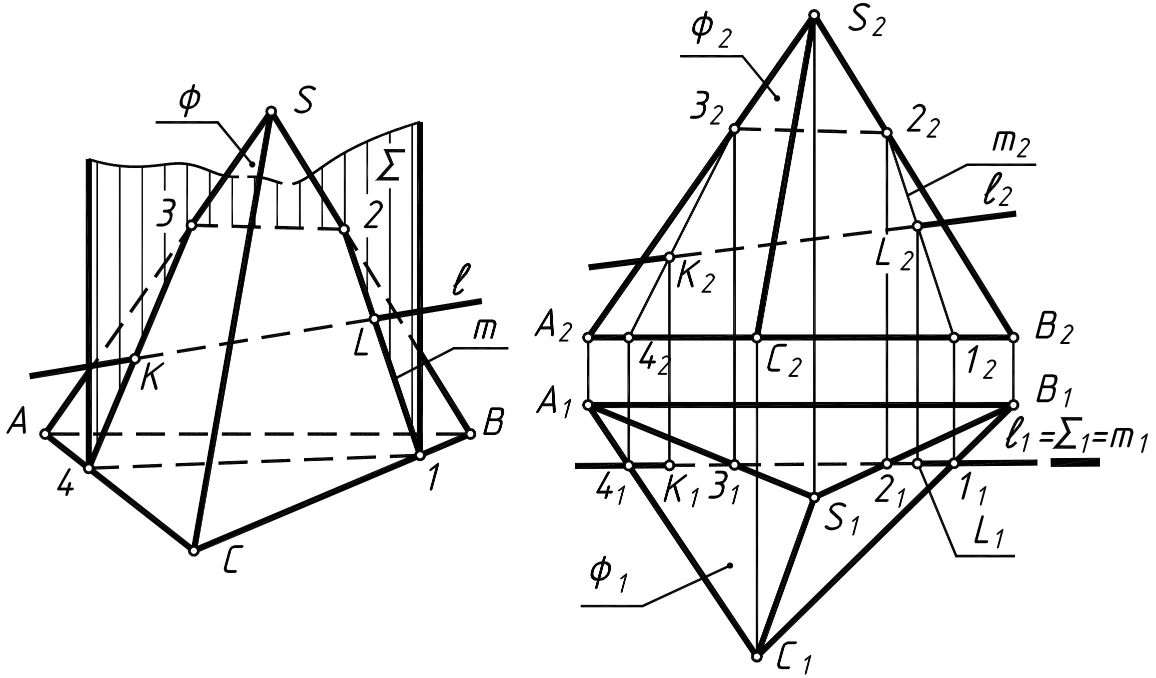


Рис. 13

1. Через заданную линию $\boldsymbol{\ell}$ проводим вспомогательную плоскость $\boldsymbol{\Sigma}$.

2. Определяем линию $\boldsymbol{m}$ пересечения вспомогательной плоскости $\boldsymbol{\Sigma}$ и заданной поверхности $\boldsymbol{\Phi}$.

3. Отмечаем точки K, L пересечения линий $\boldsymbol{\ell}$ и $\boldsymbol{m}$, которые являются искомыми.

В символической записи схема имеет вид:

1) $\boldsymbol{\ell} \subset \boldsymbol{\Sigma}$;

2) $\boldsymbol{\Sigma} \cap \boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{m}$;

3) $\boldsymbol{\ell} \cap \boldsymbol{m} = K, L$.

Алгоритм решения задачи:

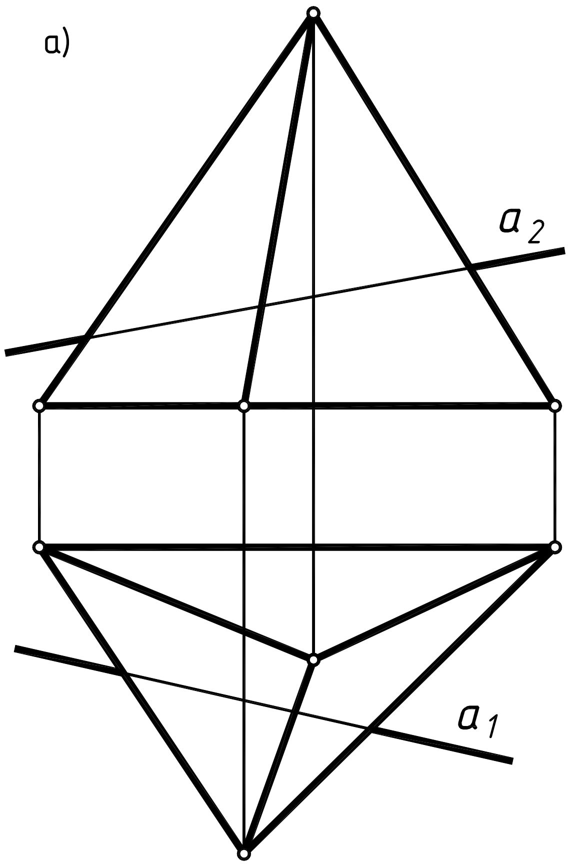
1) $\boldsymbol{\ell} \subset \boldsymbol{\Sigma} \perp \Pi_1$ – через прямую $\boldsymbol{\ell}$ проводим горизонтально проецирующую плоскость $\boldsymbol{\Sigma}$;

2) $\boldsymbol{\Phi} \cap \boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{m(1, 2, 3, 4)}$ – определяем линию $\boldsymbol{m(1, 2, 3, 4)}$ пересечения плоскости $\boldsymbol{\Sigma}$ и поверхности $\boldsymbol{\Phi}$;

3) $\boldsymbol{m(1, 2, 3, 4)} \cap \boldsymbol{\ell} = K, L$ – отмечаем точки K, L пересечения прямых $\boldsymbol{m}$ и $\boldsymbol{\ell}$, которые являются искомыми.

49. Построить точки пересечения прямых *a* и *b* с заданными поверхностями. Определить видимость проекций прямых. Записать алгоритм нахождения точек пересечения.

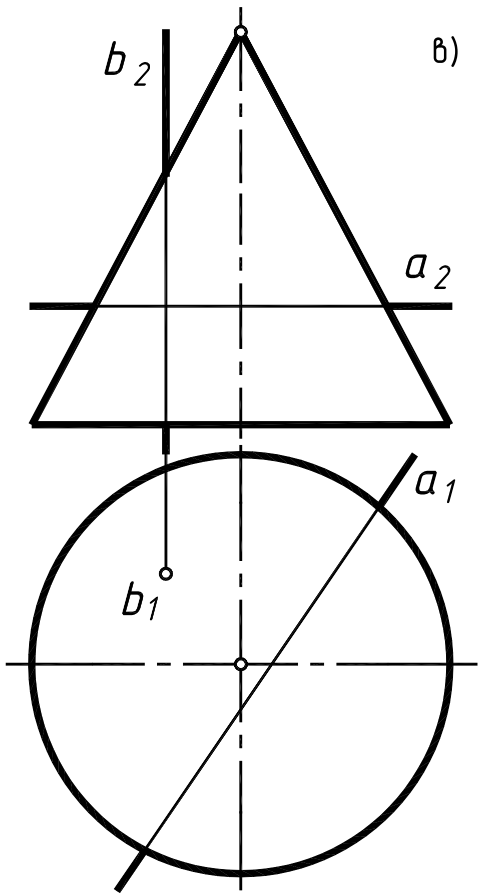
а)



1. ______________________________

2. ______________________________

б)

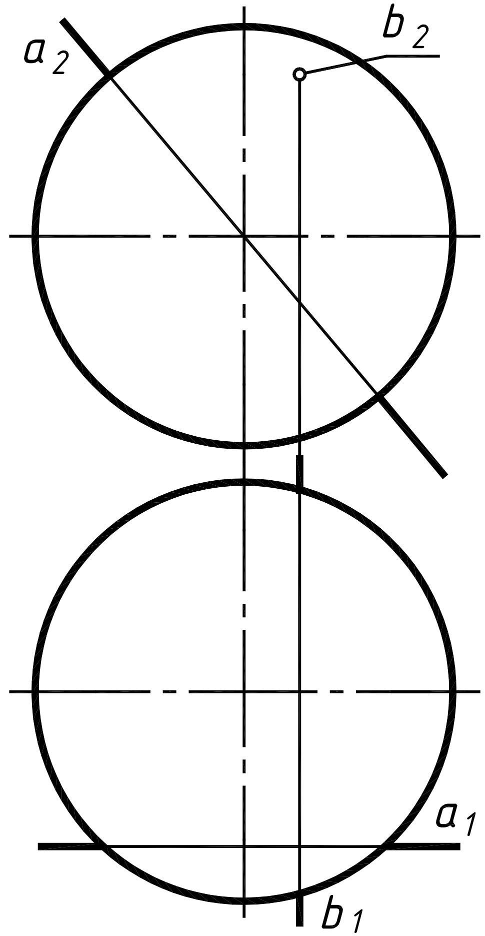


1. ______________________________

2. ______________________________

3. ______________________________

в)



1. ______________________________

2. ______________________________

3. ______________________________

9. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Две поверхности пересекаются по линии (совокупности линий), которая одновременно принадлежит каждой из них. В зависимости от вида и взаимного положения поверхностей линия их пересечения может быть замкнутой плоской или пространственной ломаной (пересечение многогранников), плоской или пространственной кривой (пересечение кривых поверхностей). Пересечение может быть полным (проницание), когда все образующие или ребра одной поверхности пересекаются с другой поверхностью, или частичным (врезка). При проницании линия пересечения распадается на две замкнутые самостоятельные кривые или ломаные. Линию пересечения строят по отдельным точкам – опорным и промежуточным. В первую очередь определяют опорные точки: на ребрах многогранников, экстремальные и очерковые. Для нахождения общих точек применяют принцип принадлежности или используют вспомогательные поверхности: плоскости или сферы.

<u>Последовательность решения задач на построение линии пересечения поверхностей:</u>

1) выясняем вид и расположение заданных поверхностей относительно друг друга (врезка или проницание) и плоскостей проекций (задана ли проецирующая поверхность);

2) определяем характер линии пересечения: замкнутая ломаная, совокупность плоских кривых, замкнутая кривая, др;

3) определяем опорные точки (на ребрах многогранников, экстремальные и очерковые);

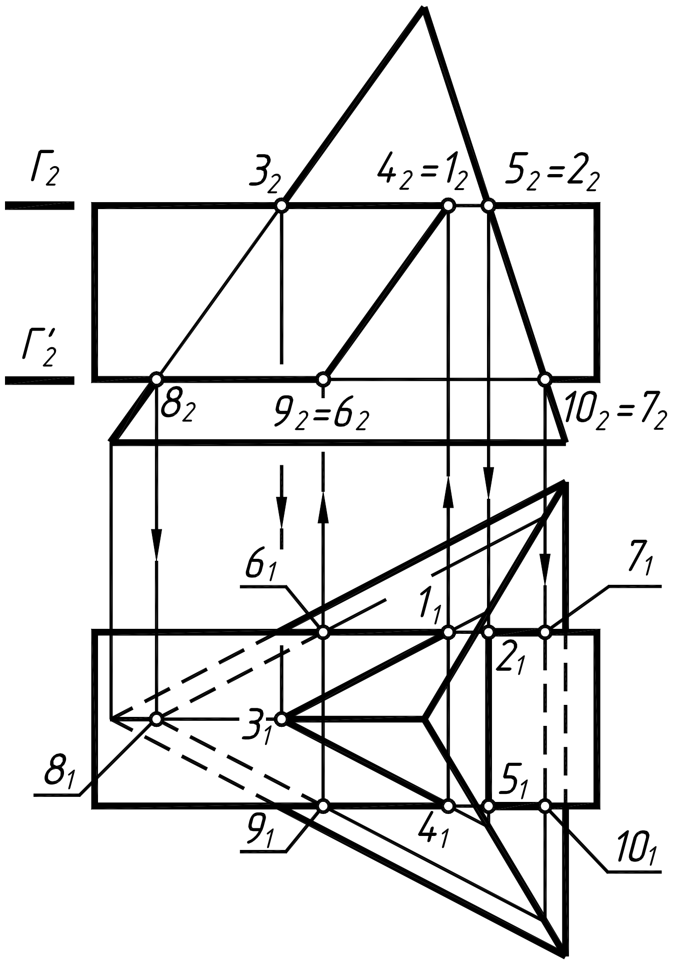
4) определяем промежуточные точки (если строим кривую линию);

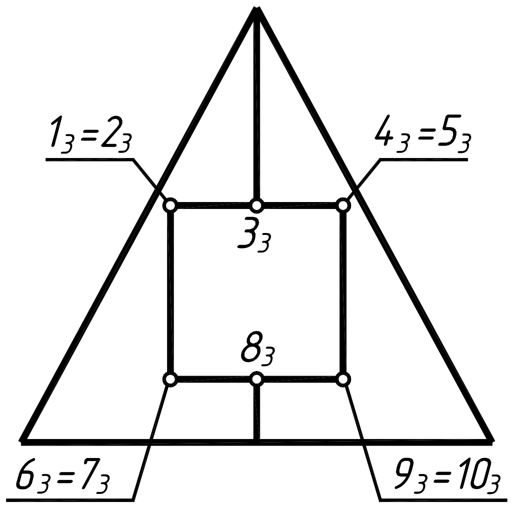
5) соединяем найденные точки (отрезками прямой, или кривой линией). Определяем видимость проекций линии пересечения и очерков поверхностей, обводим чертеж.

9.1. Построение линии пересечения многогранников

Линия пересечения многогранников – замкнутая пространственная ломаная линия (случай врезки), или две замкнутые ломаные (случай проницания). Вершины ломаной – точки пересечения ребер первого многогранника с гранями второго и ребер второго многогранника с гранями первого, а стороны – линии пересечения граней многогранников. Решение задачи заключается в нахождении вершин или сторон ломаной. В первом случае задача сводится к многократному построению точки пересечения прямой (ребра) с плоскостью, во втором – к многократному построению линии пересечения двух плоскостей. После определения вершин ломаной (опорных точек) соединяем отрезками прямых те пары вершин, которые принадлежат одной и той же грани первого многогранника и одновременно одной и той же грани второго с учетом видимости.

Задача. Построить линию пересечения пирамиды и призмы. Определить видимость.





1. Заданы многогранники. Все ребра призмы пересекают грани пирамиды. Имеем случай проницания. Призма занимает проецирующее положение на $П_3$.

2. Линия пересечения распалась на две замкнутые ломаные линии: пространственную ***1–6–8–9–4–3–1*** и плоскую ***2–5–10–7–2***. Профильная проекция линии пересечения совпадает с проекцией призмы.

3. Опорные точки пересечения ребер призмы с гранями пирамиды определены при помощи горизонтальных плоскостей уровня ***Г*** и ***Г'***, а точки пересечения ребра пирамиды с гранями призмы – из условия принадлежности.

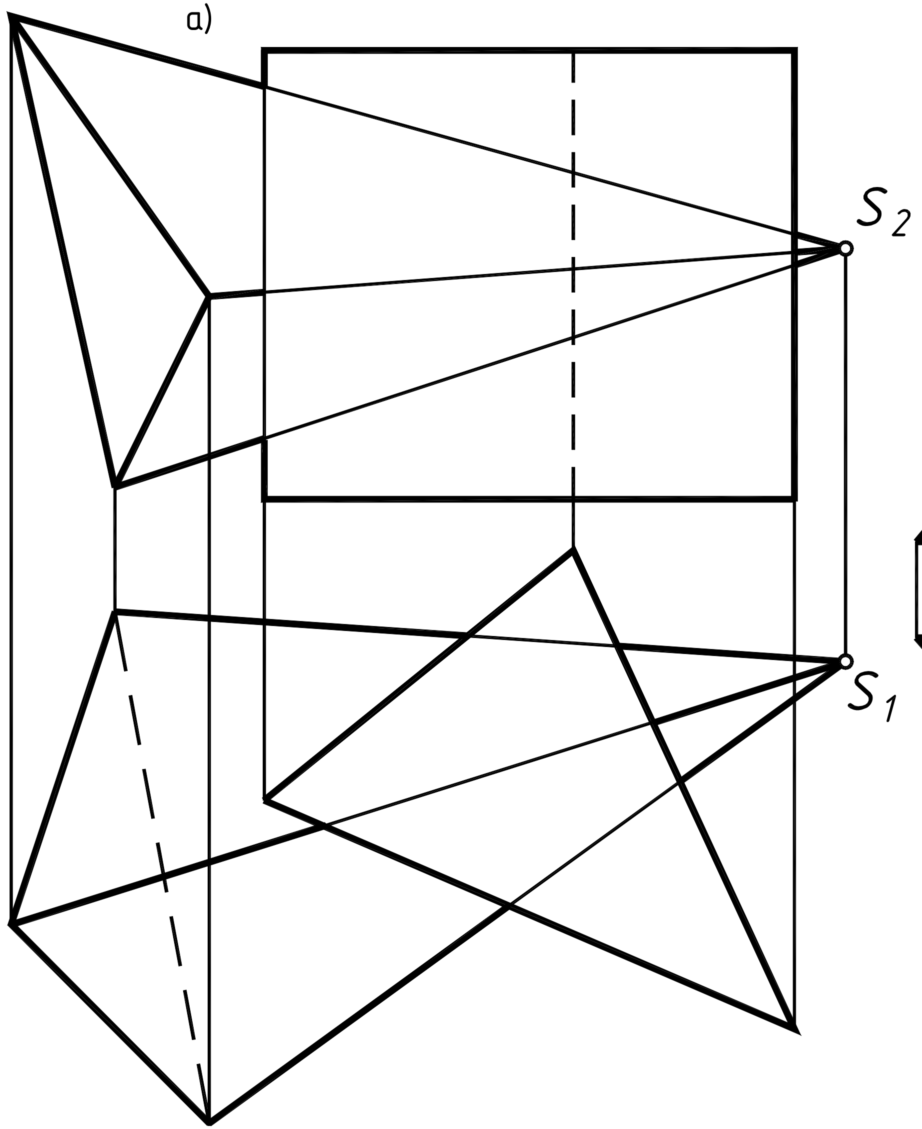
4. Определять промежуточные точки нет необходимости.

5. Вершины ломаной линии, которые принадлежат одной паре пересекающихся граней пирамиды и призмы, соединяем отрезками прямых с учетом видимости. Видимыми относительно той или иной плоскости проекций считаются те участки ломаной, которые являются линией пересечения двух видимых относительно этой плоскости проекций граней многогранников.

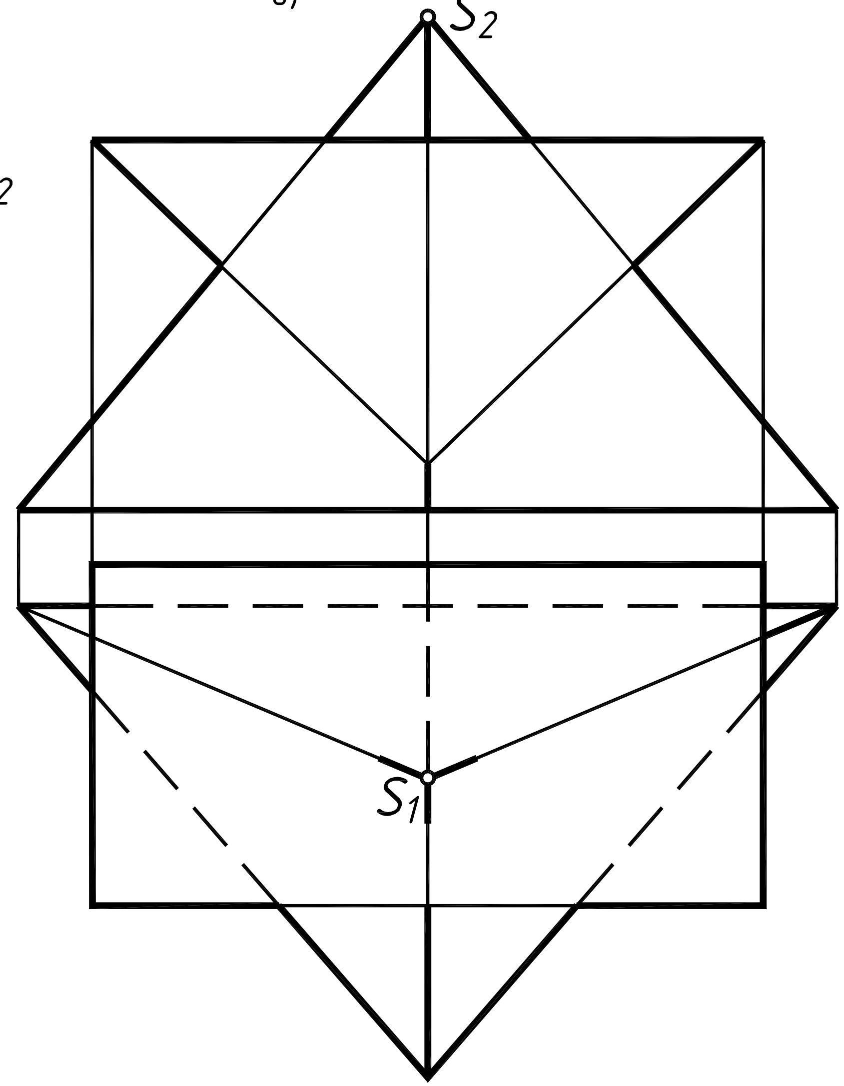
Участки 6_1–8_1–9_1 и 7_1–10_1 ломаной на $П_1$ невидимы, так как являются результатом пересечения невидимой грани призмы с поверхностью пирамиды.

50. Построить линию пересечения многогранников. Определить видимость.

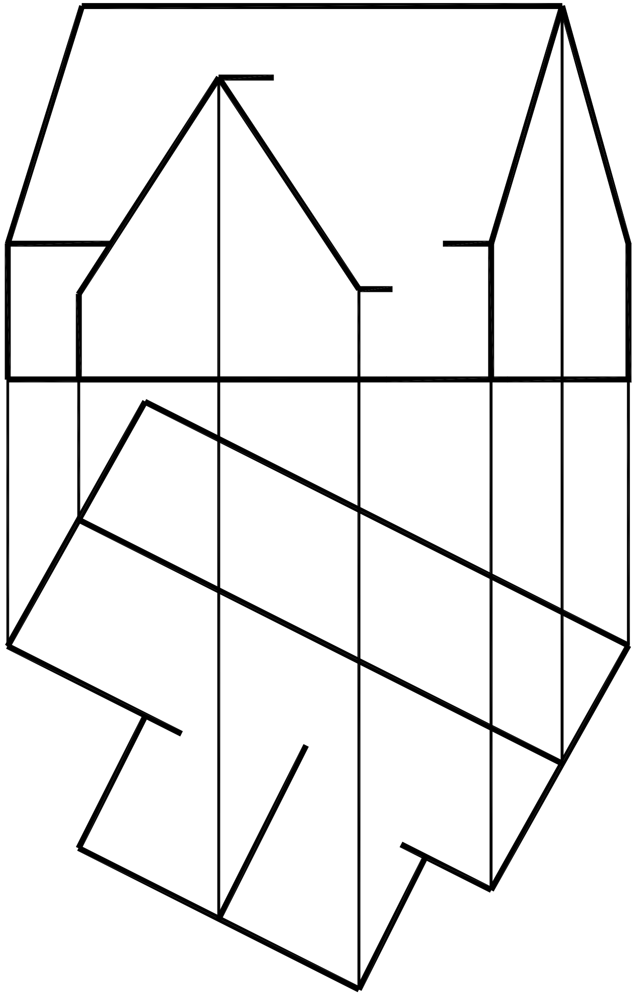
а)



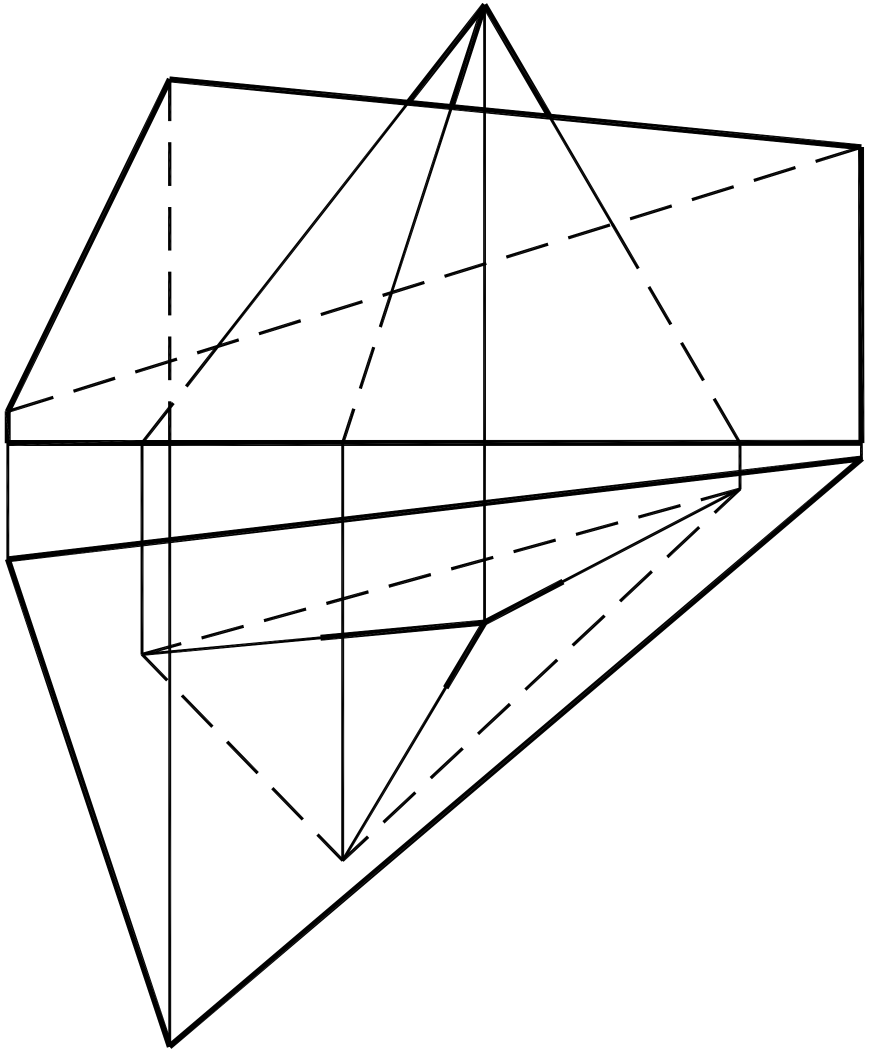
б)



в)



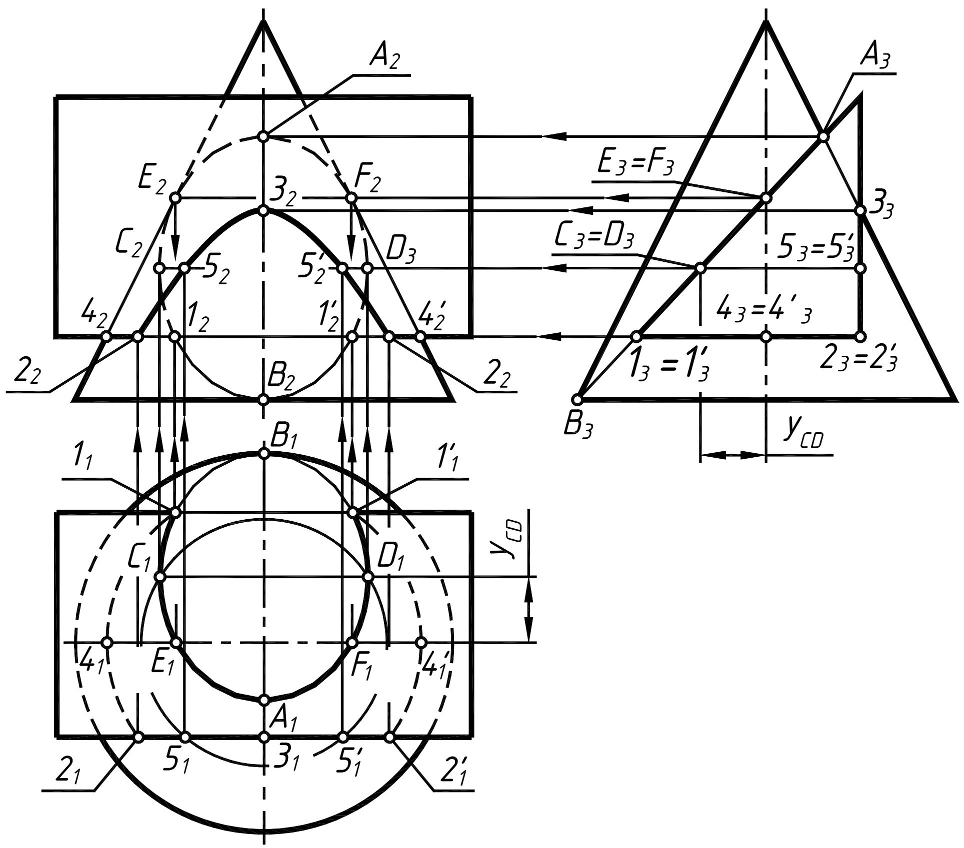
г)



9.2. Построение линии пересечения многогранной и кривой поверхностей

Линия пересечения кривой и многогранной поверхностей является совокупностью нескольких плоских кривых, каждая из которых – результат пересечения кривой поверхности с одной из граней многогранника. Эти плоские кривые попарно пересекаются в точках пересечения ребер многогранника с кривой поверхностью.

Задача. Построить линию пересечения призмы и конуса. Определить видимость.



1) Задана кривая поверхность (конус) и многогранная (призма). Случай <u>врезки</u>. <u>Призма занимает проецирующее положение относительно $П_3$</u>.

2) Проекция линии пересечения совпадает с профильным очерком призмы в пределах очерка конуса. Линия пересечения состоит из частей эллипса (точки ***1, C, E, A, F, D, 1'***), окружности (***1, 4, 2, 2', 4', 1'***) и гиперболы (***2, 5, 3, 5', 2'***), которые пересекаются в точках на ребрах призмы (***1, 1', 2*** и ***2'***).

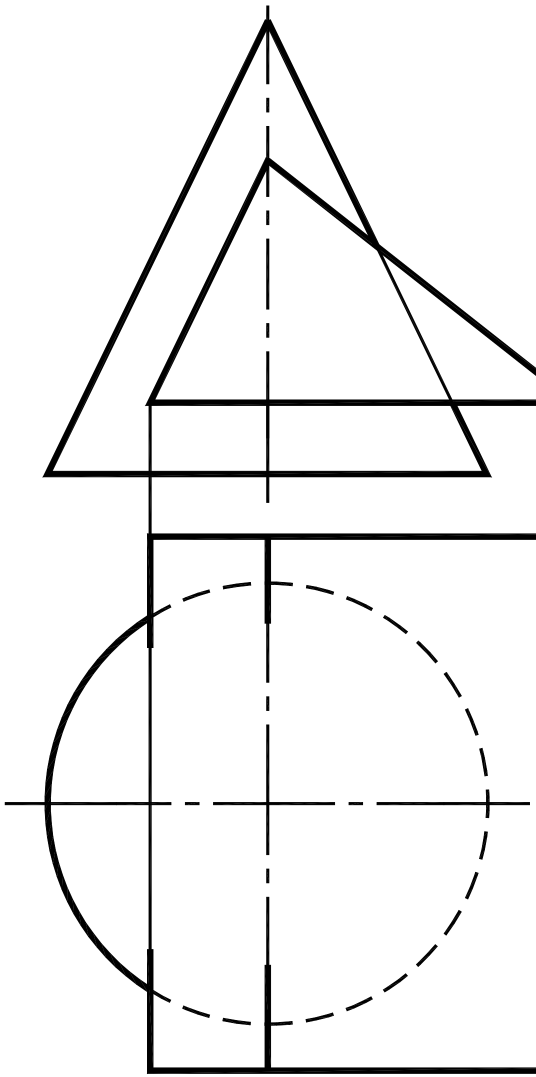
3) Опорные точки: на ребрах призмы (***1, 1', 2*** и ***2'***), высшая и низшая точки эллипса ***A*** и ***B***, точки ***C*** и ***D*** ограничивают малую ось эллипса, очерковые – ***3, E, F, 4, 4'***.

4) Промежуточные точки ***5*** и ***5'*** для построения гиперболы. Все точки найдены из условия их принадлежности поверхности конуса.

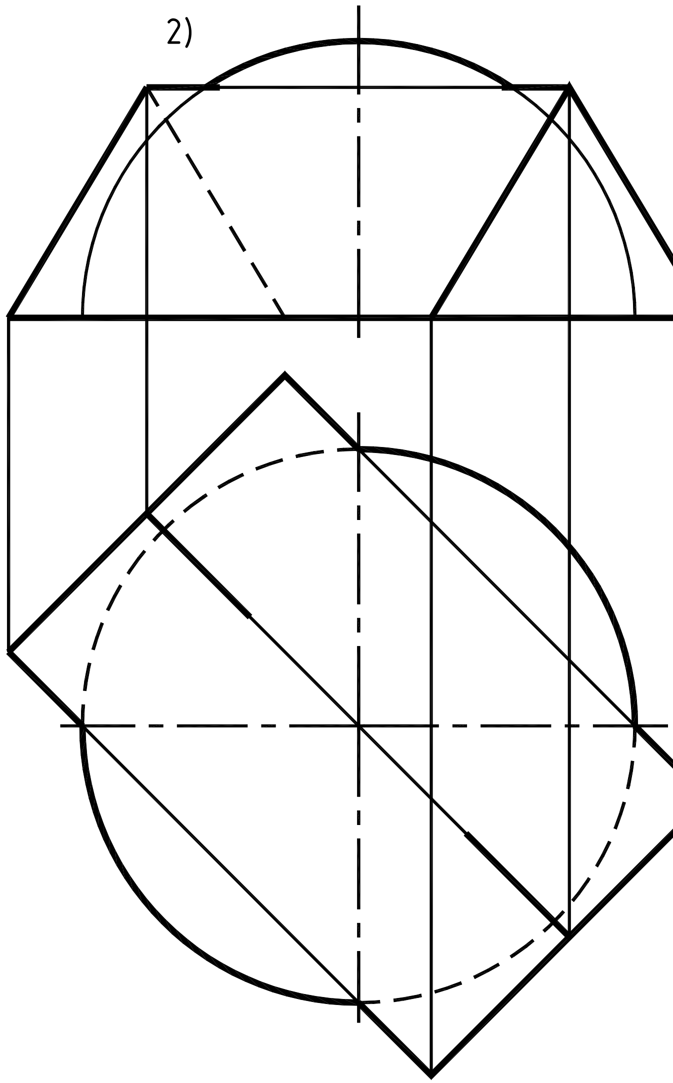
5) полученные точки соединим плавными кривыми с учетом видимости. Эллипс на $П_2$ не виден, так как принадлежит невидимой грани призмы.

51. Построить линии пересечения многогранных и кривых поверхностей. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

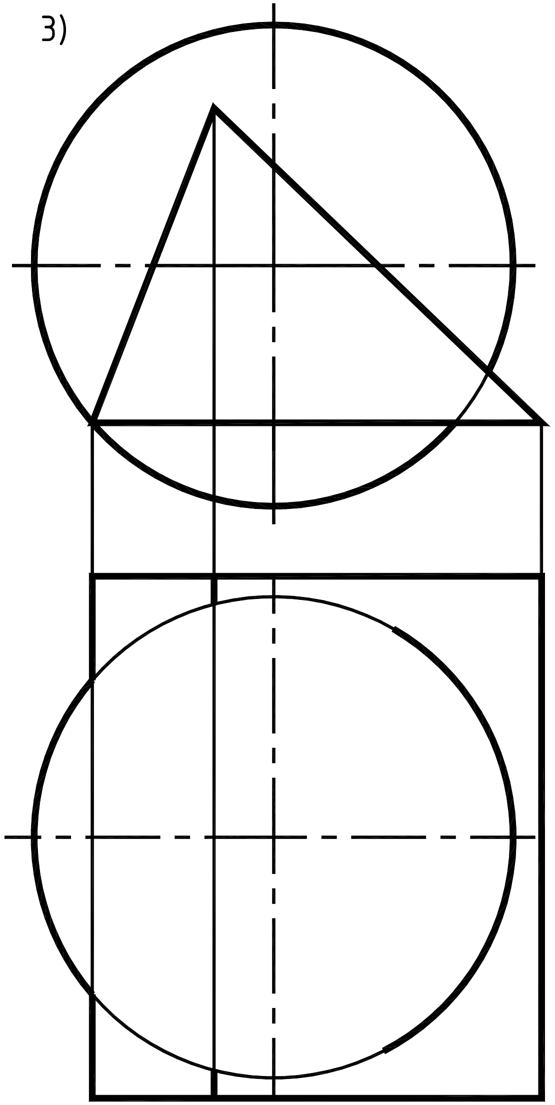
1)



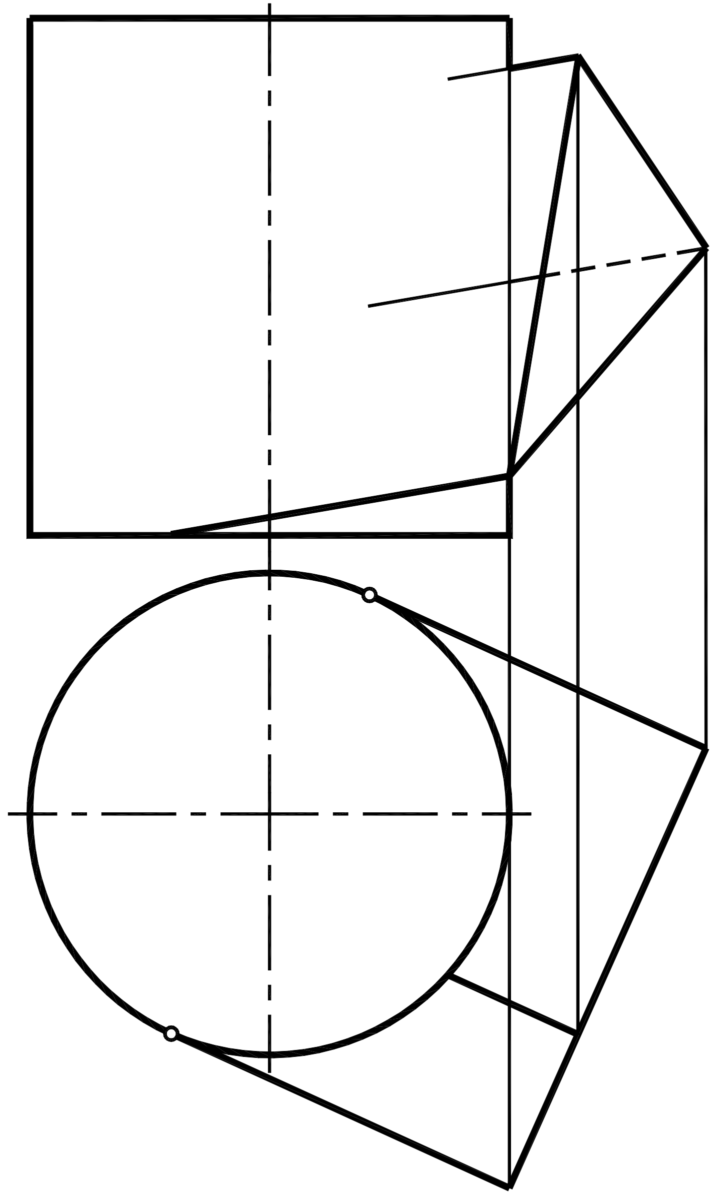
2)



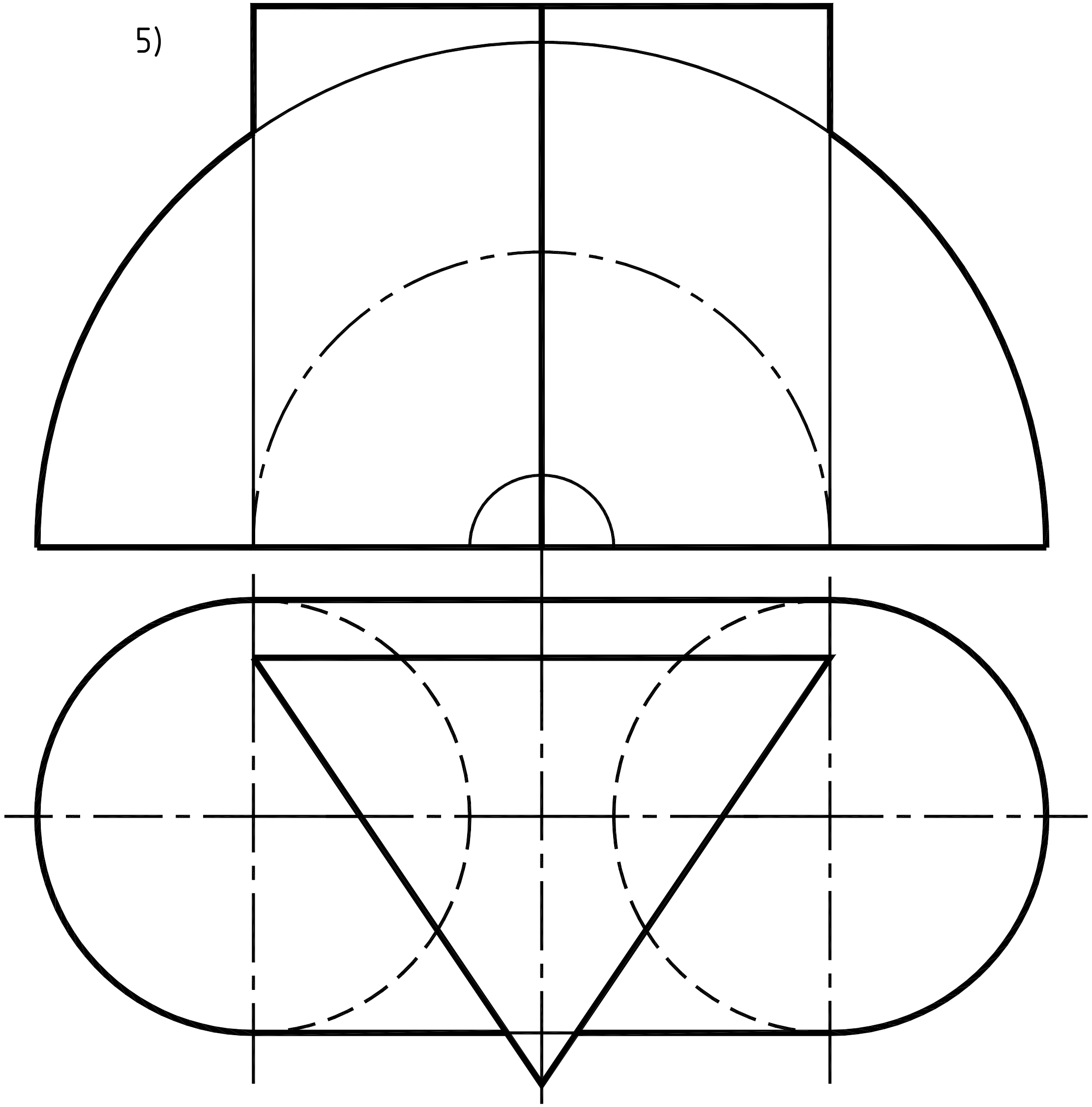
3)



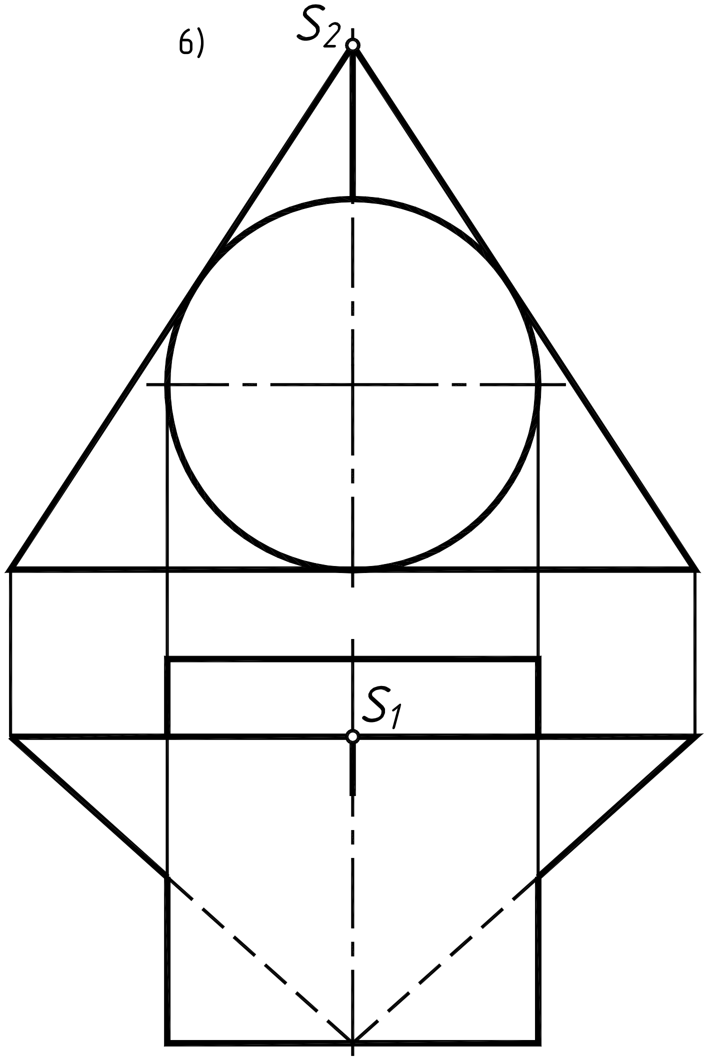
4)



5)

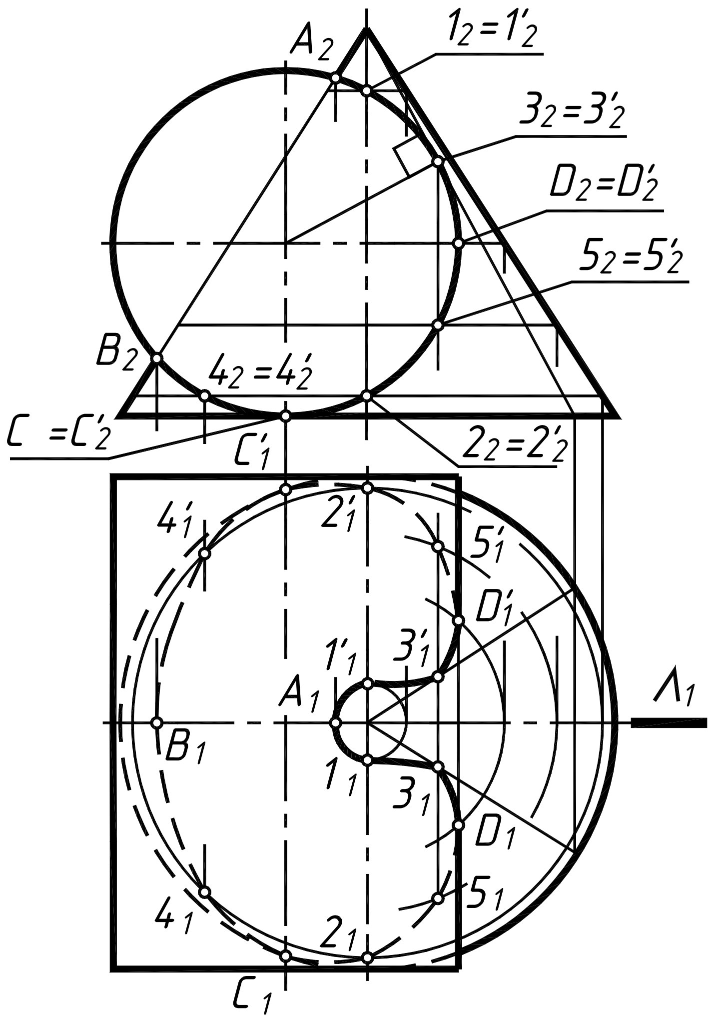


6)



9.3. Построение линии пересечения кривых поверхностей

Линия пересечения двух кривых поверхностей в общем случае (случай врезки) представляет собой пространственную кривую, которая может распадаться на две или более части (случай проницания). Опорные точки: экстремальные и очерковые. Экстремальные точки находят с помощью общей плоскости симметрии заданных поверхностей. Точки линии пересечения (опорные и промежуточные) находим из условия принадлежности (если одна из заданных поверхностей является проецирующей), или с помощью вспомогательных поверхностей.



Задача. Построить линию пересечения конуса и цилиндра.

1) Заданы кривые поверхности. Случай врезки. Цилиндр занимает проецирующее положение на фронтальной плоскости проекций.

2) Линия пересечения – пространственная замкнутая кривая, фронтальная проекция которой совпадает с проекцией цилиндра на $П_2$ в пределах очерка конуса.

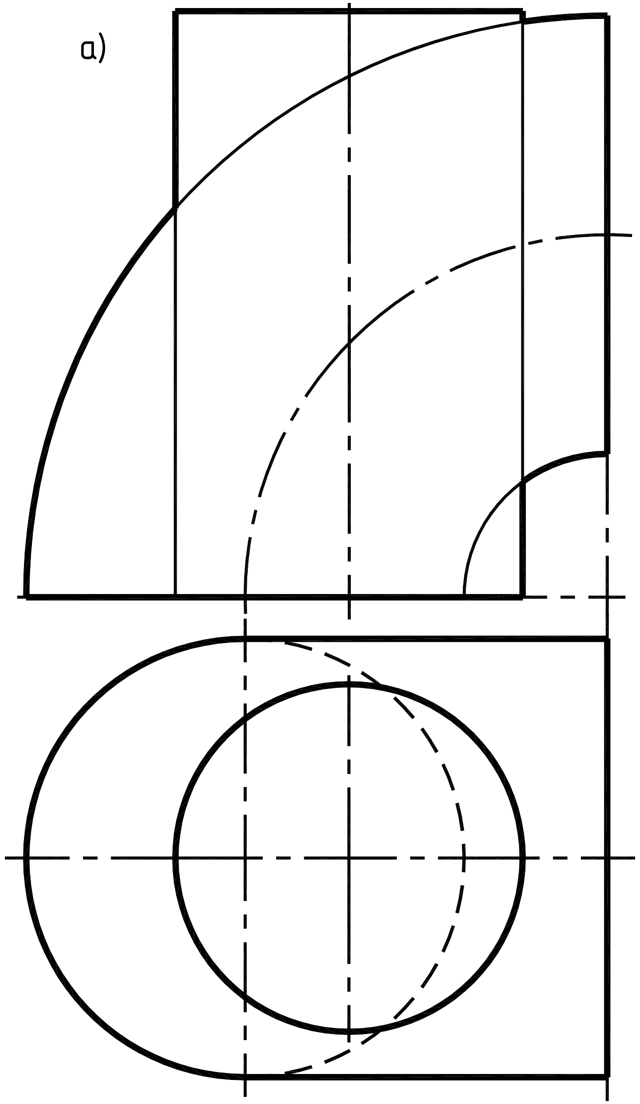
3) Опорные точки: ***A***, ***C*** и ***C'*** являются экстремальными относительно $П_1$: ***A*** – высшая точка, ***C*** и ***C'*** – низшие. ***D*** и ***D'*** – очерковые (точки смены видимости относительно $П_1$). Точки ***1***, ***1'*** и ***2***, ***2'*** – очерковые относительно $П_3$. Точки ***3*** и ***3'*** – точки касания образующих конуса и цилиндра также являются экстремальными.

4) Промежуточные точки ***4***, ***4'*** и ***5***, ***5'***. Опорные и промежуточные точки найдены по принципу принадлежности точки поверхности конуса (с помощью параллелей).

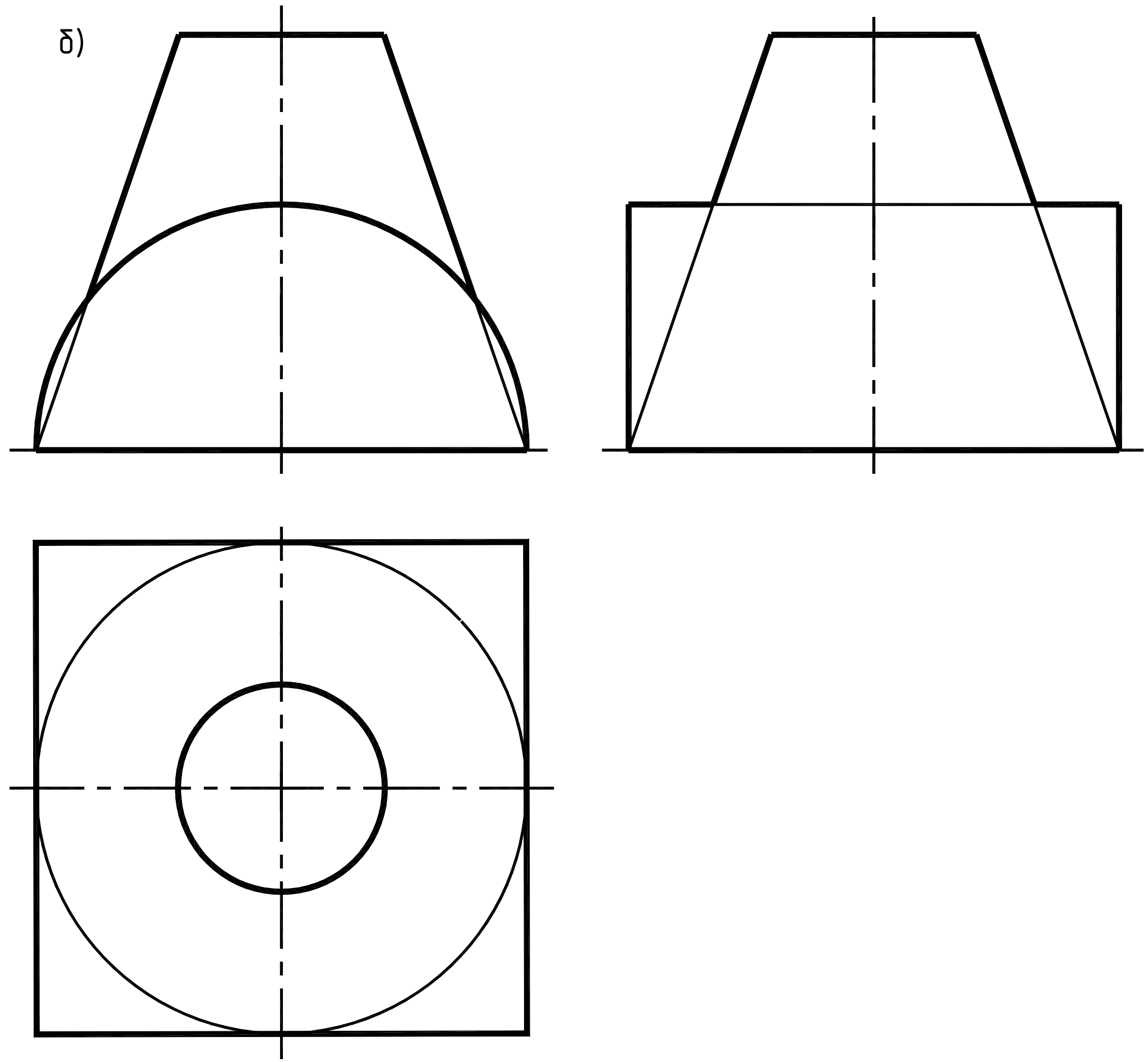
5) Соединив полученные точки плавной кривой с учетом видимости, получим горизонтальную проекцию линии пересечения заданных поверхностей.

52. Построить линии пересечения кривых поверхностей. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

а)

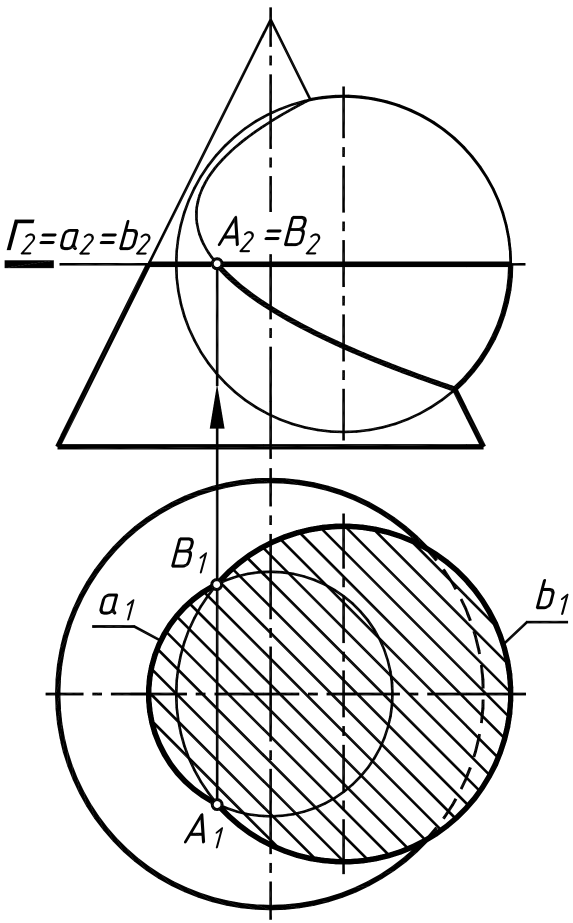


б)



9.3.1. Построение линии пересечения поверхностей методом вспомогательных секущих плоскостей

В общем случае для построения линии пересечения кривых поверхностей применяют способ вспомогательных секущих плоскостей. Положение этих плоскостей выбирают таким образом, чтобы они при пересечении с каждой поверхностью давали бы плоские срезы, ограниченные окружностями или прямыми (рис. 14).



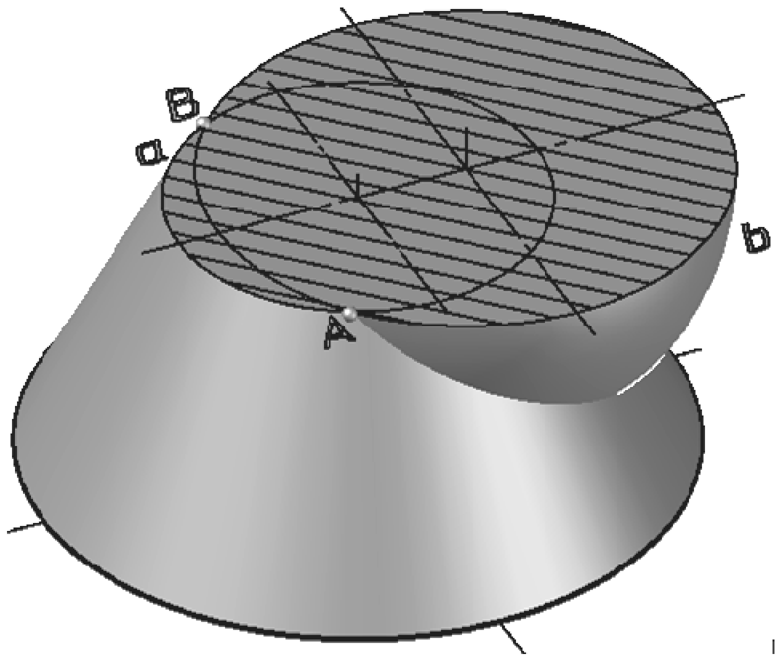
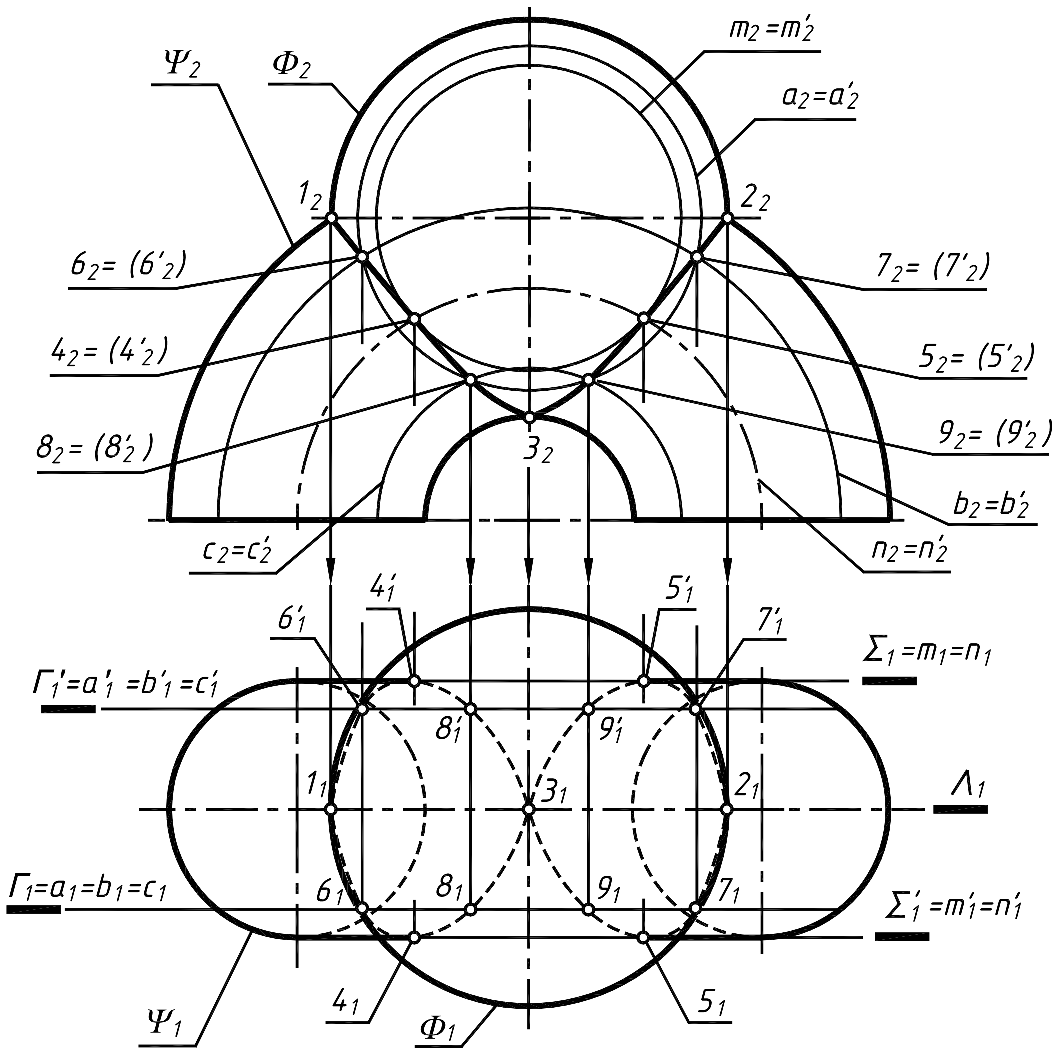


Рис.14

Задача. Построить проекции линии пересечения поверхностей сферы (**Φ**) и тора (**Ψ**). Определить видимость.



1) заданы две поверхности вращения. Случай проницания. Проецирующих поверхностей нет.

2) Линия пересечения – пространственная замкнутая кривая, состоящая из кривых: ***1, 6, 4, 8, 3, 8′, 4′, 6, 1*** и ***2, 7, 5, 9, 3, 9′, 5′, 7′, 2***, имеющих общую точку *3*.

3) Опорные точки: ***1, 2, 3*** – экстремальные, найдены с помощью общей плоскости симметрии **Λ**; очерковые относительно Π_1 точки ***4, 4′, 5, 5′*** определены с помощью плоскостей **Σ** и **Σ'**.

4) Промежуточные точки: ***6, 6′, 7, 7′, 8, 8′*** (как и опорные) найдены по алгоритму:

1) $\Gamma \cap \Phi \wedge \Gamma \cap \Psi$, $\Gamma \parallel \Pi_2$;

2) $\Gamma \cap \Phi = a$ (окружность),

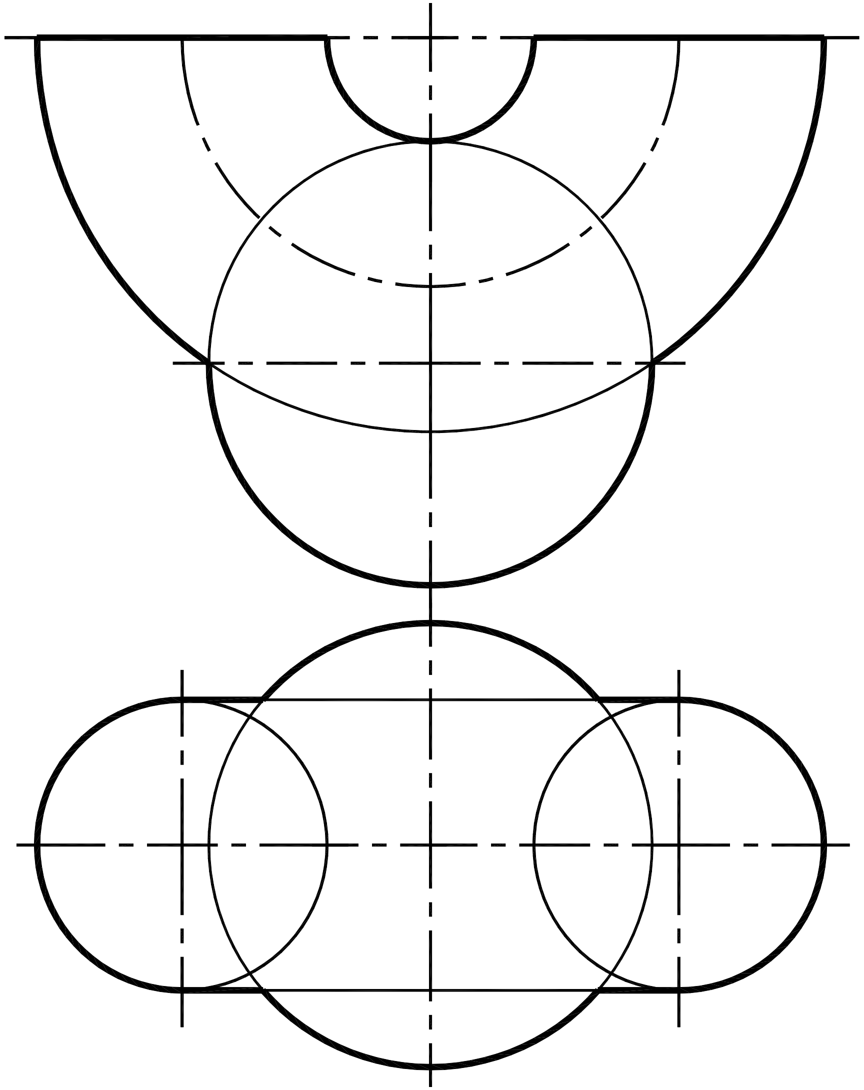
$\Gamma \cap \Psi = b$ (окружность);

3) $a \cap b = 6, 7, 8, 9$.

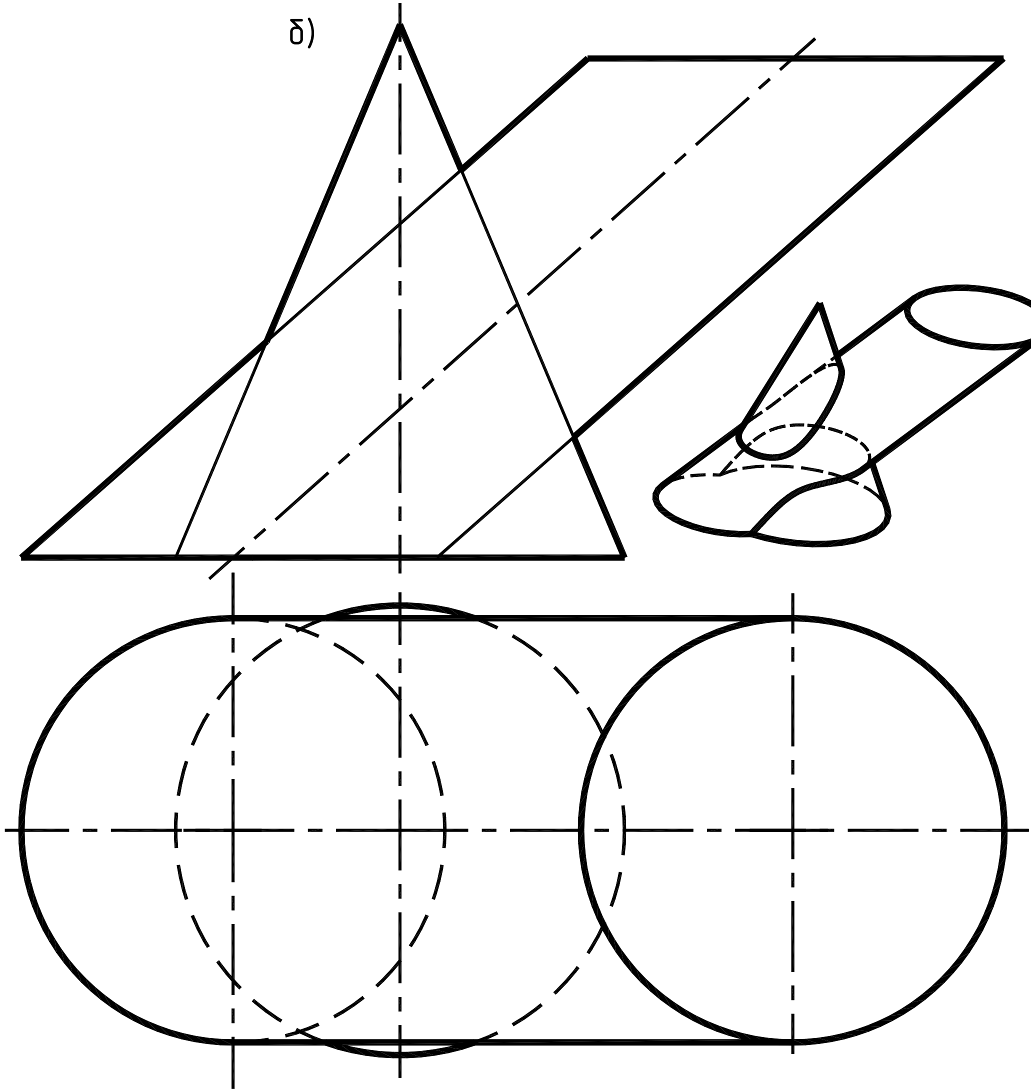
5) Найденные точки соединены плавными кривыми с учетом видимости. На Π_1 проекция линии пересечения не видима. Виден очерк сферы.

53. Построить линии пересечения кривых поверхностей. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

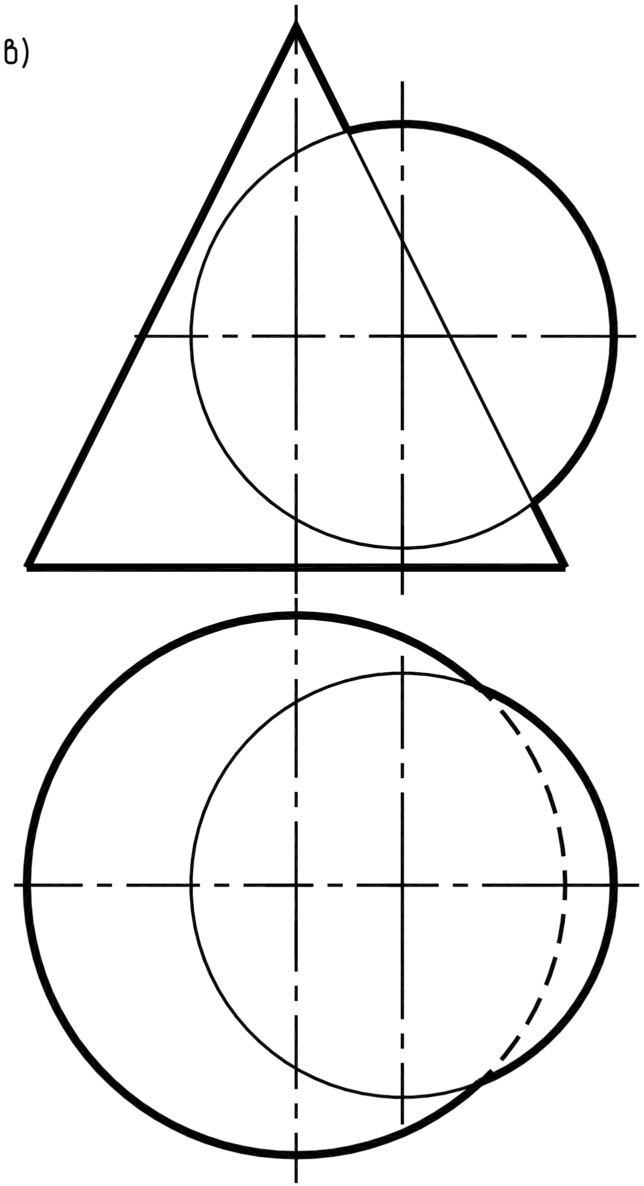
а)

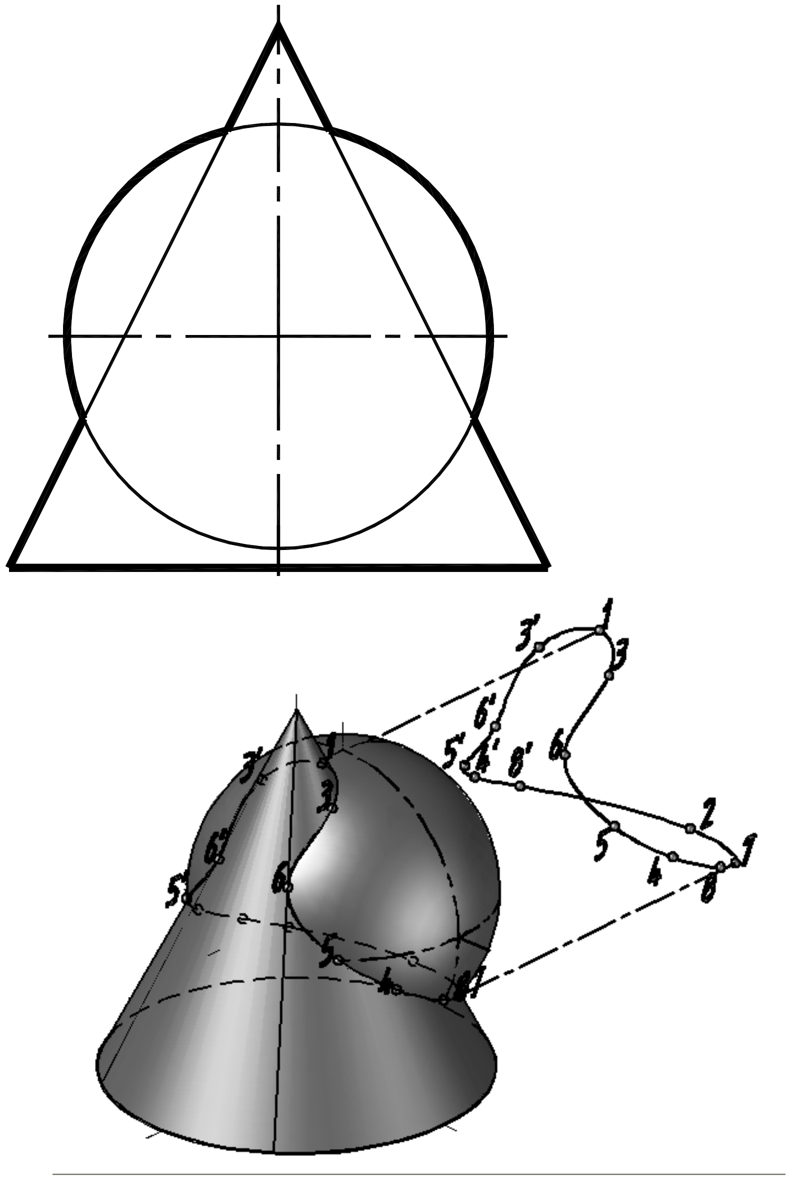


б)



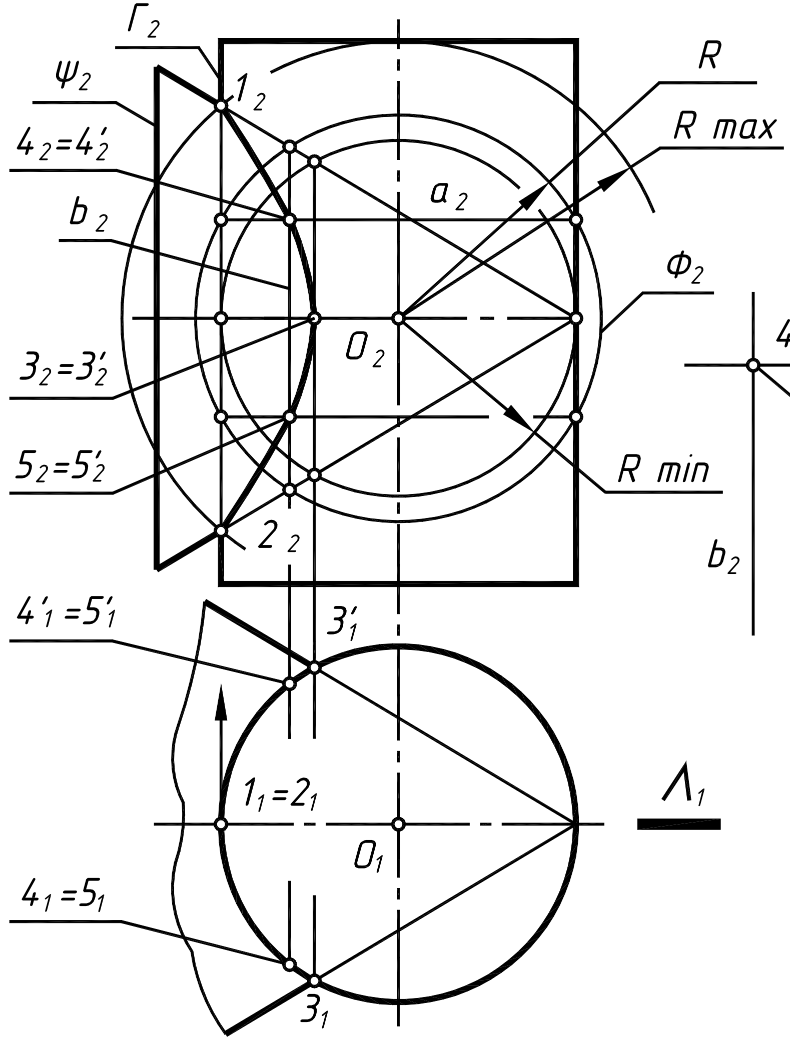
в)

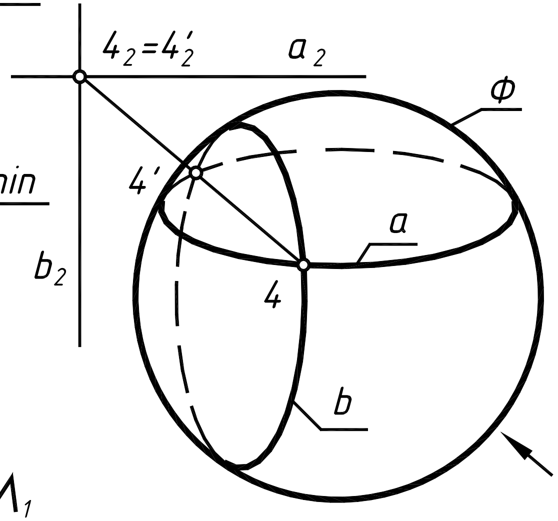




9.3.2. Построение линии пересечения поверхностей способом вспомогательных концентрических сфер

Задача. Построить проекции линии пересечения поверхностей цилиндра (***Г***) и конуса (***Ψ***). Определить видимость.





1) Заданы две поверхности вращения. Оси поверхностей пересекаются. Имеется общая плоскость симметрии ***Λ***, параллельная $П_2$. Проекция лини пересечения на $П_1$ совпадает с очерком цилиндра в пределах очерка конуса.

2) Линия пересечения – пространственная замкнутая кривая *1, 4, 3, 5, 2, 5', 3', 4', 1.*

3) Опорные точки: *1, 2,* – экстремальные, найдены с помощью общей плоскости симметрии ***Λ.*** Очерковые относительно $П_1$ точки ***3 и 3'*** определены из условия принадлежности очерковым образующим.

4) Промежуточные точки: ***4, 4', 5, 5'*** найдены с помощью вспомогательной сферы (***Ф***) с центром в точке ***О***, соосной с заданными поверхностями, по алгоритму:

а) ***Ф*** (***О***, Rmin< R< Rmax), ***Ф*** – сфера;

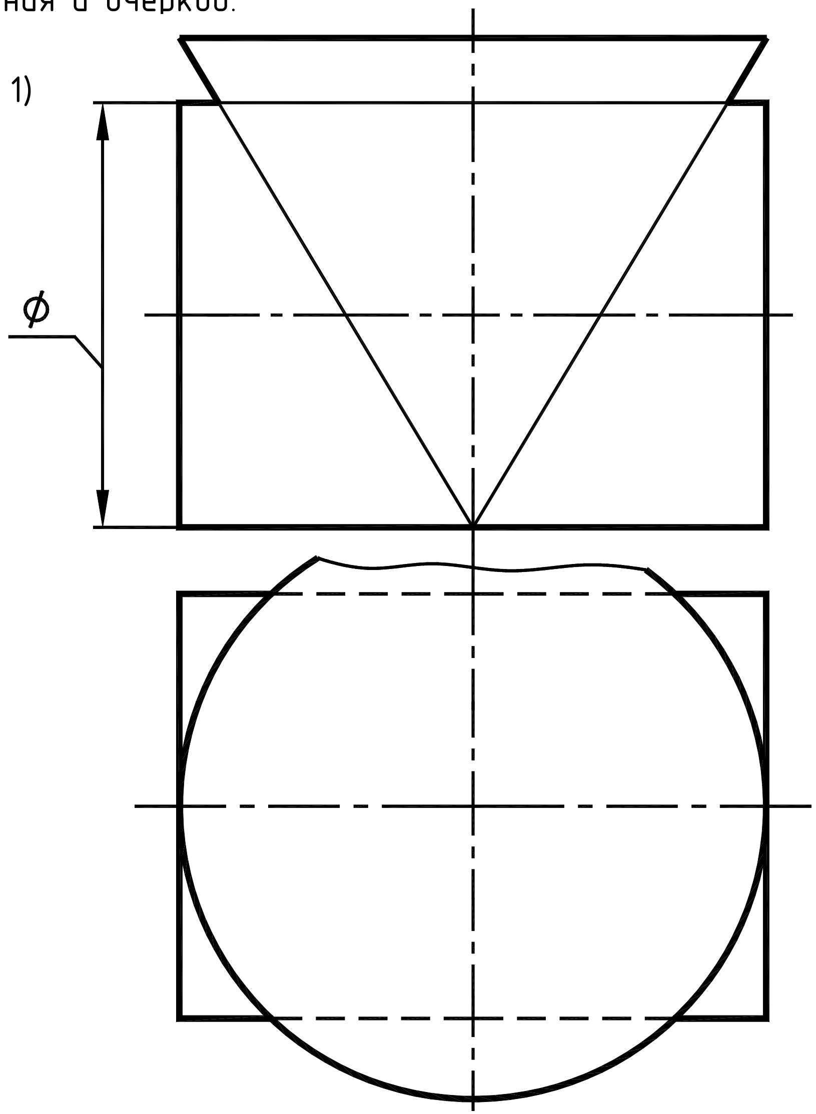
б) $\boldsymbol{Ф} \cap \boldsymbol{Г} = \boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{Ф} \cap \boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{b}$

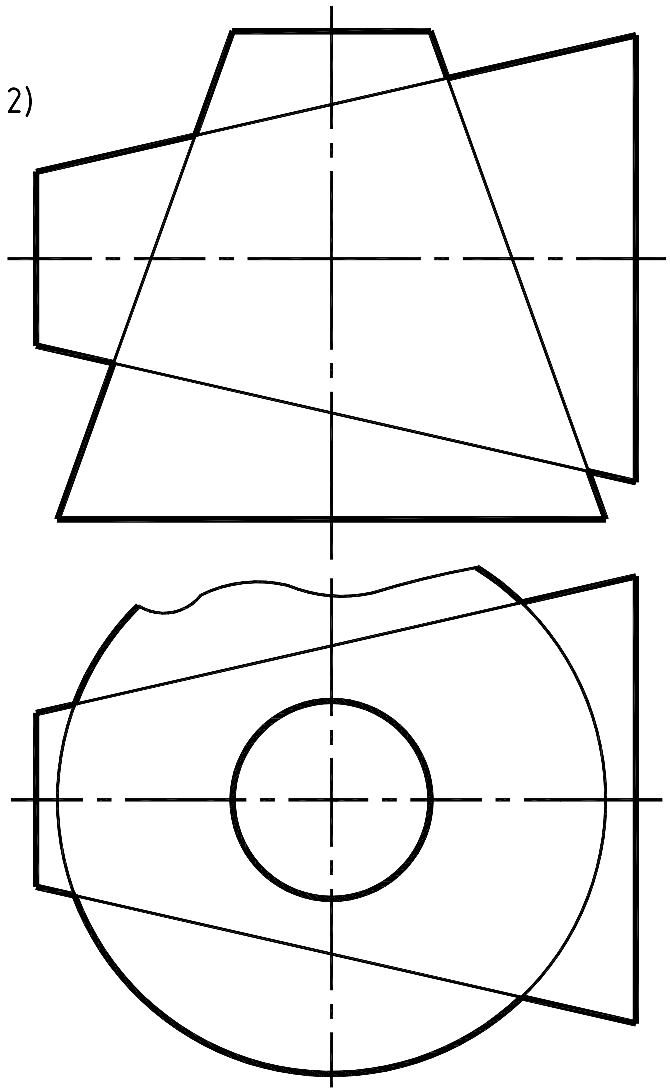
a, b – окружности;

в) $\boldsymbol{a} \cap \boldsymbol{b} = \boldsymbol{4},\ \boldsymbol{4'}$.

5) Найденные точки соединены плавной кривой с учетом видимости.

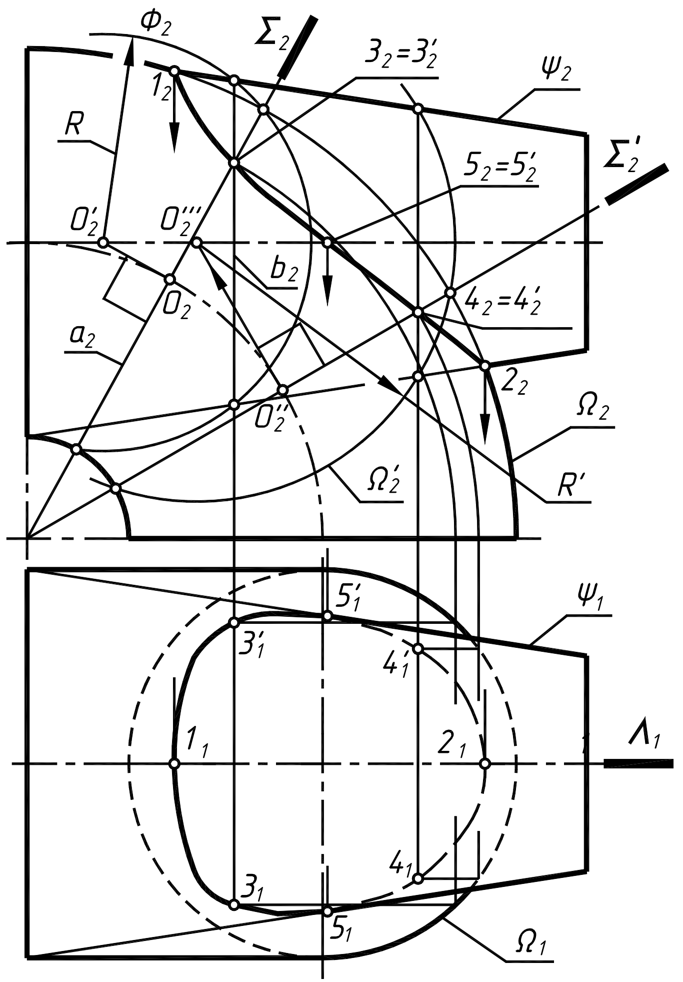
54. Построить линии пересечения заданных поверхностей вращения. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков.

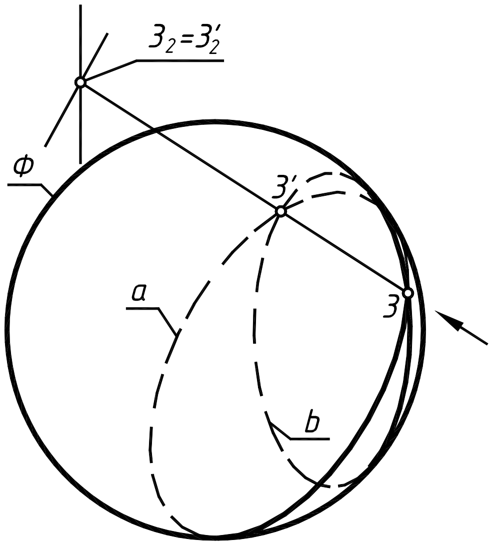




9.3.3. Способ вспомогательных эксцентрических сфер

Задача. Построить проекции линии пересечения поверхностей тора (**Ω**) и конуса (**Ψ**). Определить видимость.





1) Заданы две поверхности вращения. Оси поверхностей не пересекаются. Имеется общая плоскость симметрии **Λ**, параллельная Π_2.

2) линия пересечения – пространственная замкнутая кривая *1, 3, 5, 4, 2, 4', 5', 3', 1*.

3) Опорные точки: *1, 2*, – экстремальные, найдены с помощью общей плоскости симметрии **Λ**. Очерковые относительно Π_1 точки ***5*** и ***5'*** определены из условия принадлежности очерковым образующим конуса после построения проекции линии пересечения на Π_2.

4) Промежуточные точки: *3, 3', 4, 4'* найдены с помощью вспомогательных сфер **Φ** и **Φ'** с центрами в точках ***O'*** и ***O'''***, соосных с конусом **Ψ**, содержащих окружности с центрами в точках ***O*** и ***O''***, принадлежащих тору **Ω**, по алгоритму:

а) Φ (O', R), – сфера;

б) $\Phi \cap \Omega = a \wedge \Phi \cap \Psi = b$

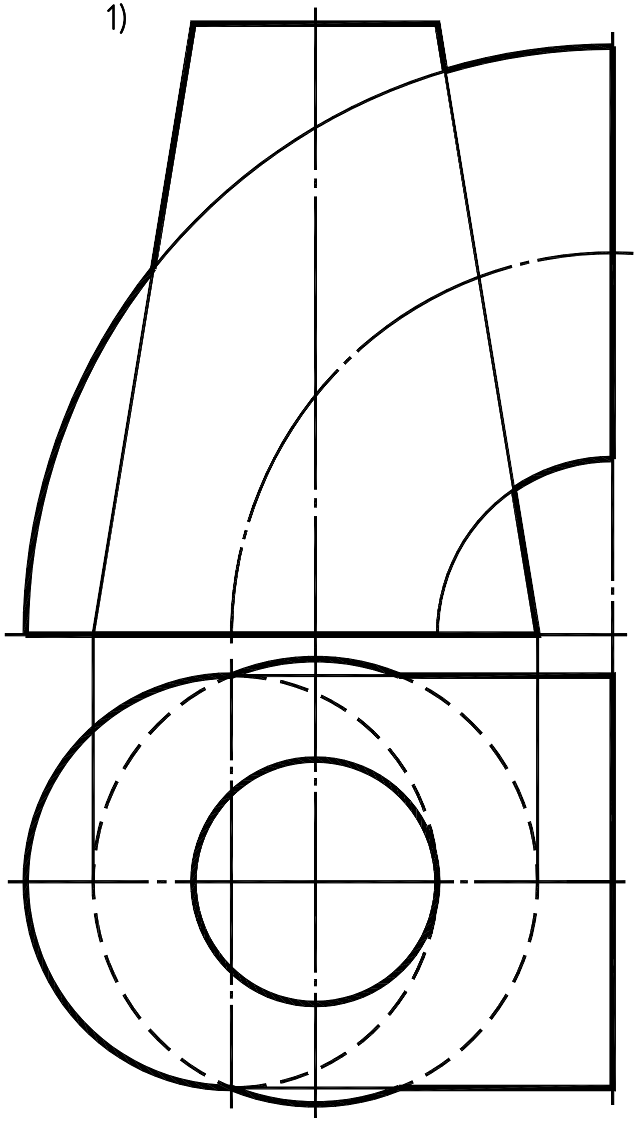
a, b – окружности;

в) $a \cap b = 3, 3'$.

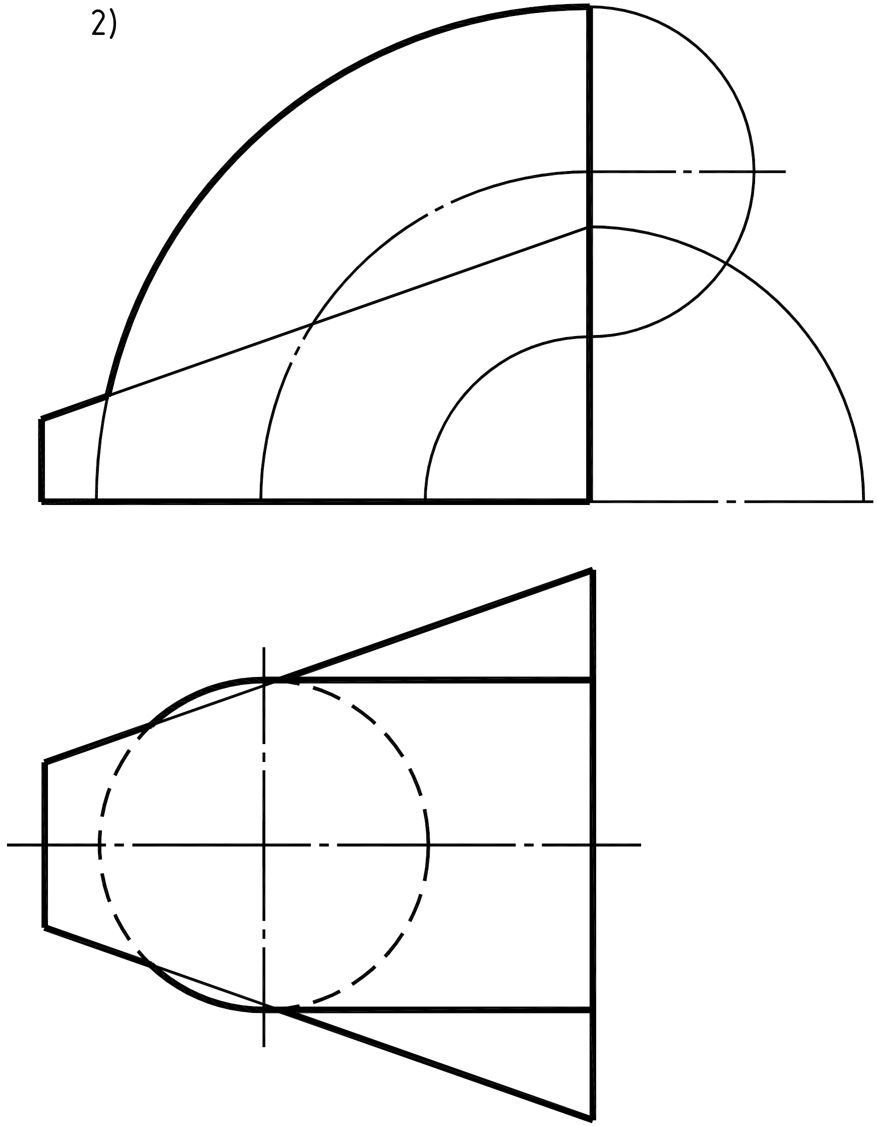
5) Найденные точки соединены плавной кривой с учетом видимости.

55. Построить линии пересечения заданных поверхностей вращения. Определить видимость.

1)



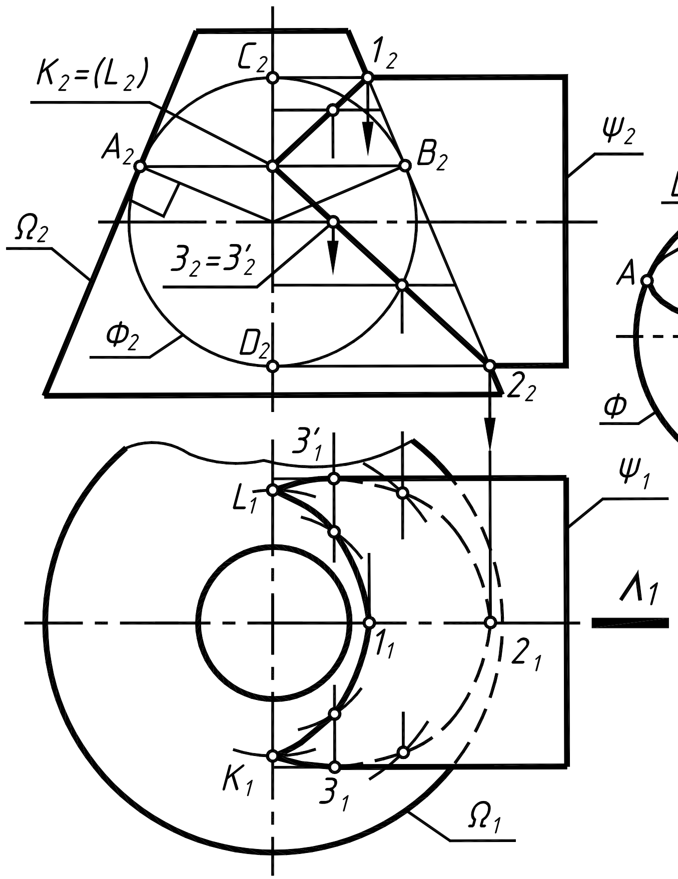
2)

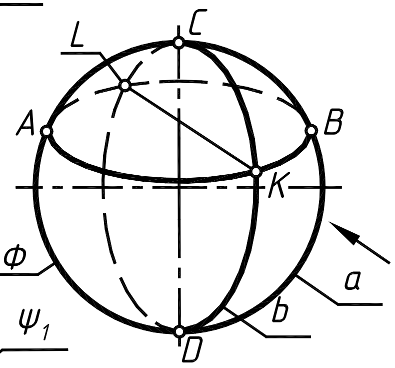


9.3.4. Особые случаи пересечения кривых поверхностей

Теорема Монжа. Если две поверхности второго порядка описаны вокруг сферы (или вписаны в нее), то линия их пересечения распадается на две плоские кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки пересечения линий касания.

Задача. Построить линию пересечения конуса и цилиндра, описанных вокруг сферы. Определить видимость.





1) Заданы две поверхности вращения, описанные вокруг сферы **Ф**.

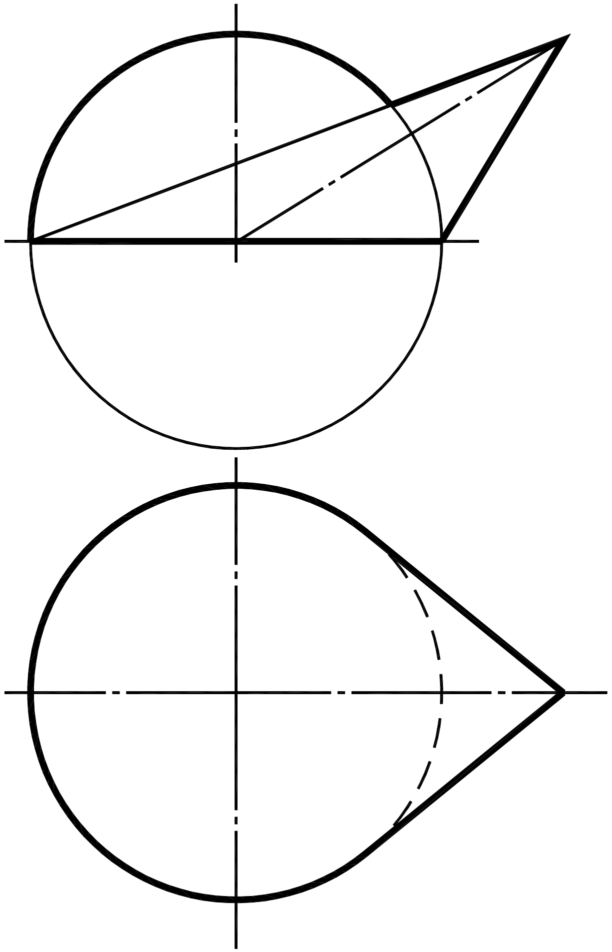
2) На основании теоремы Монжа искомая линия пересечения распалась на две плоские кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую ***K–L***, соединяющую точки пересечения линий ***a*** касания сферы **Ф** и конуса **Ω** и ***b*** – касания сферы **Ф** и цилиндра **Ψ**.

3) Опорные точки. Экстремальные (они же очерковые относительно Π_2) точки ***1*** и ***2*** построены с помощью общей плоскости симметрии **Λ**. Очерковые относительно Π_1 точки ***3*** и ***3'*** определены из условия принадлежности горизонтальным очерковым образующим цилиндра после построения проекции линии пересечения на Π_2.

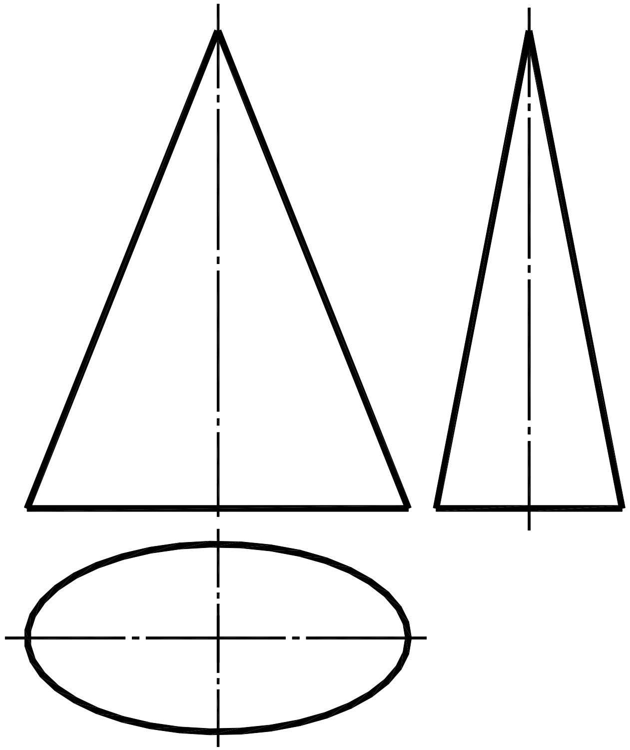
4) Промежуточные точки линии пересечения найдены из условия принадлежности их поверхности конуса **Ω** на соответствующих параллелях.

5) Найденные точки соединены плавной кривой с учетом видимости. Точки ***3*** и ***3'*** на Π_1 являются точками смены видимости.

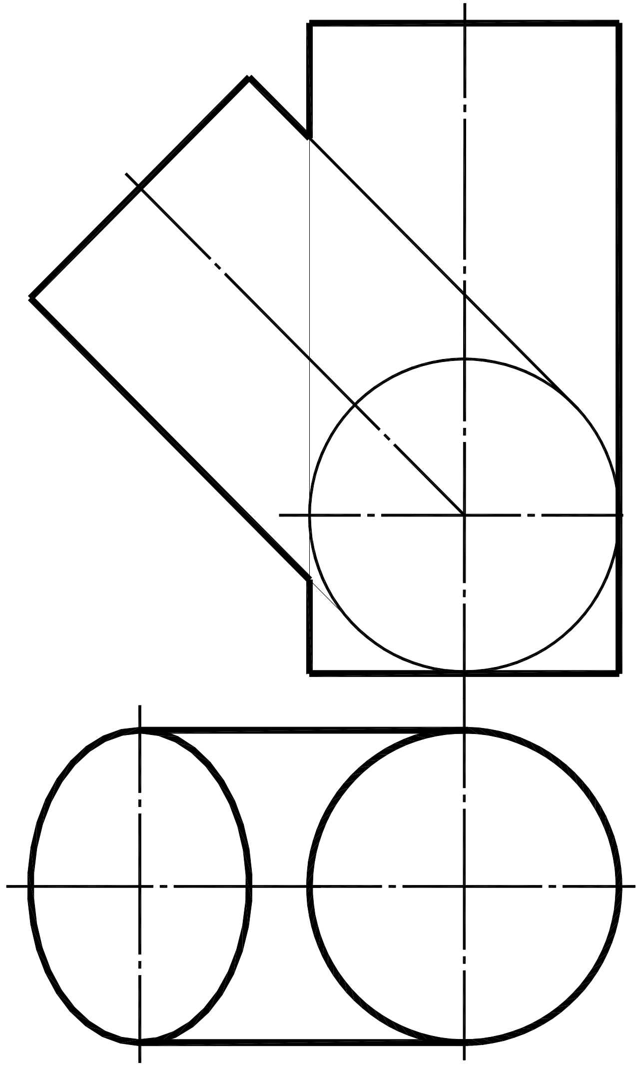
56. Построить линию пересечения полусферы и конуса



57. Найти семейство круговых сечений

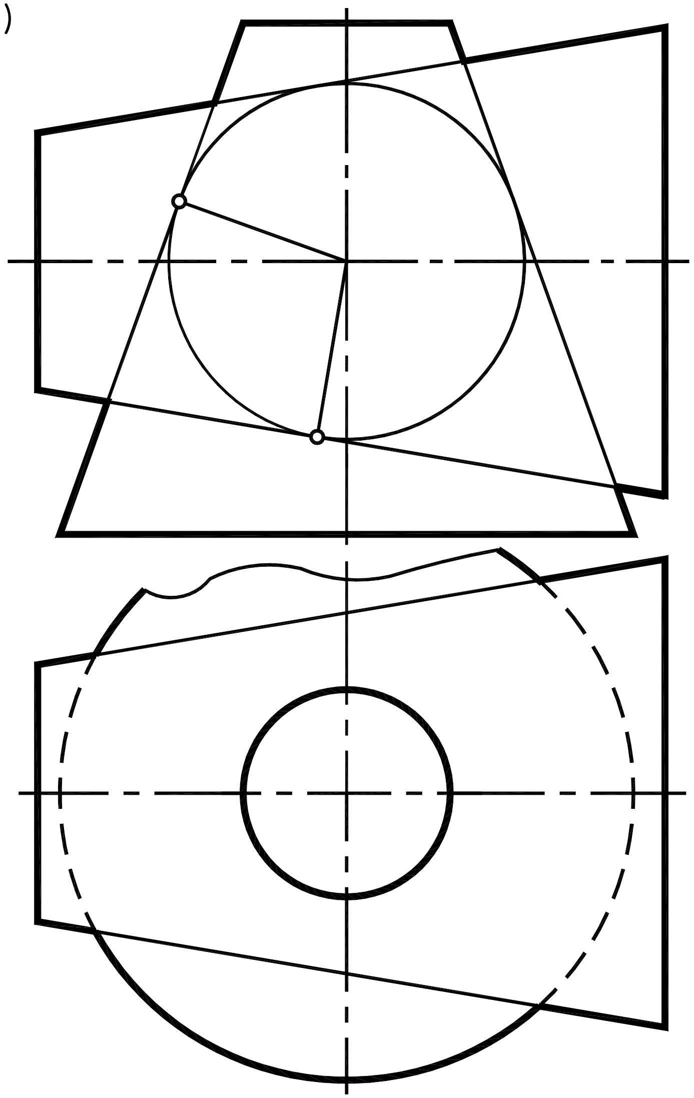


58. Построить линию пересечения цилиндров

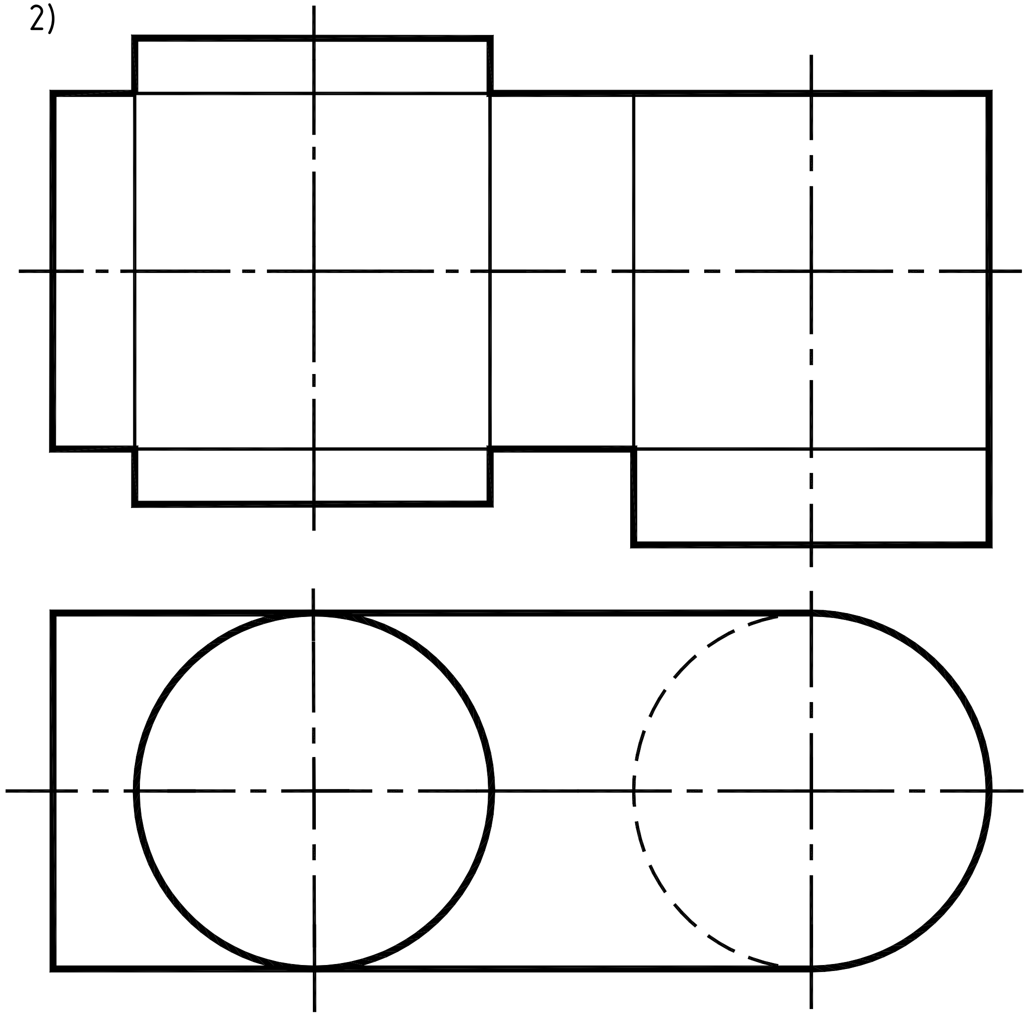


59. Построить линии пересечения заданных поверхностей вращения. Определить видимость.

1)



2)



10. ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПРЯМЫЕ И ПЛОСКОСТИ

Из стереометрии известно, что прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, принадлежащим этой плоскости.

Известно также, что прямая перпендикулярная плоскости, перпендикулярна любой прямой, принадлежащей этой плоскости.

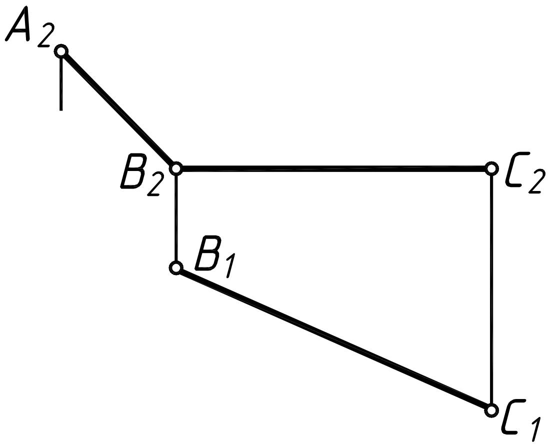
Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой плоскости.

Признаки перпендикулярности прямых и плоскостей на комплексном чертеже дополнены следующими теоремами:

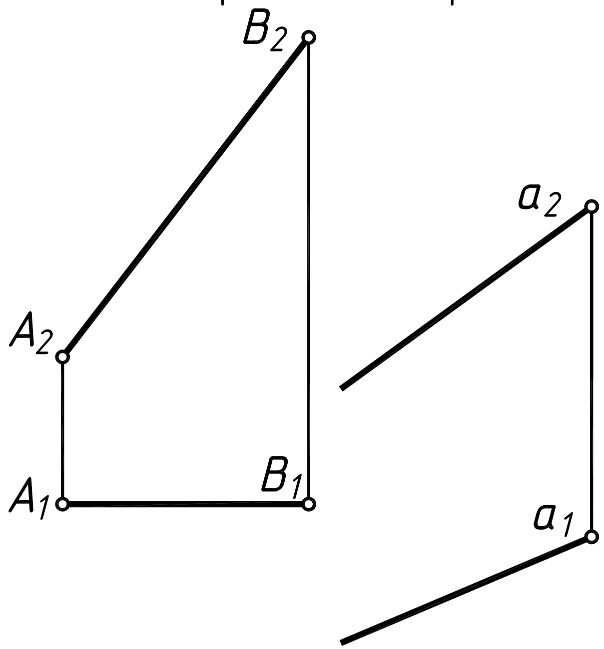
Теорема 1. Если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а другая является прямой общего положения, то прямой угол проецируется на эту плоскость проекций без искажения, т.е. в прямой угол.

Теорема 2. Если прямая перпендикулярна к плоскости в пространстве, то на комплексном чертеже горизонтальная проекция прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали, принадлежащим этой плоскости.

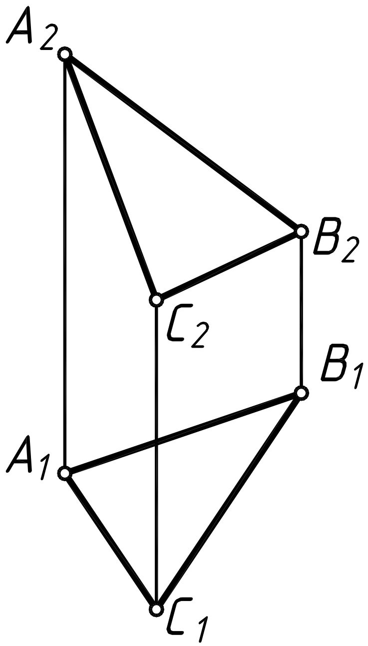
60. Построить прямоугольник *ABCD*.



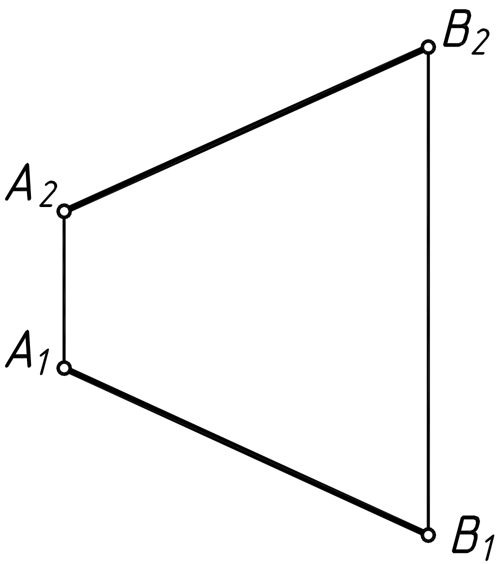
61. Построить равнобедренный треугольник *ABC* с основанием *AB* и вершиной *C* на прямой *a*.



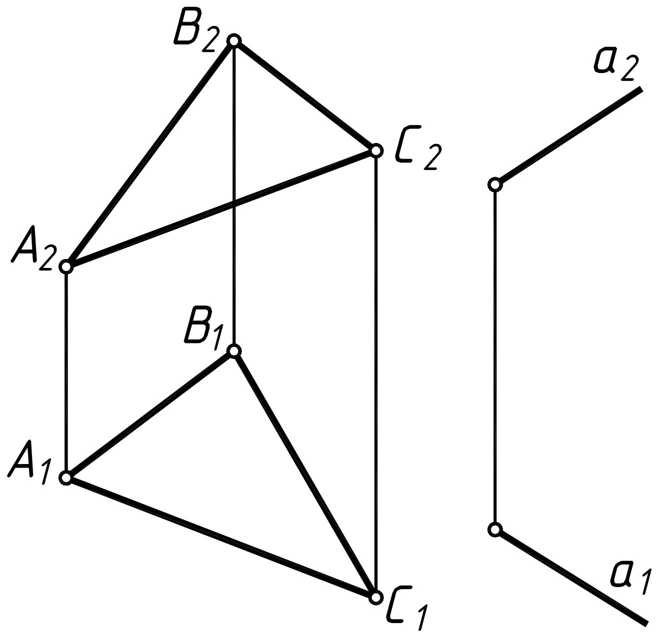
62. Из вершины *B* треугольника *ABC* восстановить перпендикуляр к его плоскости и отложить на нём отрезок длиной 30 мм.



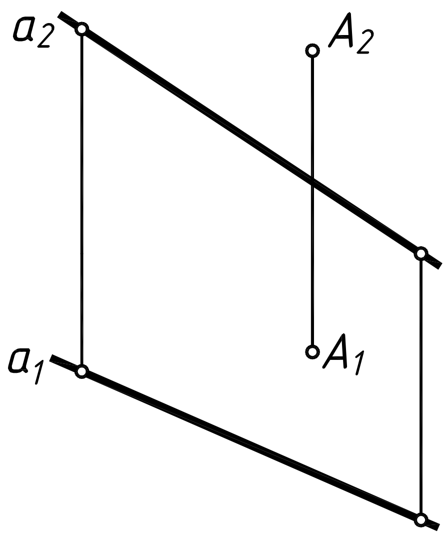
63. Построить множество точек, равноудаленных от концов отрезка *[AB]*.



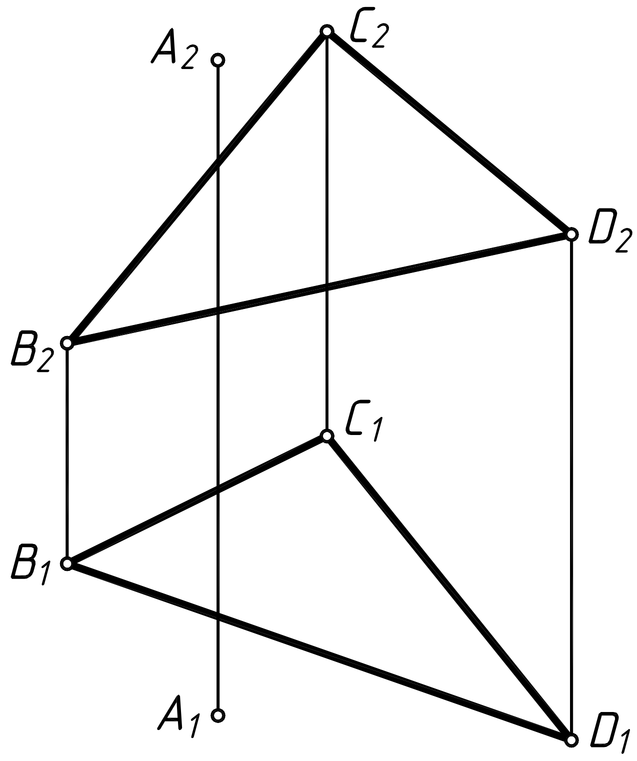
64. Через прямую *a* провести плоскость, перпендикулярную к плоскости *Г(ABC)* общего положения.



65. Способом замены плоскостей проекций построить проекции и определить длину перпендикуляра, опущенного из точки *A* на прямую *a* общего положения.

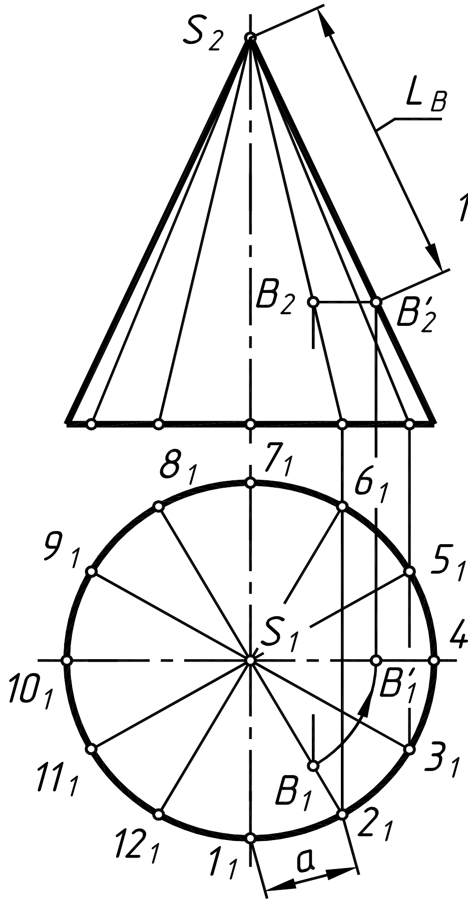


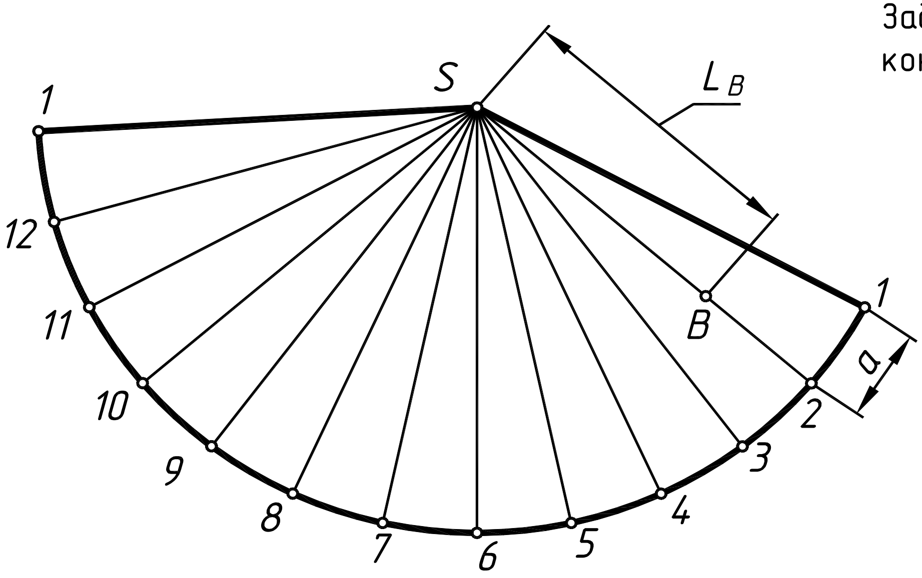
66. Способом замены плоскостей проекций определить расстояние |*AK*| от точки *A* до плоскости **Σ (BCD).** Построить проекции отрезка *[AK]* в системе $П_2/П_1$.



11. РАЗВЕРТКА ПОВЕРХНОСТИ

Плоская фигура, полученная совмещением поверхности с плоскостью без складок и разрывов, называется разверткой поверхности. Между поверхностью и ее разверткой существует взаимно однозначное точечное соответствие. Например, длина участка ***AB*** линии ***k*** на поверхности равна длине участка ***A′B′*** на развертке; прямой линии на поверхности соответствует прямая на развертке. Не всякой прямой на развертке соответствует прямая на поверхности. Если кривой линии на поверхности соответствует прямая на развертке, то эта кривая является геодезической для данной поверхности.





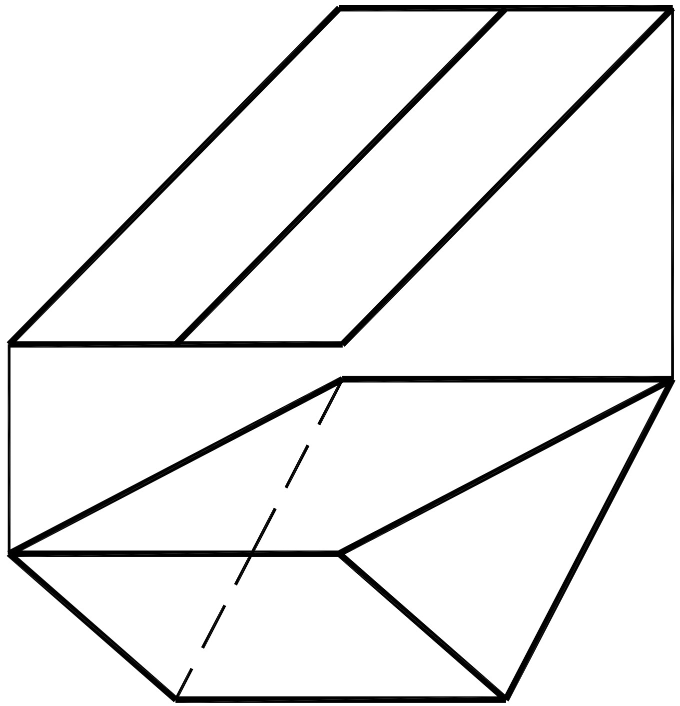
Задача. Построить боковую развертку конуса и нанести на нее точку ***B***.

Делим окружность основания конуса на достаточное количество частей (чем больше, тем точнее развертка), например, на двенадцать. Строим соответствующие образующие конуса. Находим образующую (*S–2*), которой принадлежит точка ***B***.

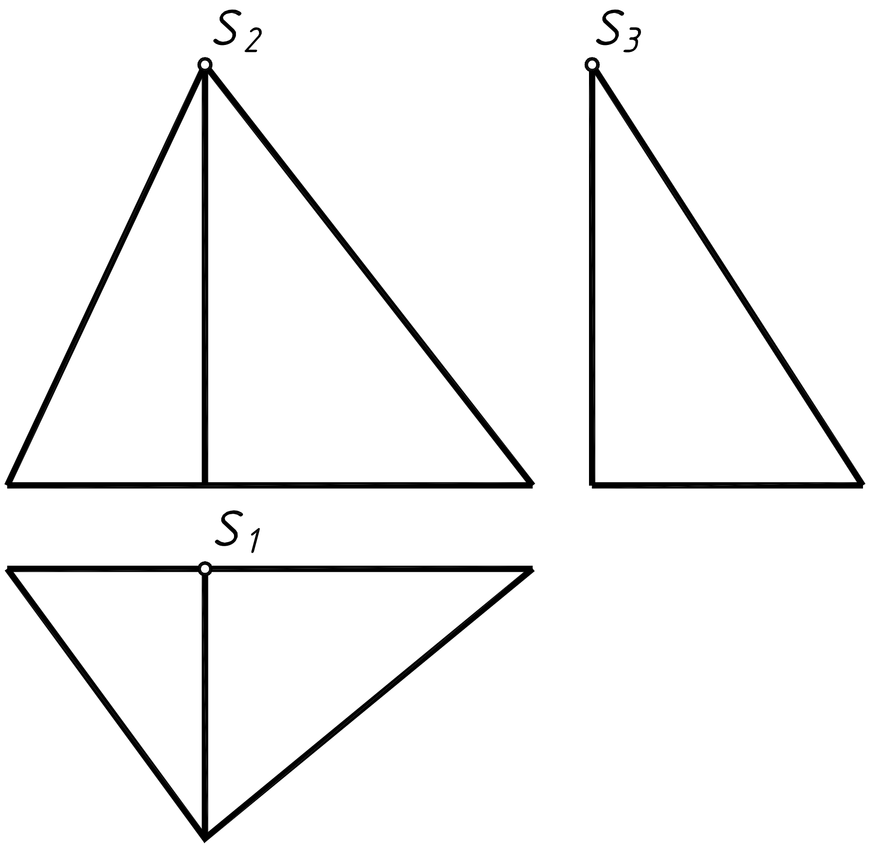
Построение развертки. Строим образующую ***S–1***, длина которой равна длине очерковой образующей на Π_2.

Из точки ***S*** радиусом ***S–1*** проводим дугу и откладываем на ней длину хорды $|a|$ двенадцать раз. Строим образующую ***S–2***. Поворачиваем точку ***B*** вокруг оси конуса до совмещения ее на фронтальной проекции с очерковой образующей. Замеряем длину отрезка L_B и, отложив его на образующей ***S–2***, получаем изображение точки ***B*** на развертке.

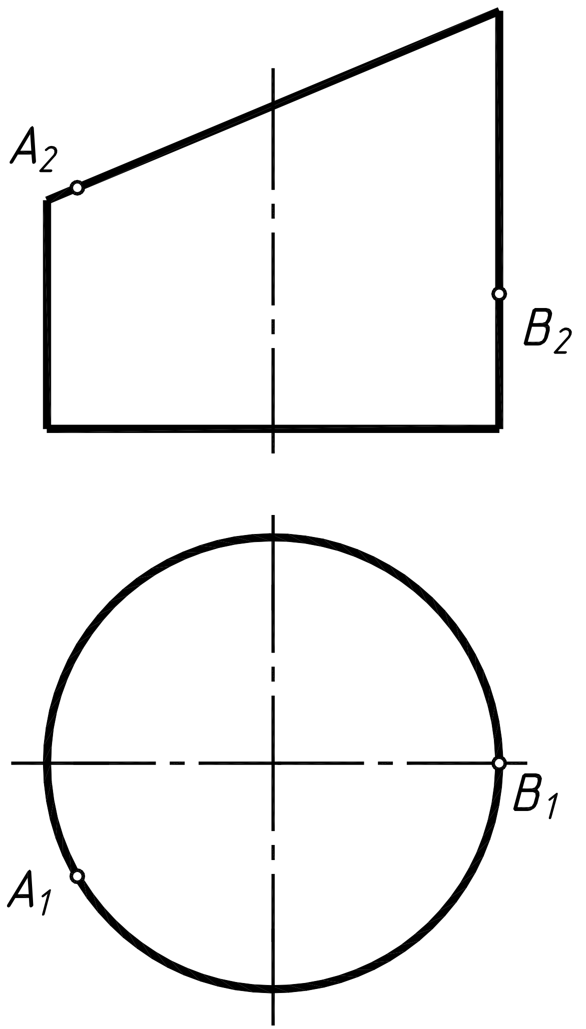
67. Построить развертку наклонной призмы способом нормального сечения.



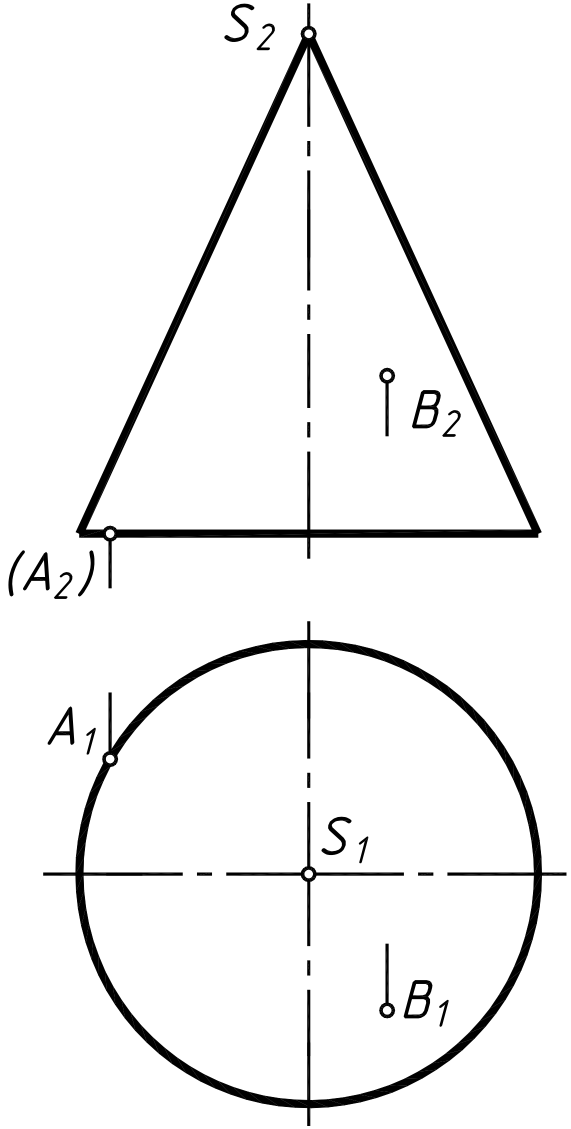
68. Построить развертку пирамиды.



69. Построить боковую развертку усеченного цилиндра и нанести на нее точки *A* и *B*, принадлежащие поверхности цилиндра.



70. Определить кратчайшее расстояние между точками ***A*** и ***B*** по поверхности конуса. Построить проекции линии, соединяющей точки ***A*** и ***B***.



БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Чекмарев, А. А. Начертательная геометрия и черчение: учеб. для вузов по техн. специальностям / А. А. Чекмарев. – М.: Высшее образование, 2006. – 471 с.

2. Конспект лекций по курсу начертательной геометрии / Н.П. Сенигов, Т.В. Гусятникова, Н.В. Ларионова и др. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2006. – 127 с.

3. Дукмасова, В.С. Методика решения задач по начертательной геометрии / В.С. Дукмасова, В.А. Краснов, Н.П. Сенигов Т.В. Гусятникова. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2006. – 102 с.

4. Хмарова, Л.И. Теоретические и практические основы выполнения проекционного чертежа. / Л.И. Хмарова, Ж.В. Путина. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2008. – 131 с.

5. Короткий, В.А. Начертательная геометрия: конспект лекций / В.А. Короткий, Л.И. Хмарова, И.В. Буторина. □ Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2014. – 191 с.