

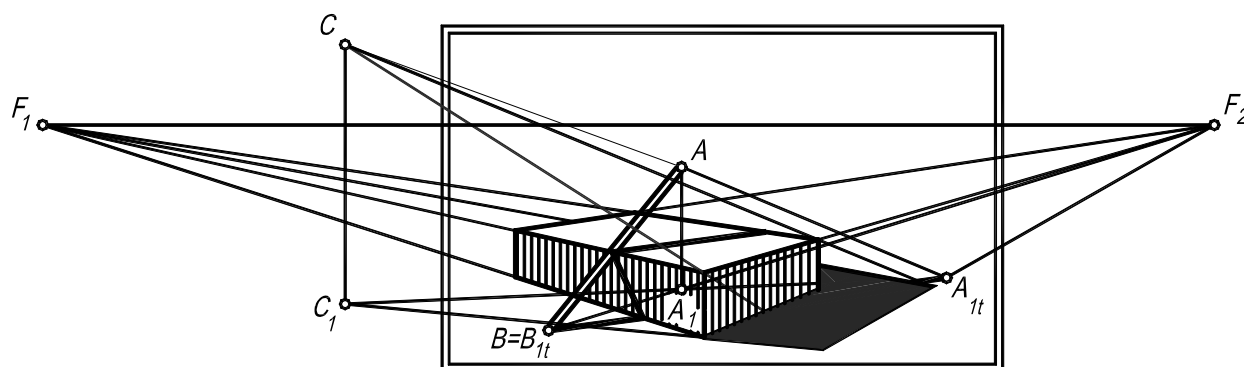
Министерство образования и науки Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет

515(07)
М23

Манакова Г.И., Буторина И. В.

ПРОЕКЦИИ ТЕНЕЙ

Учебное пособие



Челябинск
2004

Министерство образования и науки Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра графики

515(07)
М23

Манакова Г.И., Буторина И. В.

ПРОЕКЦИИ ТЕНЕЙ

Учебное пособие

Челябинск
Издательство ЮУрГУ
2004

УДК 515(075.8)

Манакова Г.И., Буторина И. В. Проекции теней: Учебное пособие. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2004. – 32 с.

В учебном пособии рассмотрено построение теней в ортогональных проекциях и в перспективе, объяснены основы теории теней, основные методы построения теней, особенности построения теней на фасадах зданий.

Пособие предназначено для студентов строительных специальностей.

Ил. 74, список лит. – 5 назв.

Одобрено учебно-методической комиссией архитектурно-строительного факультета.

Рецензенты:

Ефимова Л. П., к.п.н, доцент (ЧФУРАО),

Осипов Г. Л., к.т.н., доцент (ЧВАИ).

Тени в ортогональных проекциях

Основные понятия теории теней

Каждый из нас наблюдал в солнечный день или лунную ночь тени, упавшие от одних предметов на другие или на землю. Эти тени с достаточной точностью можно построить на любых чертежах – ортогональных, аксонометрических, перспективных.

Обычно изображение светотени выполняется на архитектурно-строительных чертежах – генеральных планах и фасадах зданий для придания этим чертежам рельефности, наглядности, а также для решения некоторых технических вопросов, например, выяснения освещённости помещений.

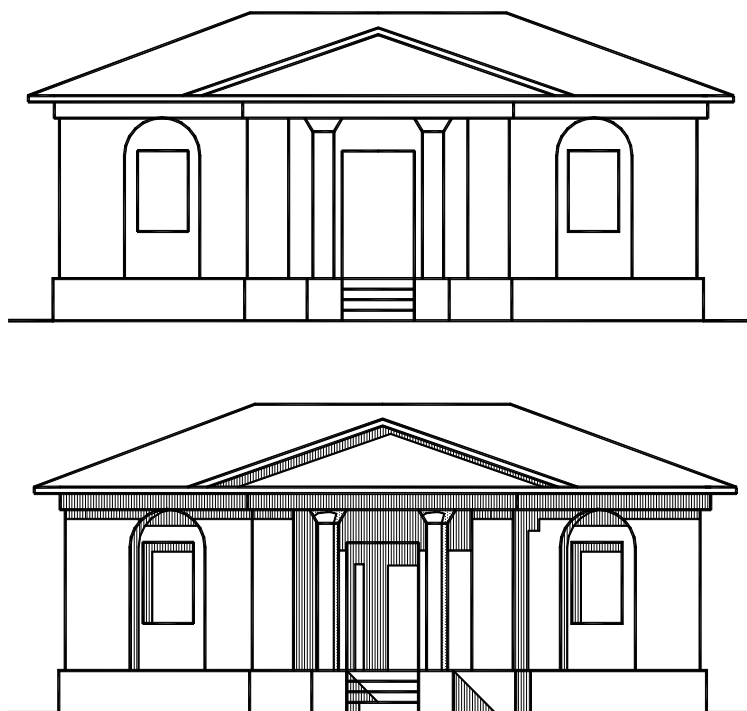


Рис. 1.1

На рис. 1.1 представлены два изображения фасада дома. Первое выполнено в линейной графике, на другом построены собственные и падающие тени. Второе изображение более выразительно и наглядно позволяет понять пластику фасада, так как тени здесь компенсируют отсутствие других видов дома.

В качестве источника света чаще всего выбирают солнце, солнечные лучи. По причине большой удалённости солнца его лучи считают параллельными. При построении теней на ортогональных чертежах за направление освещения принимают направление одной из диагоналей, например АВ, куба, две грани которого совмещены с плоскостями проекций (рис. 1.2). Проекции этой

диагонали на Π_1 и Π_2 являются диагоналями квадратов (граней куба) и, следовательно, составляют с осью $X_1, 2$ одинаковые углы, равные 45° . Поэтому при построении теней на ортогональных чертежах проекции солнечного луча направлены так, как показано на рис. 1.3.

Теперь рассмотрим основные понятия теории теней. **Выделенные здесь и дальше определения и правила следует понимать и помнить.**

Представьте себе любой предмет, например шар (луну) или куб, освещённый солнечными лучами. У шара (рис. 1.4) освещено только одно полушарие, другое же погружено в тень, называемую **собственной**. У куба (рис. 1.5) освещены три грани, остальные три – в собственной тени.

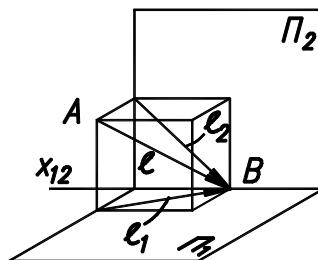


Рис. 1.2

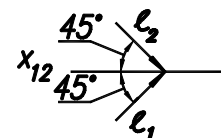


Рис. 1.3

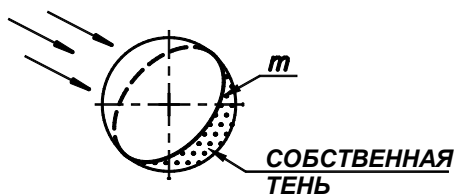


Рис. 1.4

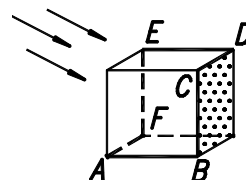


Рис. 1.5

Линия, разделяющая освещённую часть поверхности от неосвещённой, то есть находящейся в собственной тени, называется **контуром собственной тени**.

Для шара контуром собственной тени будет окружность m , для куба – пространственная замкнутая ломаная линия ABCDEFA.

Освещённая часть поверхности предмета задерживает множество лучей. И множество же лучей соскальзывает с этого предмета, касаясь его по контуру собственной тени и образуя **обёртывающую лучевую поверхность**. В случае с шаром (рис. 1.6) – это цилиндрическая поверхность, с кубом (рис. 1.7) – призматическая.

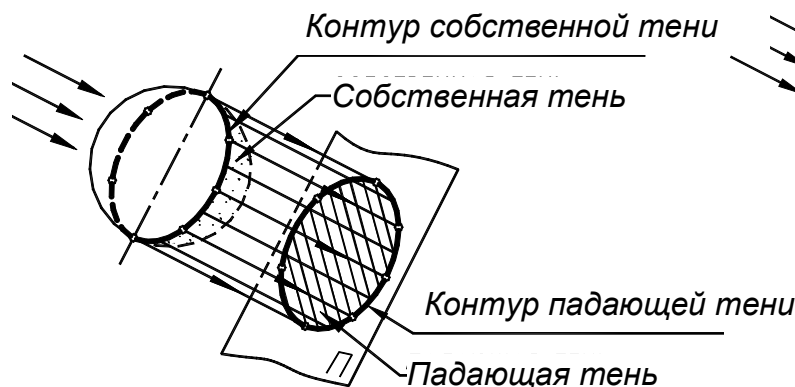


Рис. 1.6

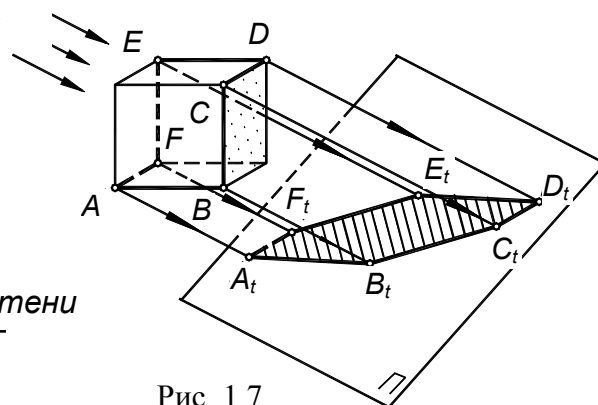


Рис. 1.7

Внутри лучевой поверхности образуется неосвещённое пространство, называемое **пространственной тенью**. На любом предмете, попавшем в неосвещённое пространство, возникает **падающая тень**. А линия пересечения поверхности этого предмета с обёртывающей лучевой поверхностью есть **контур падающей тени**. Между контуром собственной тени предмета и контуром его падающей тени существует взаимосвязь, а именно: **контур падающей тени есть тень от контура собственной тени**. Следовательно, для построения падающей тени какого-либо предмета необходимо сначала определить его контур собственной тени. Исключение составляют точка и прямая.

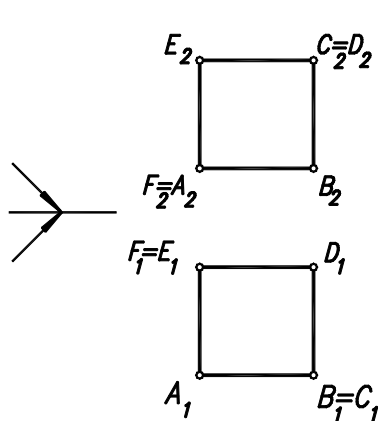


Рис. 1.8

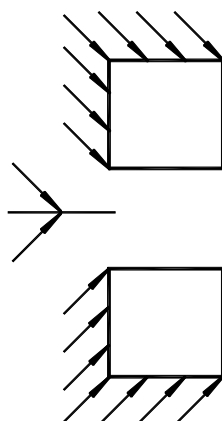


Рис. 1.9

Точка – геометрическая фигура, не имеющая размеров, прямая имеет только длину, поэтому эти фигуры не имеют собственных теней. От них строят только падающие тени на другие предметы.

Контуров собственной тени простейших многогранников можно определить, не производя каких-либо построений, а руководствуясь только пространственными представлениями. Например, определим и обозначим контур собственной тени куба, представленного ортогональным чертежом на рис. 1.8. Необходимо сообразить, какие

грани освещены при заданном направлении световых лучей. Если это затруднительно, можно рекомендовать обратиться к наглядному изображению куба, аналогично освещённому (рис. 1.5). Сравнивая изображения, заключаем, что освещены передняя, боковая левая и верхняя грани. Значит, остальные три – в собственной тени и контуром собственной тени будет ломаная ABCDEFA. Если и это сравнение не помогло – воспользуйтесь простым приёмом – на проекциях куба изобразите проекции нескольких световых лучей (рис. 1.9). Эти лучи и покажут вам освещённые грани. Так на фронтальной проекции лучи упрутся в левую боковую и верхнюю грани. На горизонтальной – левую боковую и переднюю грани. Вывод очевиден.

Контур собственной тени овальных поверхностей строят по точкам, определённым несложным способом, рассмотренным ниже.

Контур падающей тени от любого предмета строят также по точкам, определяемым на основании известных из общего курса начертательной геометрии позиционных задач [1, 3, 4].

Ниже подробно рассмотрены особенности построения собственных и падающих теней различных геометрических фигур.

Тени основных геометрических фигур

1. Тени точки, прямой и плоских фигур

Тень точки

Точка задерживает один луч. Если этот луч продолжить, то точка пересечения его с любой, встретившейся на пути поверхностью, есть тень точки на этой поверхности. Очевидно,

построение тени точки сводится к решению первой позиционной задачи – определению точки пересечения прямой с поверхностью.

Переходя к рассмотрению примеров построения теней точек на различных поверхностях, заметим следующее:

1) обычно проекции теней на чертежах не обозначают. Здесь обозначения (буквами и цифрами) даны для удобства пояснений;

2) если тень точки или другой фигуры построена на поверхности общего вида, обозначаем обе проекции тени. Например, на рис. 1.10 обозначены горизонтальная и фронтальная проекции тени точки A на плоскости треугольника (A_{1t} , A_{2t}). Если же тень построена на проецирующей поверхности, то обозначаем только одну проекцию тени (рис. 1.11);

3) в первых, приведённых ниже примерах, проекции продолженного за точку солнечного луча для наглядности показаны пунктиром. Впоследствии они будут изображаться сплошной линией;

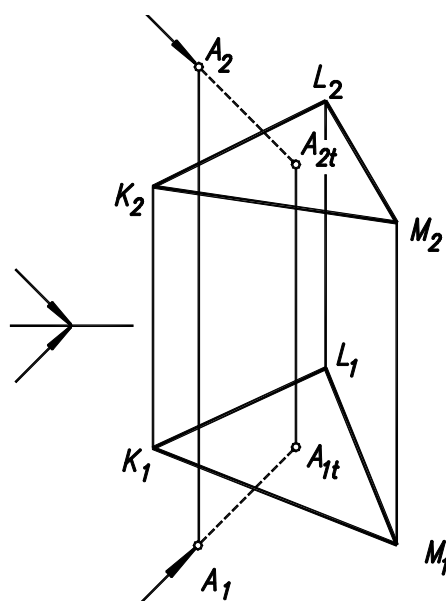


Рис. 1.10

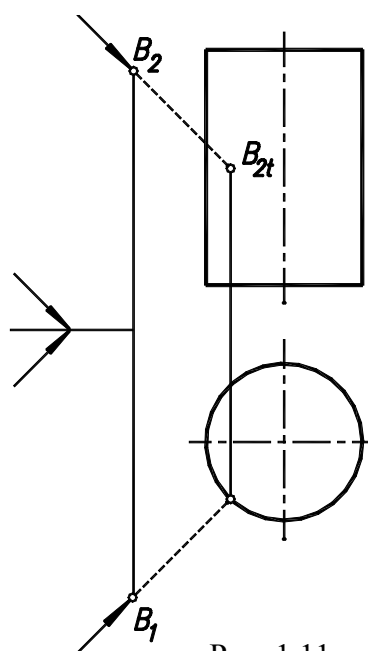


Рис. 1.11

4) для построения теней точек (как и других фигур) на плоскостях проекций необходимо задать ось X_{12} системы Π_2/Π_1 .

Пример 1. Построить тень точки A на горизонтально-проецирующей плоскости Δ .

Решение задачи показано на аксонометрическом изображении (рис. 1.12, а) и комплексном чертеже (рис. 1.12, б).

Тень точки A на плоскости Δ построена как точка пересечения прямой общего положения (луча) ℓ с проецирующей плоскостью из «условия принадлежности».

На комплексном чертеже (рис. 1.12, б) фронтальная проекция ℓ_2 луча ℓ проведена через фронтальную проекцию точки A_2 . Дальнейшие построения показаны на чертеже стрелками.

Пример 2 (рис. 1.13). Построить тень точки B на горизонтальной плоскости уровня Σ .

Решение аналогично предыдущему.

Пример 3 (рис. 1.14). Построить тень точки A на скате крыши (плоскости общего положения) $CDEF$.

Задача сводится к построению точки пересечения прямой общего положения (луча) ℓ с

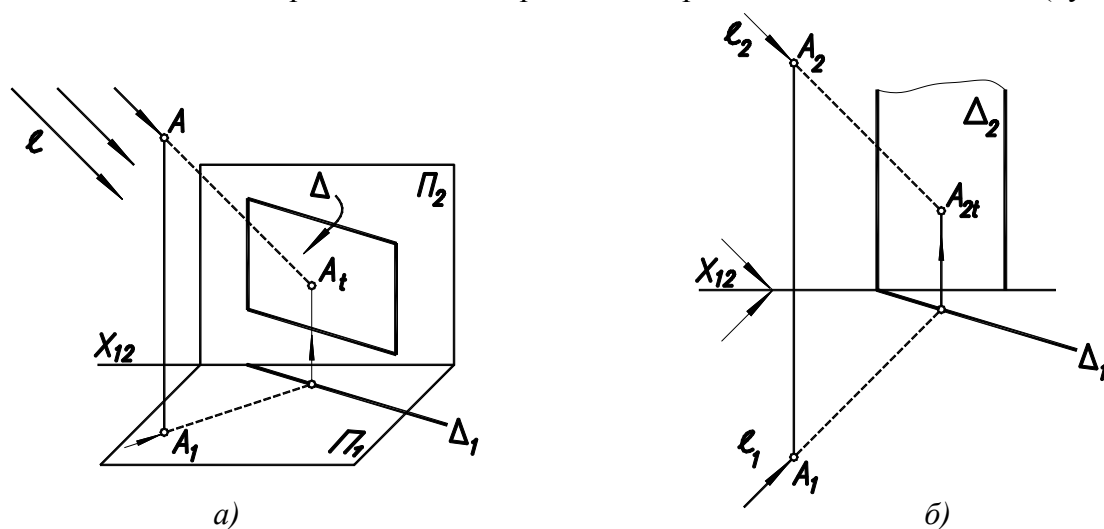


Рис. 1.12

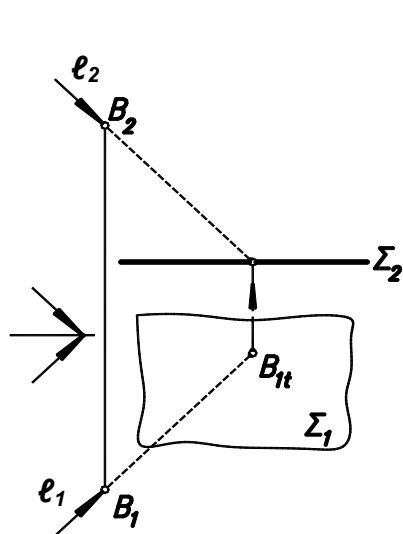


Рис. 1.13

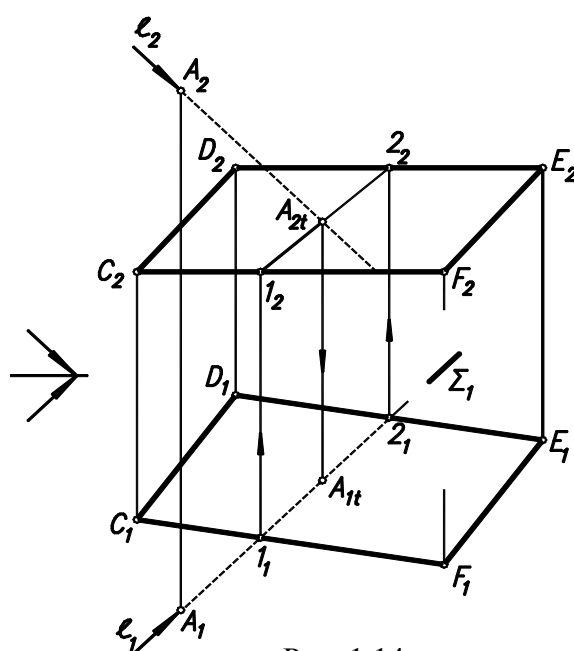


Рис. 1.14

плоскостью общего положения и решается по алгоритму:

- 1) $\Sigma \supset \ell, \Sigma \perp \Pi_1$;
- 2) $(12) = \Sigma \cap CDEF$;
- 3) $A_t = (12) \cap \ell$.

Пример 4 (рис. 1.15). Построить тень угла козырька (точки N) на фасаде стелы (фронтальной плоскости уровня Г).

Пример 5 (рис. 1.16). Построить тени точек A и B на плоскостях проекций.

Тень точки может упасть на одну из плоскостей в зависимости от её положения относительно этих плоскостей.

Задача решается аналогично показанной в примере 2 (рис. 1.13). Ось X_{12} , при этом, может служить в качестве выродившейся в прямую проекции плоскостей Π_1 или Π_2 .

Решение понятно из чертежа.

Если ось X_{12} сначала пересечёт горизонтальная проекция луча – тень точки упадёт на фронтальную плоскость (тень точки A). Если же ось X_{12} пересечёт в первую очередь фронтальная проекция – тень точки упадёт на горизонтальную плоскость (тень точки B).

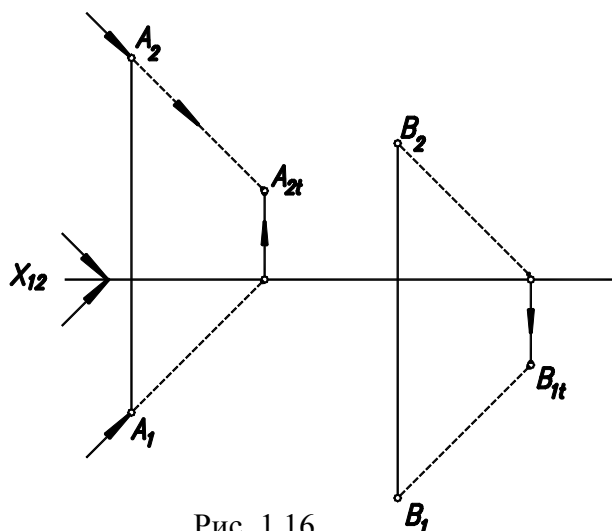


Рис. 1.16

Г задаём двумя параллельными прямыми ℓ и ℓ' , причём $S \in \ell'$. Определяем линию пересечения плоскости Г с плоскостью основания конуса, для чего находим точки K и N пересечения прямых ℓ и ℓ' с плоскостью основания. Прямая, проходящая через точки K и N пересекает окружность основания в точках 1 и 2, которые и определяют образующие 1S и 2S поверхности конуса, по которым эта поверхность пересекается с плоскостью Г. Из двух точек пересечения луча с образующими тенью точки A будет одна – точка входа A_t .

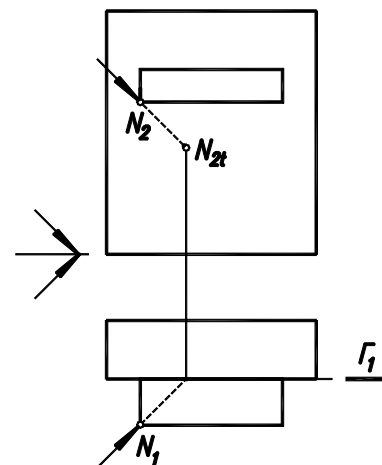


Рис. 1.15

Пример 6 (рис. 1.17). Построить тень точки A на поверхности конуса.

Задача состоит в определении точки пересечения прямой общего положения (луча, продолженного за точку) с поверхностью конуса.

Для решения заключаем луч ℓ в плоскость Г, проходящую через вершину конуса S. Плоскость

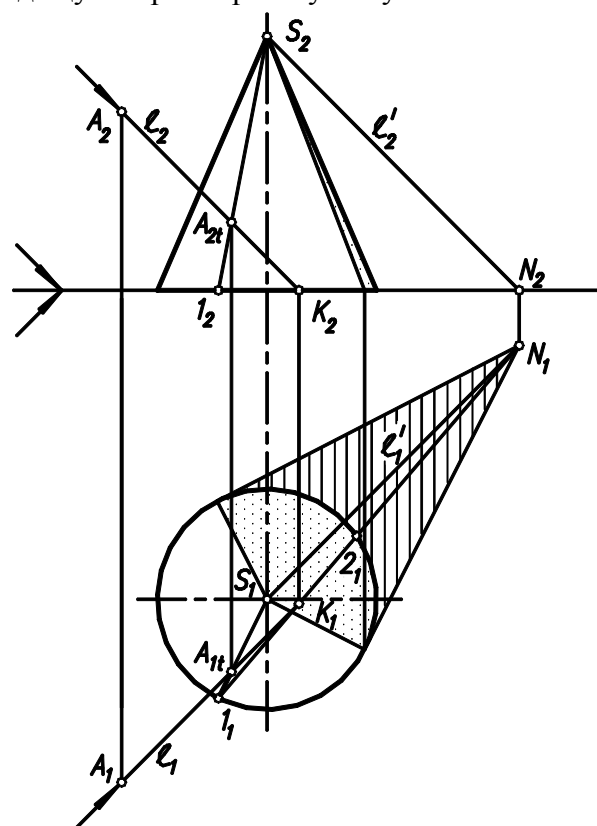


Рис. 1.17

Тень прямой линии

Прямая задерживает множество световых лучей, составляющих лучевую плоскость. Линия пересечения лучевой плоскости, продолженной за прямую, с любой встретившейся поверхностью и есть тень прямой на этой поверхности. То есть, задачи на построение теней прямых относятся к типу второй позиционной.

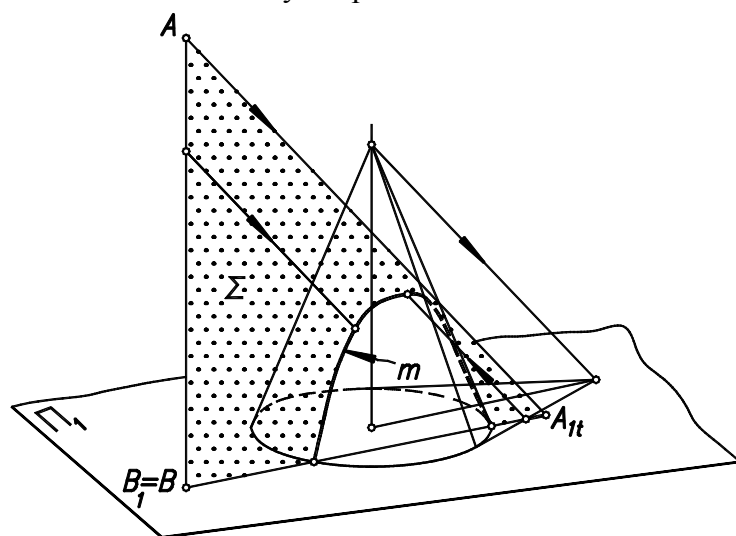


Рис. 1.18

На аксонометрическом изображении (рис. 1.18) показано построение тени шеста АВ. Лучевая плоскость Σ , проходящая через АВ, пересекает плоскость Π_1 по прямой B_1A_{1t} , а поверхность конуса – по гиперболе m . Части этих линий и составляют тень шеста. (Тень показана толстой линией).

Тень прямой на плоскости есть прямая и её можно построить по двум точкам.

На практике чаще всего строят тени прямых частного положения – уровня и проецирующих, поэтому укажем здесь два правила, которые характеризуют положение этих теней.

1. Тень отрезка прямой, параллельного плоскости, равна и параллельна самому отрезку. (Применение правила рассмотрено в примерах №№ 9, 13 настоящего параграфа).

2. Проекция тени вертикального отрезка на любой поверхности располагаются так: горизонтальная – совпадает с направлением горизонтальной проекции луча, а фронтальная – повторяет профиль нормального сечения поверхности [3, 5]. Правило соответственно истолковывается для построения теней на поверхностях от других проецирующих прямых. (Применение второго правила рассмотрено в примерах №№ 8, 10, 13, 14).

Пример 7 (рис. 1.19). Построить тень отрезка прямой АВ на фронтальной плоскости уровня Σ .

Тень A_tB_t отрезка на плоскости Σ построена по двум A_t и B_t точкам – теням от точек А и В.

Пример 8 (рис. 1.20). Построить тень отрезка прямой на горизонтальной плоскости уровня Δ .

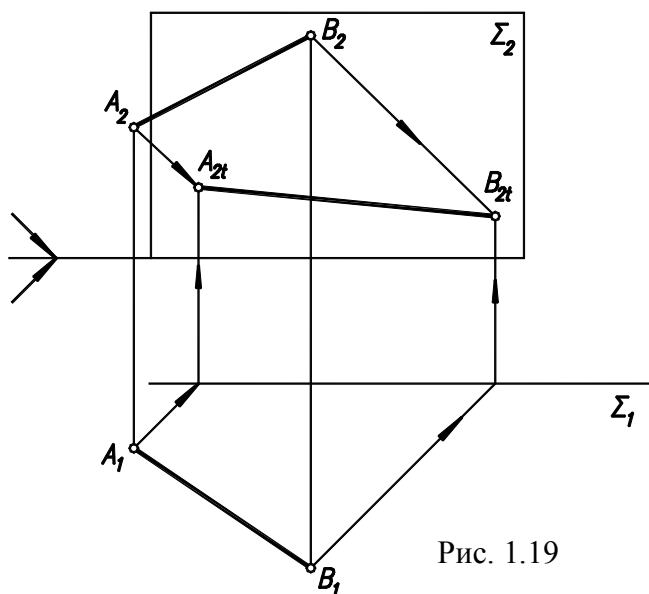


Рис. 1.19

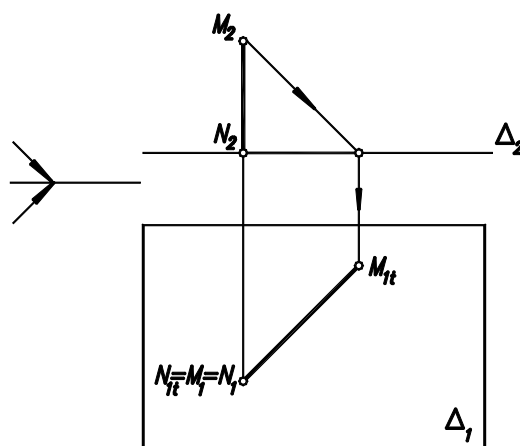


Рис. 1.20

Отрезок стоит на плоскости и его основание – точка N совпадает с собственной тенью на этой плоскости. Тень от вершины – M_t точки M построена обычным образом. Значит, тень отрезка – $N_t M_t$.

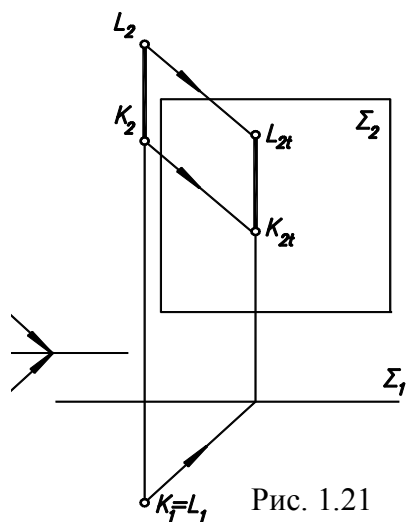


Рис. 1.21

Пример 9 (рис. 1.21). Построить тень отрезка горизонтально-проецирующей прямой KL на фронтальной плоскости уровня Σ .

Построение показано на чертеже стрелками.

Пример 10 (рис. 1.22). Построить тень отрезка фронтально-проецирующей прямой AB на колонну.

Тень точки A упала на переднюю грань (Δ) колонны. Значит, часть тени отрезка упадет на эту же грань, причём, совпадёт с фронтальной проекцией луча (2-ое правило – тень прямой, перпендикулярной плоскости, на эту плоскость совпадает с проекцией луча).

В случае необходимости можно легко определить тот участок отрезка, от которого видимая тень. Для этого от горизонтальной проекции левого ребра колонны необходимо провести проекцию обратного луча до пересечения с про-

екцией отрезка в точке K.

Итак, на фасад (переднюю грань) колонны упала тень от участка АК отрезка AB. Остальная тень попадёт на левую боковую грань, здесь невидимую.

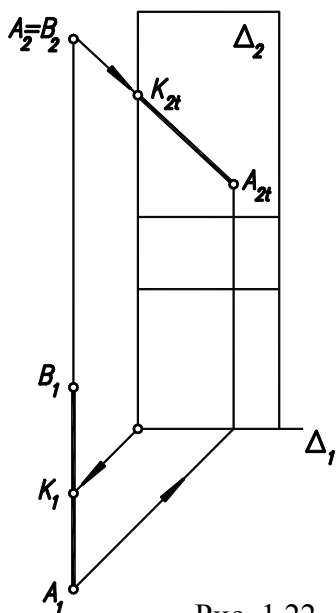


Рис. 1.22

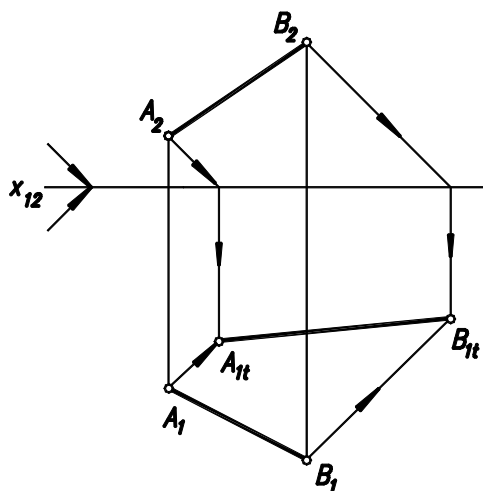


Рис. 1.23

Пример 11 (рис. 1.23). Построить тень отрезка прямой AB на плоскостях проекций.

Ось X_{12} задана произвольно. Построение тени показано на чертеже.

Тень отрезка упала полностью на горизонтальную плоскость.

Пример 12 (рис. 1.24). Построить тень отрезка прямой на плоскостях проекций. Тень точки C упала на плоскость Π_1 , а точки D – на Π_2 . Это значит, что тень отрезка должна преломиться на оси X_{12} . Для нахождения точки перелома K_{12} необходимо по-

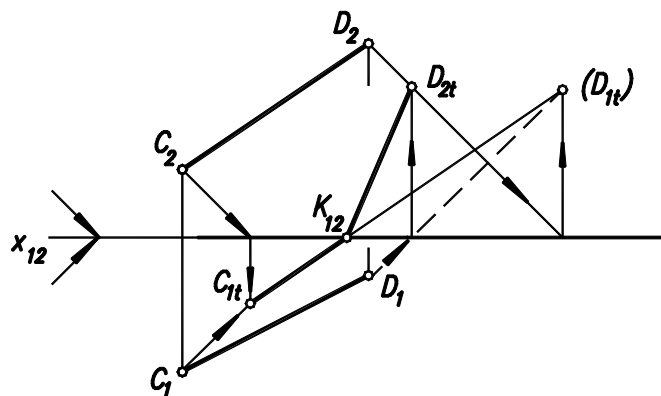


Рис 1. 24

строить тень отрезка полностью на одну из плоскостей проекций, например, на плоскость Π_1 , то есть построить на Π_1 тень точки D. Для этого фронтальную проекцию луча через точку B продолжаем до пересечения с осью X_{12} и из полученной точки восстанавливаем перпендикуляр до пересечения с горизонтальной проекцией луча. Полученная точка D_{1t} – мнимая. Дальнейшие построения понятны из чертежа.

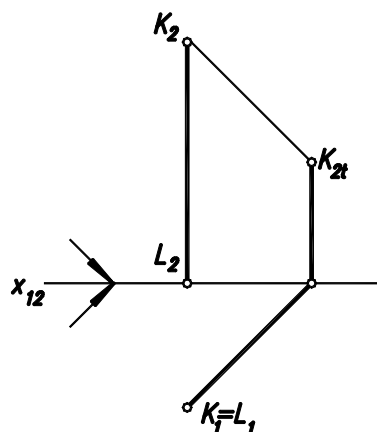


Рис. 1.25

Пример 13 (рис. 1.25). Построить тень отрезка горизонтально-проецирующей прямой LK на плоскости проекций.

На основании второго и первого правил тень отрезка на горизонтальной плоскости совпадает с горизонтальной проекцией луча, а на фронтальной – параллельна самому отрезку.

Пример 14 (рис. 1.26). Построить тень вертикального шеста на ступенях лестницы.

Эта тень есть линия пересечения лучевой горизонтально-проецирующей плоскости Σ со ступенями лестницы. Горизонтальная проекция тени совпадает с горизонтальной проекцией плоскости (или горизонтальной проекцией луча – второе правило). А фронтальная проекция (её построение показано на чертеже стрелками) повторит профиль лестницы, сдвинутого на расстояние «X» от основания шеста.

Тени плоских фигур

У плоской фигуры одна сторона освещена, другая – в собственной тени. Следовательно, контуром собственной тени фигуры будет замкнутая линия, её ограничивающая – многоугольник или кривая. Контур падающей тени плоской фигуры строят как тень от контура собственной.

Освещённость проекций плоской фигуры определяют, выясняя взаимное положение фигуры и световых лучей.

Пример 15 (рис. 1.27). Определить освещённость проекции непрозрачной треугольной пластины ABC. В плоскости выбрана произвольная точка K. Определим видимость луча относи-

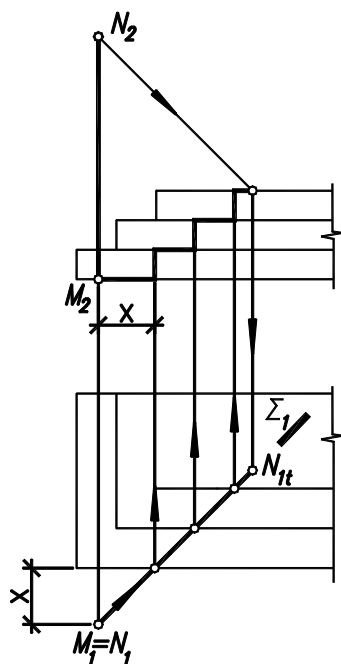


Рис. 1. 26

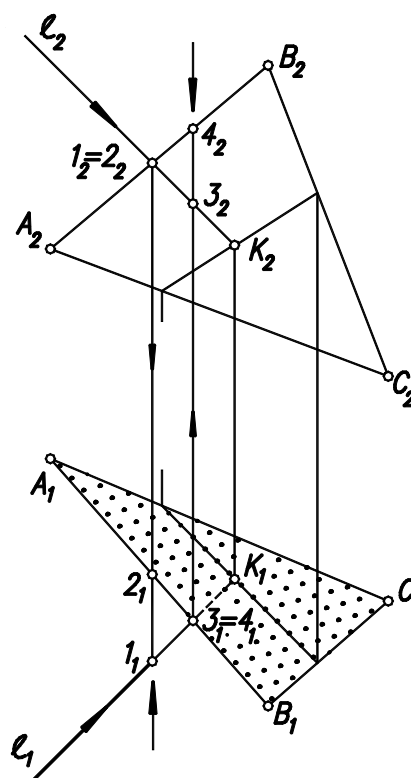


Рис. 1. 27

тельно плоскости на проекциях известным приёмом конкурирующих точек. На Π_1 луч частично закрыт плоскостью, следовательно, на горизонтальной проекции представлена сторона пластины, погружённая в собственную тень. На Π_2 луч видим, значит, к нам обращена освещённая сторона пластины.

Пример 16 (рис. 1.28). Построить тень непрозрачной треугольной пластины ABC на плоскостях проекций.

Контур падающей тени построен от треугольника ABC. Тень точек A и C упала на горизон-

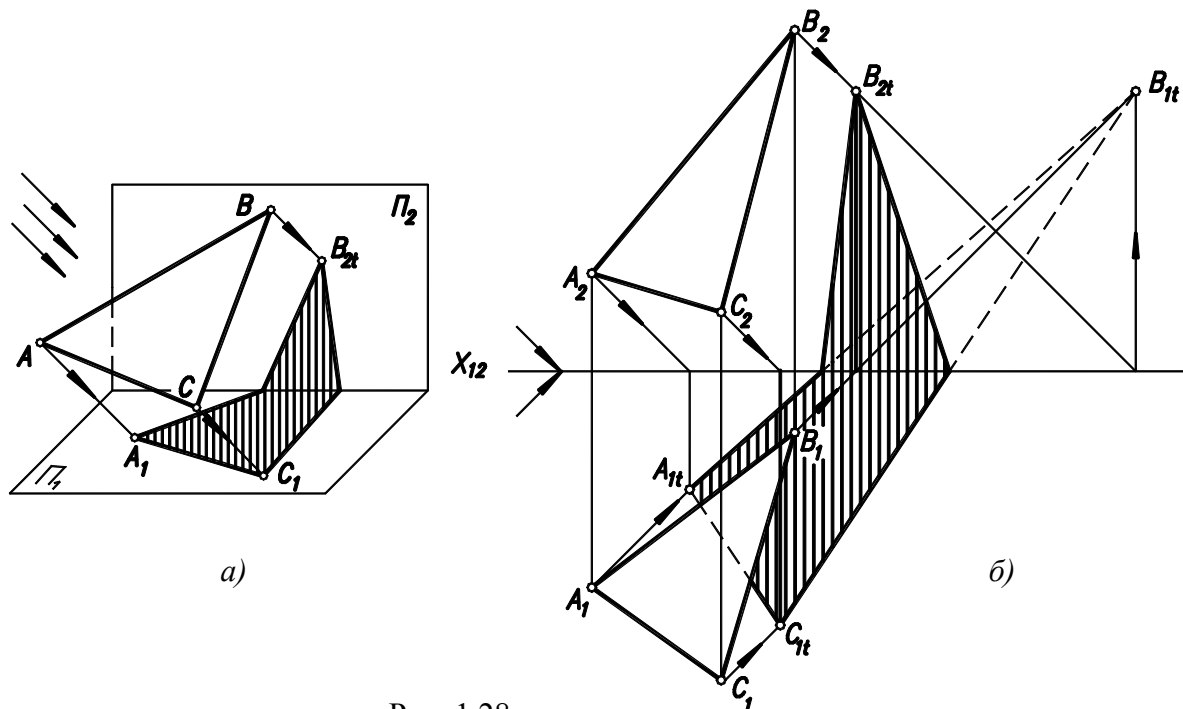


Рис. 1.28

тальную плоскость проекций, а точки B – на фронтальную. Значит, тени сторон AB и BC должны преломиться на оси X_{12} . Для определения точки перелома построены тени этих сторон на плоскости Π_1 . Дальнейшие построения понятны из чертежа.

Пример 17 (рис. 1.29). Построить тень круга на плоскости проекций.

Множество световых лучей, задержанных окружностью, составляет лучевую цилиндрическую поверхность, которая пересекается с плоскостью, в общем случае, по эллипсу. Этот эллипс и будет контуром падающей тени круга. Его можно построить следующими двумя приёмами.

1. Вокруг окружности описывают квадрат, проводят его диагонали и фиксируют восемь точек: четыре точки касания окружности со сторонами квадрата (A, B, C, D) и четыре точки пересечения окружности с диагоналями (1, 2, 3, 4). Затем строят падающие тени квадрата и вспомогательных линий, проведённых через точки 1, 2, 3, 4 квадрата. Полученные точки соединяют плавной кривой.

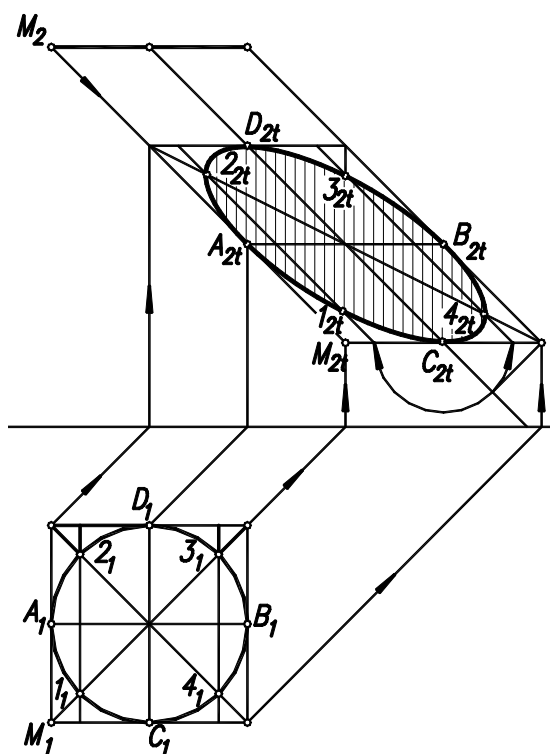


Рис. 1.29

2. На окружности намечают достаточно большое количество точек и строят от каждой из них падающую тень. Полученные точки соединяют плавной кривой. Таким способом будут в дальнейшем построены тени от дуги окружности верхнего основания цилиндра (рис. 1.34) и цилиндрического козырька (рис. 1.52).

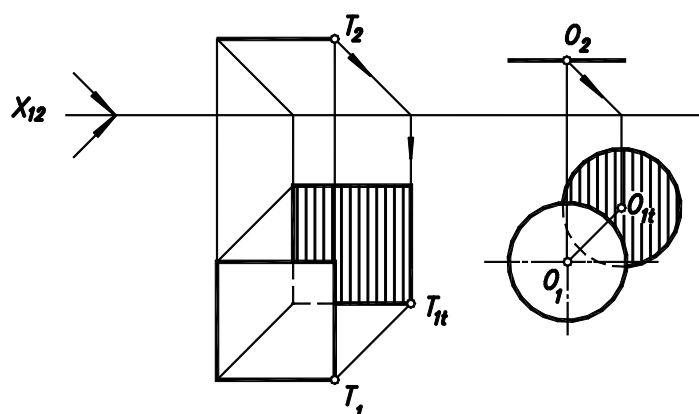


Рис. 1.30

Пример 18 (рис. 1.30). Построить тени квадрата и круга на плоскостях проекций.

Тень, падающая от плоской фигуры на параллельную ей плоскость, тождественна самой фигуре. В этом случае достаточно построить тень одной точки фигуры и из этой точки вычертить фигуру, конгруэнтную данной.

Для построения тени квадрата достаточно построить тень одной вершины.

Для построения тени круга необходимо построить тень центра и из него провести окружность радиусом, равным радиусу данной окружности.

2. Тени пространственных геометрических фигур

Как уже было сказано выше, при построении теней пространственной фигуры сначала определяют её контур собственной тени, а потом строят контур падающей тени, как тень от контура собственной.

Тени призмы

На рис. 1.31, а, в представлены две призмы, различно расположенные относительно плоскостей проекций. У обеих при традиционном направлении световых лучей освещены передняя, левая боковая и верхняя грани, остальные – в собственной тени. Следовательно, контуром собственной тени призмы будет пространственная замкнутая ломаная линия ABCDEFA, наглядно показанная на рис. 1.31, б.

Тень от первой призмы полностью упала на горизонтальную плоскость и представляет собой шестиугольник, каждая из вершин которого построена как тень от соответствующей вершины контура собственной тени.

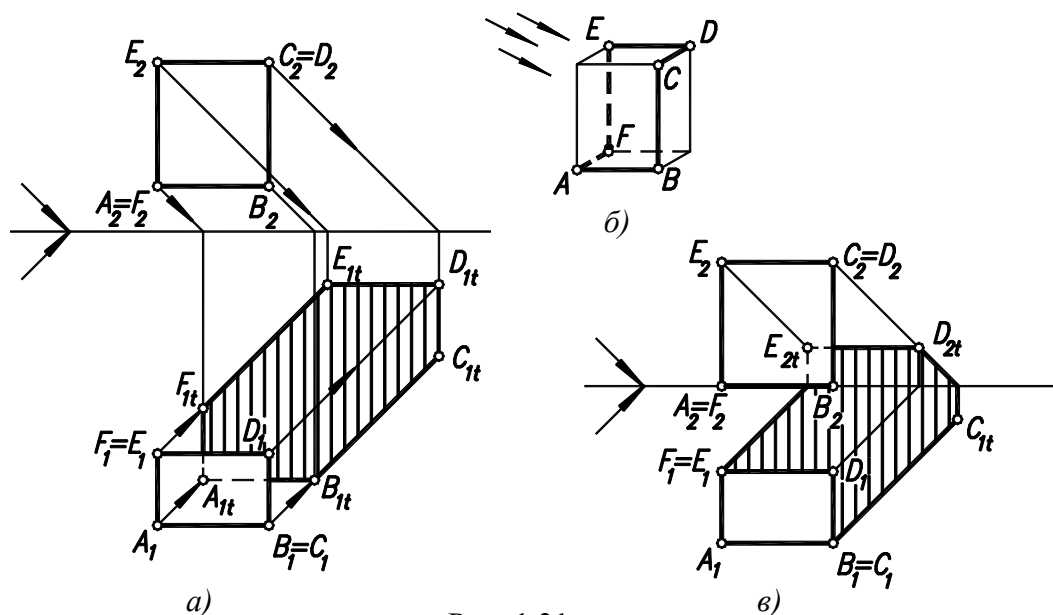


Рис. 1.31

Вторая призма стоит на горизонтальной плоскости, и её основание совпадает с собственной тенью на Π_1 . Падающую тень, поэтому строят от трёх вершин – C, D, E.

Тени точек D и E упали на фронтальную плоскость, поэтому тени рёбер EF и CD будут иметь на оси X_{12} точки перегиба.

Тени цилиндра

Контур собственной тени цилиндра (рис. 1.32) определяется двумя образующими AB и CD, по которым лучевые плоскости касаются его боковой поверхности, и заключёнными между этими образующими дугами A2D и B1C нижнего и верхнего оснований.

Теневые образующие можно определить в первую очередь, для чего необходимо провести проекции световых лучей, касательных к основанию. А далее строят контур падающей тени, как тень от контура собственной.

Тени цилиндра, представленного на рис. 1.33, а могут быть построены в иной последовательности:

- 1) определяют тень центра O верхнего основания и проводят окружность того же радиуса из полученной точки O_{1t} ;
- 2) проводят касательные к окружностям нижнего и тени верхнего оснований;

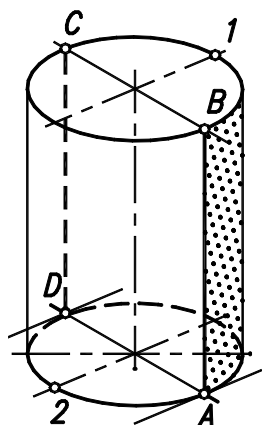
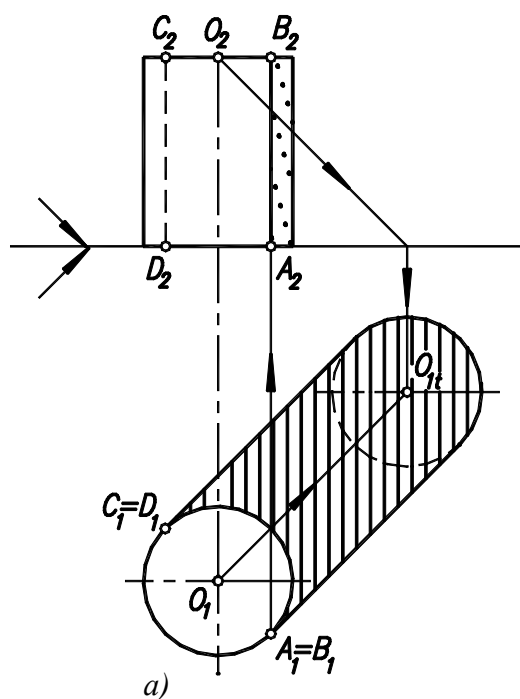
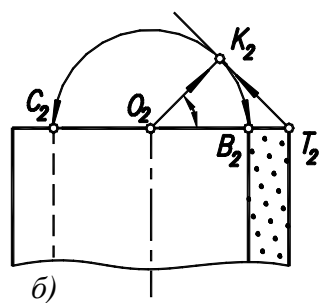


Рис. 1.32



а)



б)

Рис. 1.33

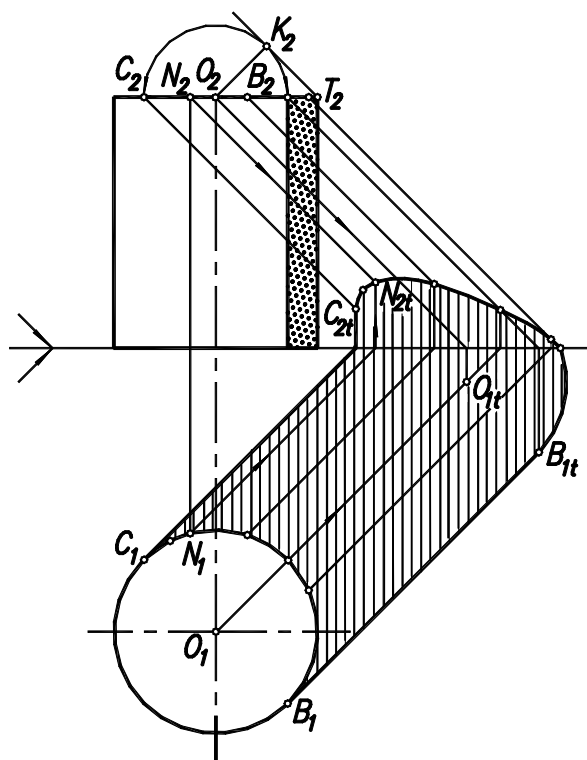


Рис. 1.34

3) точки касания D и A определяют теневые образующие цилиндра AB и BC.

Фронтальные проекции теневых образующих можно построить без горизонтальных проекций так, как показано на рис. 1.33, б.

Из точек O_2 и T_2 фронтальной проекции цилиндра проводят линии под углом 45° до взаимного пересечения в точке K_2 . Радиусом O_2K_2 описывается окружность с центром в точке O_2 до пересечения в точках C_2 и B_2 с проекцией основания цилиндра. Из точек C_2 и B_2 проводят теневые образующие.

В случае, если тень от цилиндра частично упадёт на фронтальную плоскость (рис. 1.34), тень от дуги окружности верхнего основания можно построить одним из приёмов, описанных выше.

Тени пирамиды и конуса

Пирамида и конус – поверхности, для которых сначала строят падающие тени, а затем – собственные в следующем порядке:

1. Определяют падающую тень вершины S_t (рис. 1.35, а, 1.36, 1.37) конуса (пирамиды) S на плоскости основания. В случае обратного конуса (рис. 1.35, б, 1.38) из вершины проводят обратный луч до пересечения с плоскостью основания S'_t ;

2. Из полученной точки S_t или S'_t проводят касательные к основанию. Точки касания 1 и 2 определяют образующие S1 и S2 – границы собственной тени.

У прямого конуса в тени будет меньше половины поверхности, у обратного – больше половины.

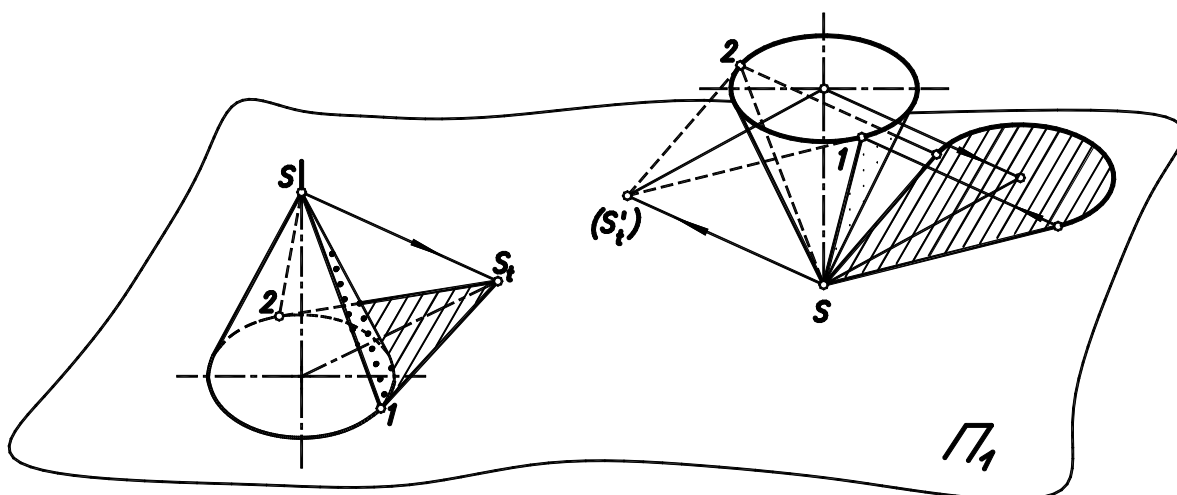


Рис. 1.35

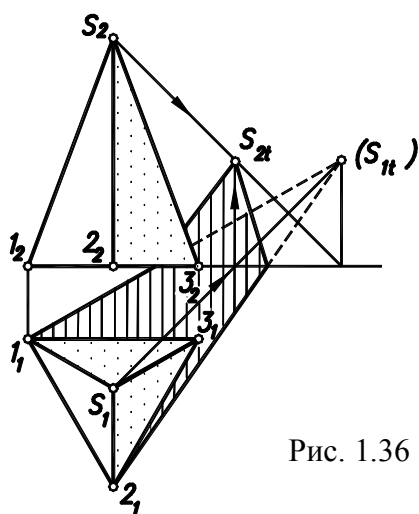


Рис. 1.36

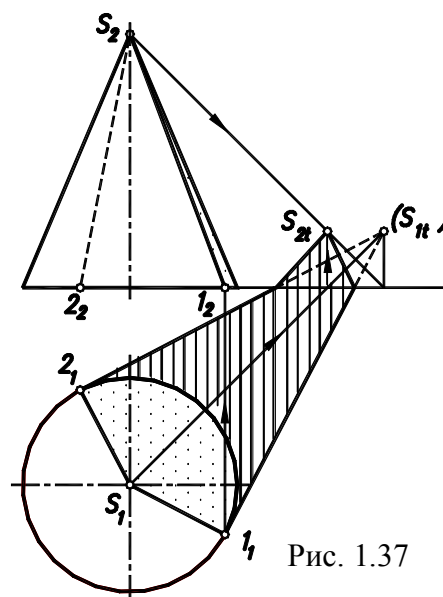


Рис. 1.37

В частном случае, если наклон образующих составляет углы 35° и 45° , построение тени упрощается. Конус с наклоном образующей 35° имеет одну теньевую образующую, совпадающую направлением луча, то есть прямой круговой конус полностью освещён (рис. 1.39), а обратный – весь в тени.

Собственная тень конуса с наклоном образующей в 45° (рис. 1.40) занимает на прямом конусе четверть, а на обратном три четверти поверхности.

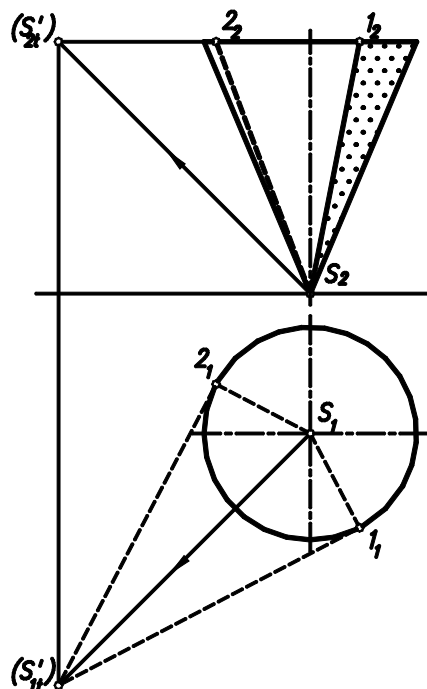


Рис. 1.38

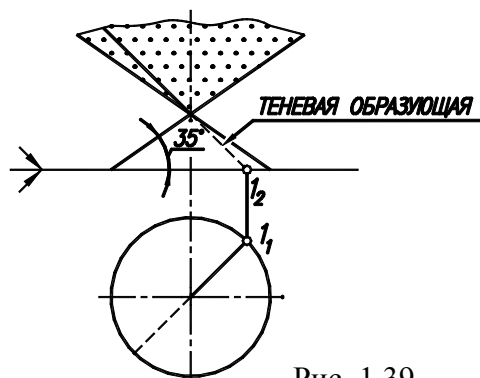


Рис. 1.39

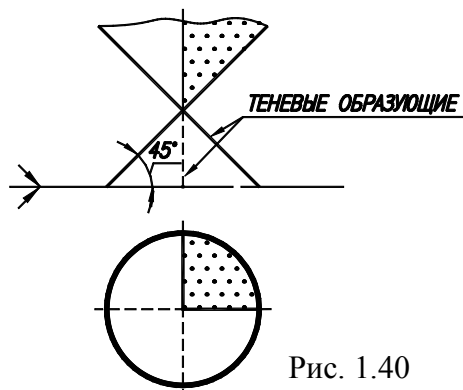


Рис. 1.40

Тень шара (рис. 1.41)

Световые лучи, касаясь поверхности шара, образуют обёртывающий лучевой цилиндр, который касается поверхности по окружности большого круга. Эта окружность является контуром собственной тени. Проекция её на Π_1 и Π_2 изображаются в виде одинаковых эллипсов.

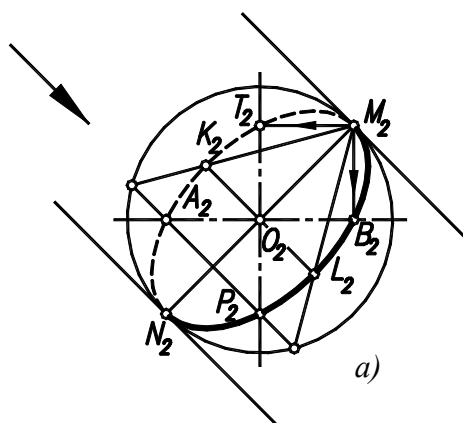


Рис. 1.41

Большие оси эллипсов равны диаметру шара и направлены перпендикулярно проекциям светового луча. Малые оси эллипсов могут быть определены построением. На рис. 1.41, а показано определение большой NM и малой KL оси эллипса, являющегося фронтальной проекцией контура собственной тени шара, а также точки A_2 , T_2 , B_2 , P_2 этого эллипса. Построение выполнено с помощью равнобедренного треугольника с вершиной в точке M_2 , вписанного в окружность [3].

Обёртывающий лучевой цилиндр пересекается с плоскостью проекций по эллипсу, являющемуся контуром падающей тени. Малая ось этого эллипса $A_{1t}B_{1t}$ равна диаметру шара и проходит через точку O_{1t} – тень центра, а большая ось $C_{1t}D_{1t}$ может быть построена, как тень от оси CD эллипса, являющегося контуром собственной тени.

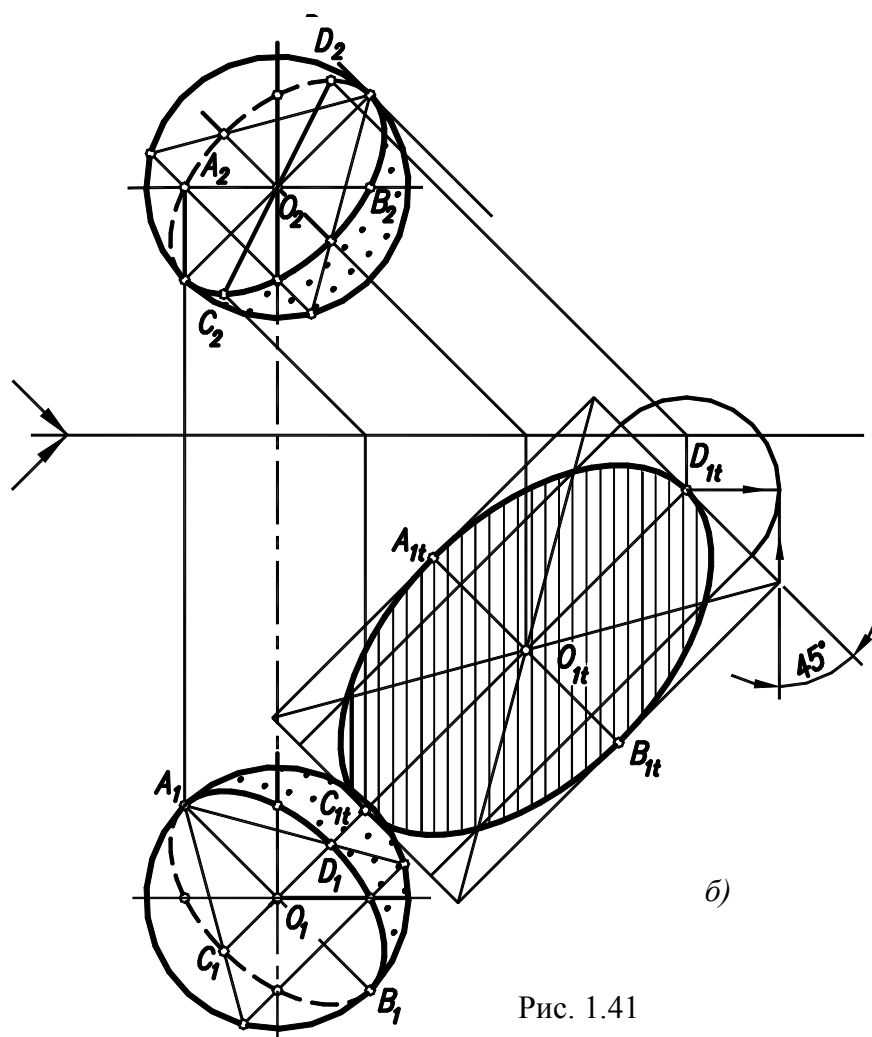


Рис. 1.41

Способы построения теней

Существует несколько способов построения контуров теней поверхностей [2]. Способы применяются в различных задачах самостоятельно или совместно в зависимости от условий. В каждом случае выбирают такой способ, который даёт точное построение с минимальным количеством графических операций. Наиболее употребимыми являются способы «лучевых сечений» и «обратного луча». Остальные два – для любознательных.

Способ лучевых сечений

Этот способ является универсальным. Он используется для построения контуров собственных и падающих теней. Если тени строят на объектах простых по форме, применяемый способ лучевых сечений упрощается и, в этом случае, иногда называется «способом следа луча». Объяснением этого последнего мы здесь и ограничимся.

В основе способа лучевых сечений – известная нам из общего курса начертательной геометрии первая позиционная задача – построение точки пересечения линии с поверхностью. Несколько задач, решаемых этим способом, мы уже разбирали раньше. Например, построение тени точек на плоскости общего положения (рис. 1.14) и поверхности конуса (рис. 1.17). Здесь рассмотрим ещё один случай из числа часто встречающихся на практике и дадим необходимые пояснения.

Пример17 (рис. 1.42). Построить тень круглой плиты на круглую колонну.

Круглая плита представляет собой низкий цилиндр, поэтому её контур собственной тени состоит из дуг окружностей оснований и двух образующих. Тень дуги окружности на колонне построена «способом следа луча».

На дуге выбрано несколько точек, от каждой из которых найдена тень на колонне. Тень

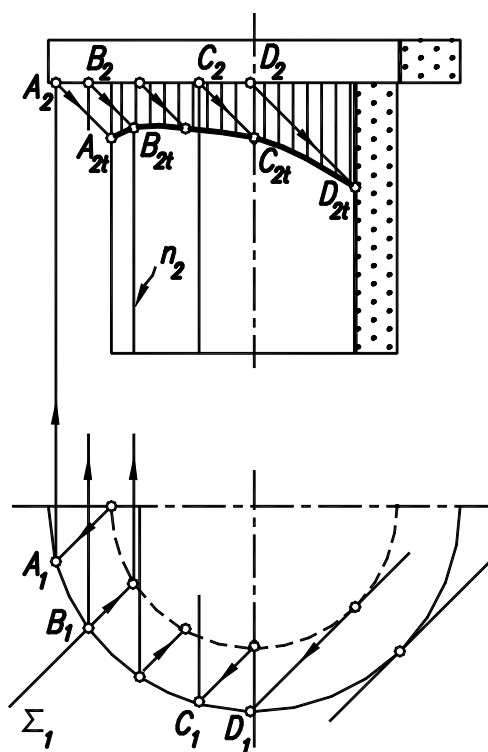


Рис. 1.42

принадлежат контуру собственной тени заданной поверхности, для определения которого точки соединяют плавной кривой.

Для достаточно точного построения контура собственной тени обычно проводят: два конуса (прямой и обратный) с наклоном образующей в 35° , два конуса (прямой и обратный) с наклоном образующей в 45° и цилиндр. При этом получается восемь точек. В случае

точки В, например, B_t (рис. 1.42) есть точка пересечения светового луча с поверхностью цилиндра. Так как поверхность цилиндра проецирующая, точка может быть найдена просто «из условия принадлежности». А можно провести через луч плоскость (горизонтально-проецирующую Σ), которая пересечёт цилиндр по образующей n . Точка пересечения этой образующей с лучом и есть тень точки В на поверхности колонны. На рис. 1.42 таким образом построены тени всех точек, и фронтальные проекции этих точек соединены плавной кривой.

Способ касательных конусов и цилиндров

Этим способом строят контуры собственных теней поверхностей вращения, оси которых перпендикулярны плоскостям проекций.

Сущность его состоит в следующем: вокруг поверхности Δ описывают (или вписывают в неё) вспомогательные конусы и цилиндры, которые касаются заданной поверхности по окружностям – параллелям. На картинке (рис. 1.43) показано построение точек 1 и 2 с помощью касательного цилиндра Λ . Определяют указанными выше приёмами теневые образующие (n и m) вспомогательных поверхностей, а затем точки пересечения (1, 2) этих теневых образующих с окружностью касания l . Полученные точки

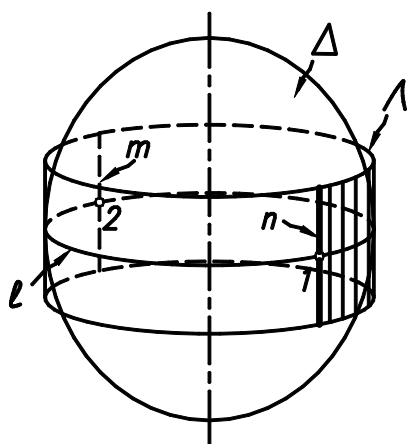


Рис. 1.43

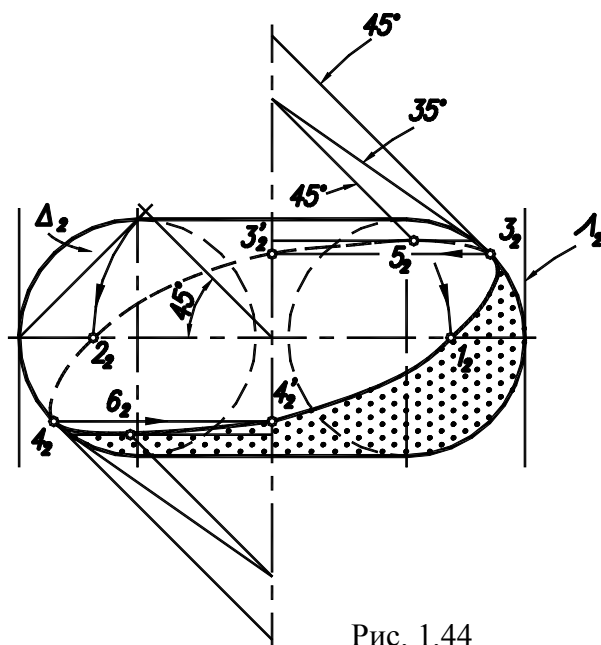


Рис. 1.44

необходимости более точного построения контура собственной тени можно провести ещё несколько конусов с произвольным наклоном образующей, касательных к заданной поверхности.

На рис. 1.44 решена задача на построение контура собственной тени тора Δ .

Способ вспомогательных плоскостей

В литературе его часто называют способом вспомогательных экранов. Применяют для определения падающих теней.

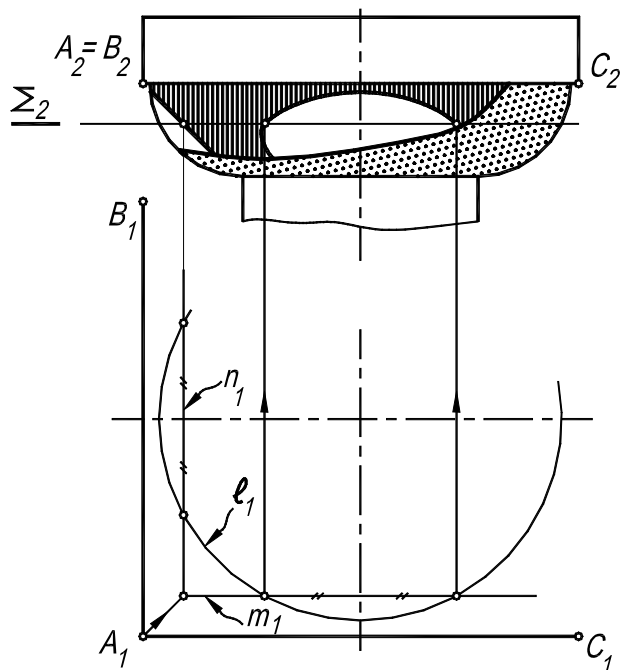


Рис 1.45

Как уже говорилось выше, контур падающей тени строится как линия пересечения поверхностей, из которых одна – лучевая обёртывающая, а другая – поверхность, на которой строится тень.

Это известная вторая позиционная задача и решается она с помощью вспомогательных поверхностей.

На рис. 1.45 представлена венчающая часть колонны. Требуется построить падающую тень прямоугольной плиты – абак на эхин, представляющей собой тор.

Собственная тень эхина определена способом касательных конусов и цилиндров. Контур собственной тени абак – пространственная ломаная, а обёртывающая лучевая

поверхность — наклонная шестигранная призма. Задача сводится к построению линии пересечения этой призмы с тором и решается методом вспомогательных плоскостей. Можно

сразу учесть, что тень на видимую часть эхина упадёт от двух рёбер ВА и АС, значит нас будет интересовать не вся призма, а лишь две грани, порождённые этими рёбрами.

Для решения вводят вспомогательную горизонтальную плоскость уровня Σ . Она пересекает две грани призмы по прямым n и m , а тор – по окружности ℓ . Точки пересечений этих линий принадлежат контуру падающей тени.

Для нахождения ряда точек необходимо провести ещё несколько плоскостей и проделать те же операции. Полученные точки соединяют плавной кривой.

Способ обратного луча

Способ применяют для определения падающих теней одного предмета на другом (рис. 1.46).

Сущность способа состоит в том, что от обоих предметов строят падающие тени на одну плоскость проекций, отмечают точки пересечения контуров падающих теней и из этих точек проводят обратные лучи до пересечения с рёбрами, их отбросившими. Полученные точки определяют контур падающей тени одного предмета на другом.

На рис. 1.46 построена тень отрезка NM на $\Delta(ABC)$.

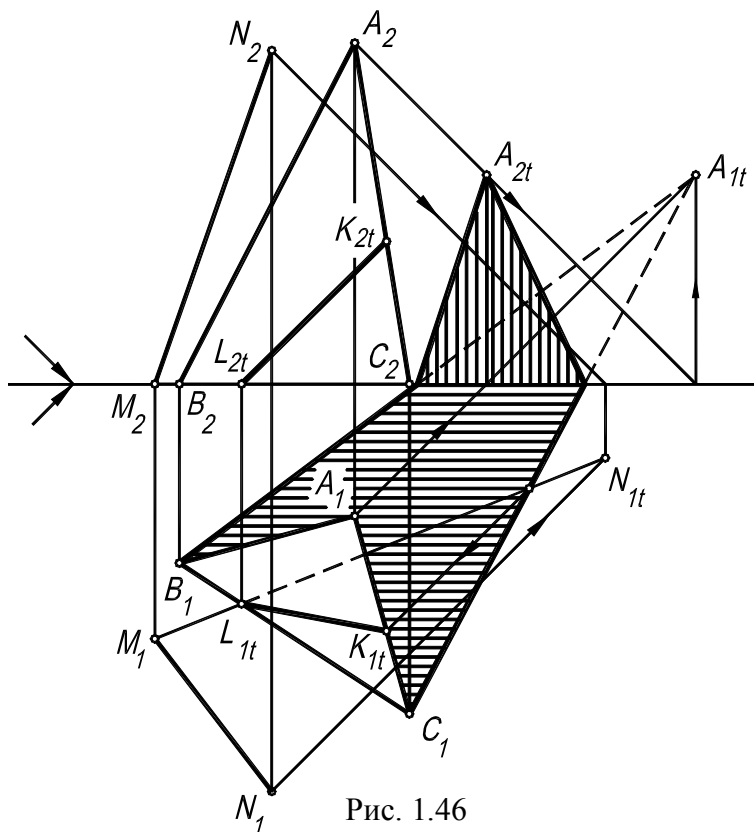


Рис. 1.46

Тени на проекциях зданий

Тени от карниза или абаки

Контур собственной тени (крыши или абаки) содержит рёбра ВА и АС. Рис. 1.47, а.

Удобно вначале построить падающую тень на фасаде от угловой точки А, а затем – от указанных рёбер, учитывая, что ребро ВА перпендикулярно, а АС – параллельно фасадной стене. Поэтому тень ребра ВА (рис. 1.47, б) совпадает с фронтальной проекцией луча, а тень АС параллельна самому ребру.

Построения выполняются аналогично, если тень от карниза падает не на сплошную стену, а на грани колонн (рис. 1.47, в).

Возможны варианты, когда тень от точки А упадёт на ребро стены (рис. 1.47, з) или на боковую стену (рис. 1.47, д). В последнем случае тень от точки А следует построить на продолжении фасадной стены.

Тень от абаки на гранный столб (рис. 1.48, а) представляет собой ломаную линию, для построения которой необходимо определить характерные точки – вершины этой ломаной. В нашем примере это тени точек А и В. Сама точка В найдена известным приёмом с помощи проекции обратного луча от проекции ребра столба. Необходимые построения указаны на чертеже стрелками. На рис. 1.48, б приведён пример построения тени от абаки

на круглую колонну. Построение тени от точки А показано на чертеже. Тень от ребра ВА совпадает с фронтальной проекцией луча, а от ребра АС – представляет собой нормальное сечение колонны, то есть окружность. Смотри правило два (с. 8).

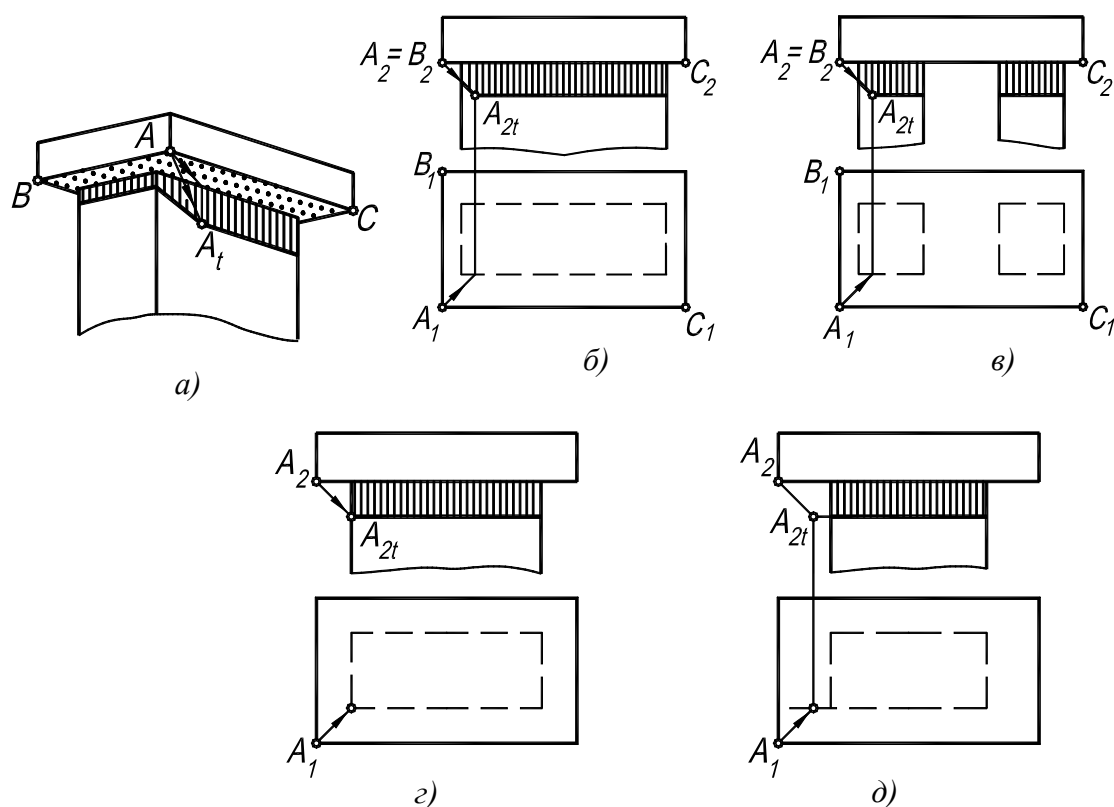


Рис. 1.47

Эти тени на колонне можно построить и без горизонтальной проекции (плана). Фронтальную проекцию луча продолжают до пересечения с осью колонны в точке О, а затем из этой точки, как из центра, проводят окружность радиусом, равным радиусу сечения колонны.

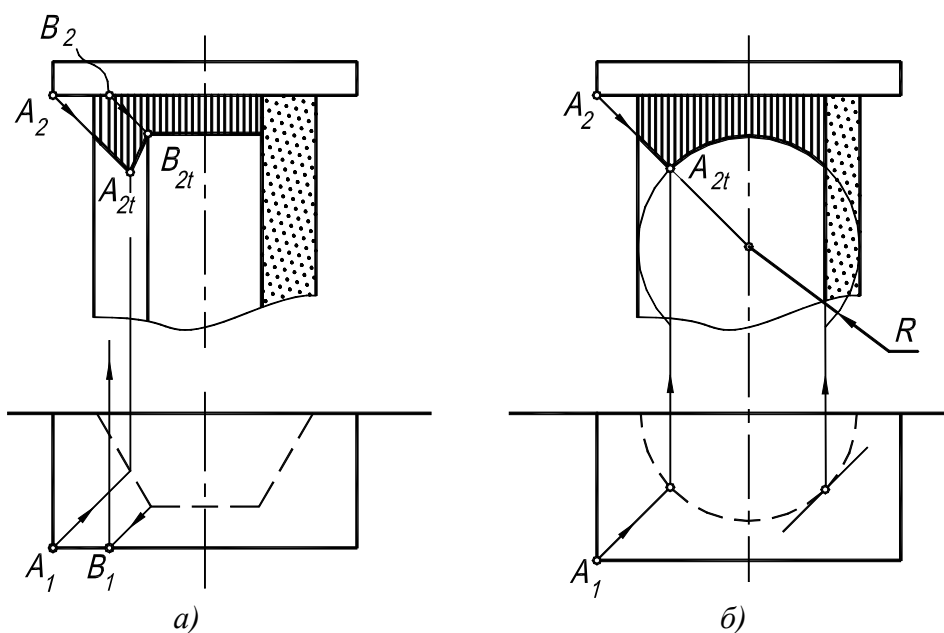


Рис. 1.48

Тени в нишах

В прямоугольной плоской нише (рис. 1.49, а, б) контуром собственной тени являются рёбра ВА и АС. Определив тень точки А на задней стенке ниши способом следа луча, проведём линии тени параллельно соответствующим рёбрам.

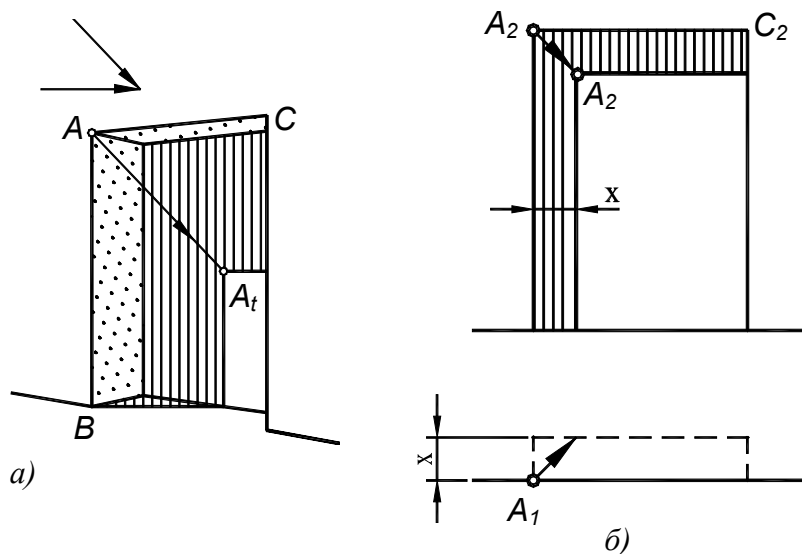


Рис. 1.49

Следует учесть, что ширина падающей тени в нише равна глубине ниши X , поэтому, зная эту глубину, можно построить падающую тень без использования горизонтальной проекции.

Контуром собственной тени в плоской полуциркулярной нише (рис. 1.49, в) являются вертикальное ребро ВА и дуга окружности АС. Точка С определяется как точка касания фронтальной проекции луча с фронтальной проекцией дуги ниши.

Для построения падающей тени необходимо определить тень центра дуги ниши точки О и провести дугу окружности того же радиуса с центром в точке O_2 .

Тень вертикального ребра Тень в цилиндрической нише с плоским сводом (рис. 1.49, г) от вертикального ребра упадёт на среднюю образующую ниши. Лучевая плоскость, проходящая через горизонтальную кромку, пересечёт поверхность ниши по эллипсу, который на фронтальной проекции проецируется в окружность (нормальное сечение). Тень горизонтальной

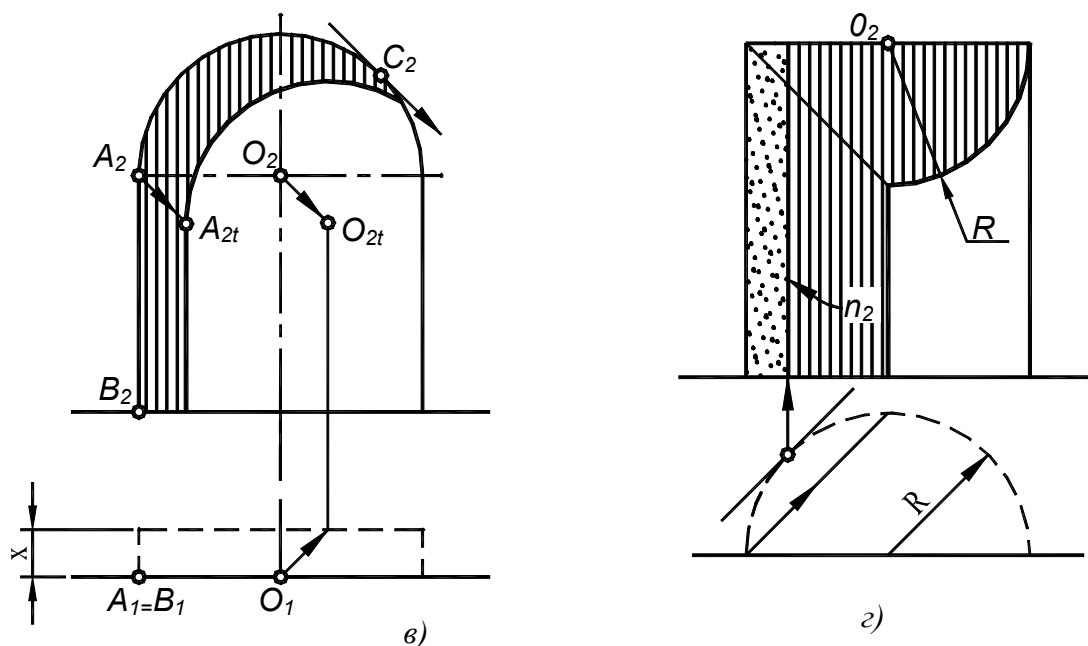


Рис. 1.49

кромки ниши изобразится в виде дуги окружности с центром в точке O_2 и с радиусом, равным цилиндрической поверхности ниши, параллельна самому ребру.

Заметим, что часть левой половины ниши находится в собственной тени. Теневая образующая n определена точкой касания горизонтальной проекции луча горизонтальной проекции цилиндрической части ниши.

Тень от козырька

Контур собственной тени прямоугольного козырька (рис. 1.50, а, б) – пространственная ломаная линия $BACDE$. Точки B и E принадлежат стене и, следовательно, совпадают с собственными тенями. Падающие тени на фасадной стене строят от трёх точек козырька – A, C, D .

Если под козырьком есть ниша (рис. 1.51), то тень ребра AC козырька, упавшая в нишу, будет ниже тени того же ребра на стене на величину глубины ниши. Необходимые построения показаны на чертеже.

В случае, если тень козырька не вся поместится на стене (рис. 1.50, а, 1.51), можно с помощью обратных лучей определить тот участок контура собственной тени козырька, тень от которого упадёт на землю или другие предметы.

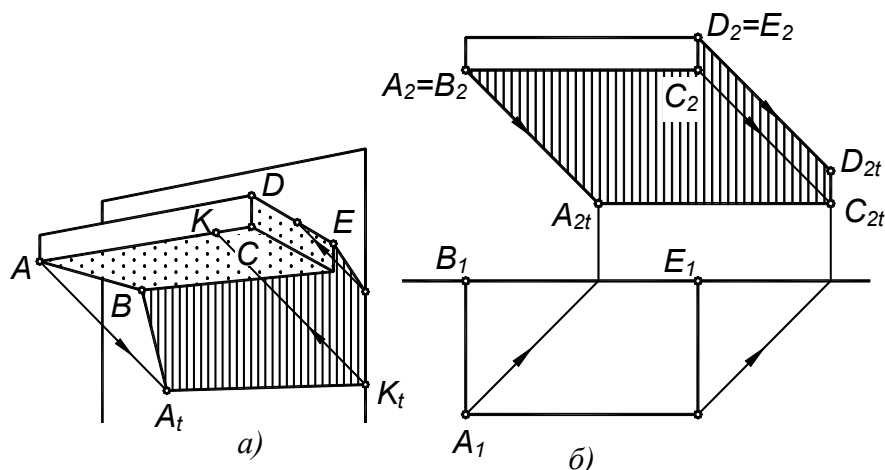


Рис. 50

Цилиндрический козырёк (рис. 1.52) является низким цилиндром, поэтому контур собственной тени его будет состоять из двух дуг – (1, 2, 3, 4), (5, 6) и теневой образующей (4, 5).

Для построения падающей тени от криволинейных участков контура собственной тени козырька строят тени от ряда точек этих участков. Полученные точки соединяют плавной кривой.

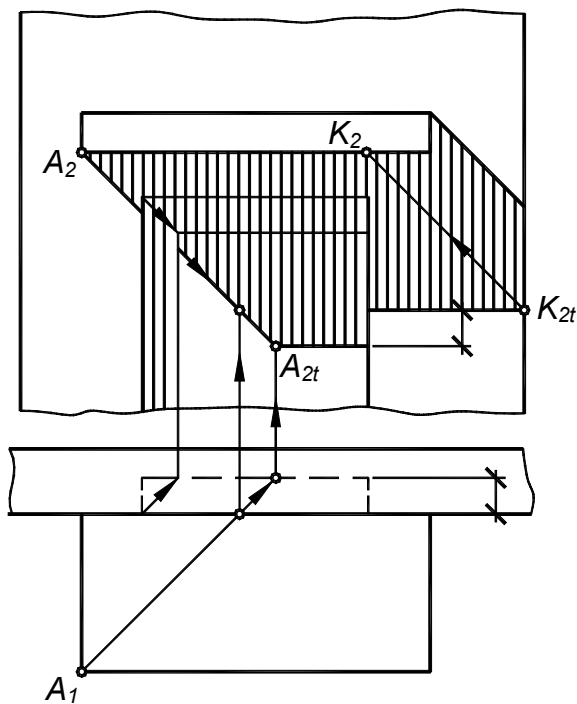


Рис. 1.51

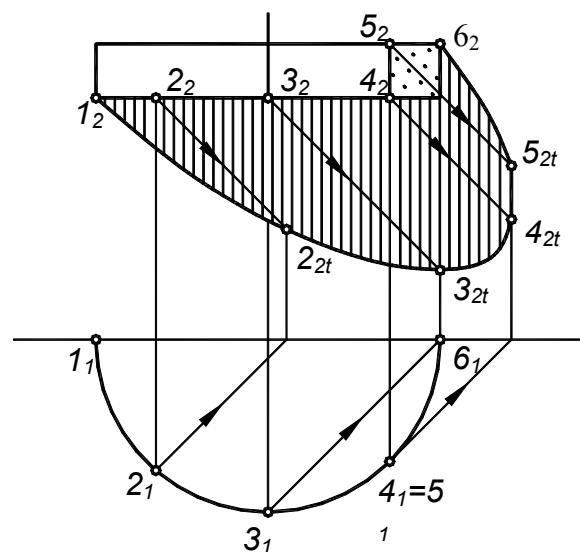


Рис. 1.52

Тени от вертикальной стенки на ступени лестницы

Контур собственной тени боковой стенки, представленной на рис. 1.53, 1.54, 1.55, состоит из двух рёбер ВА и АС (остальные рёбра контура собственной тени совпадают с собственными тенями).

Тень вертикального ребра ВА на горизонтальной проекции совпадает с горизонтальной проекцией плоскости $\Sigma - \Sigma_1$ (или горизонтальной проекцией луча), а на фронтальной – повторяет профиль лестницы.

Тень от ребра АС на фронтальной проекции совпадает с Γ_2 , а на горизонтальной – повторяет профиль лестницы. Тень точки А получается на пересечении проекции плоскости с проекцией профиля. Эта тень может упасть либо на одну из проступей (рис. 1.54), либо на один из подступёнков (рис. 1.55).

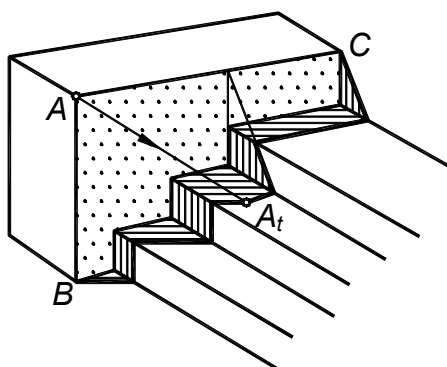


Рис. 1.53

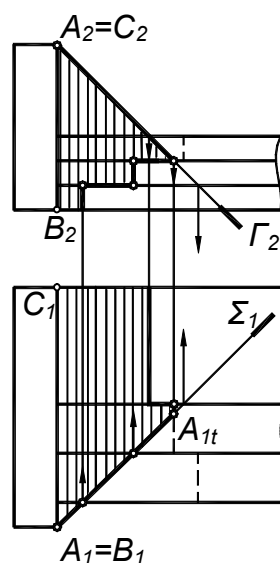


Рис. 1.54

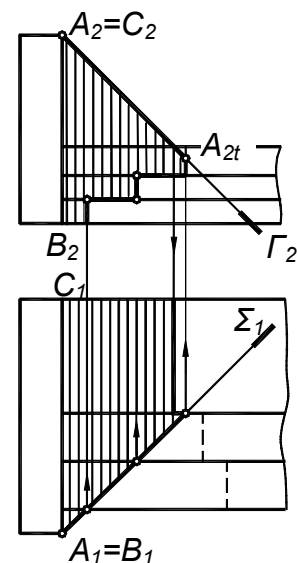


Рис. 1.55

Общие указания по построению теней на фасаде здания

Последовательность построения теней здания или сооружения зависит от поставленной задачи. Если требуется построить тени только на фасаде, следует выявить все детали фасада, выступающие или западающие относительно стены; определить контуры собственной тени каждой из этих деталей и затем строить падающие тени на фасадной стене. Если, кроме вышеуказанной задачи, требуется построить тени здания на земле и вертикальной плоскости (на плоскостях проекций), следует начинать с последних. То есть определяют контуры собственной тени больших объёмов (цоколь, само здание, карниз, крыша) здания, от них строят падающие тени на плоскостях проекций, а затем приступают к построению теней на проекциях самого здания.

При этом важно представлять логику теней.

1. Тень падает только на освещённую поверхность, то есть тень на тень не падает.
2. Контур падающей тени здания или сооружения в целом составляется из тех частей контуров падающих теней отдельных элементов, которые не накладываются друг на друга. На рис. 1.56 показано построение контура падающей тени от сооружения на плоскости проекций. Контур падающей тени сооружения складывается из частей контуров падающей тени крыши, стелы и основания.
3. Наложение контуров падающей тени различных элементов здания свидетельствует о том, что тени одних элементов попадают на другие.
4. Если тень накладывается на проекцию здания – тень не видима (рис. 1.56).

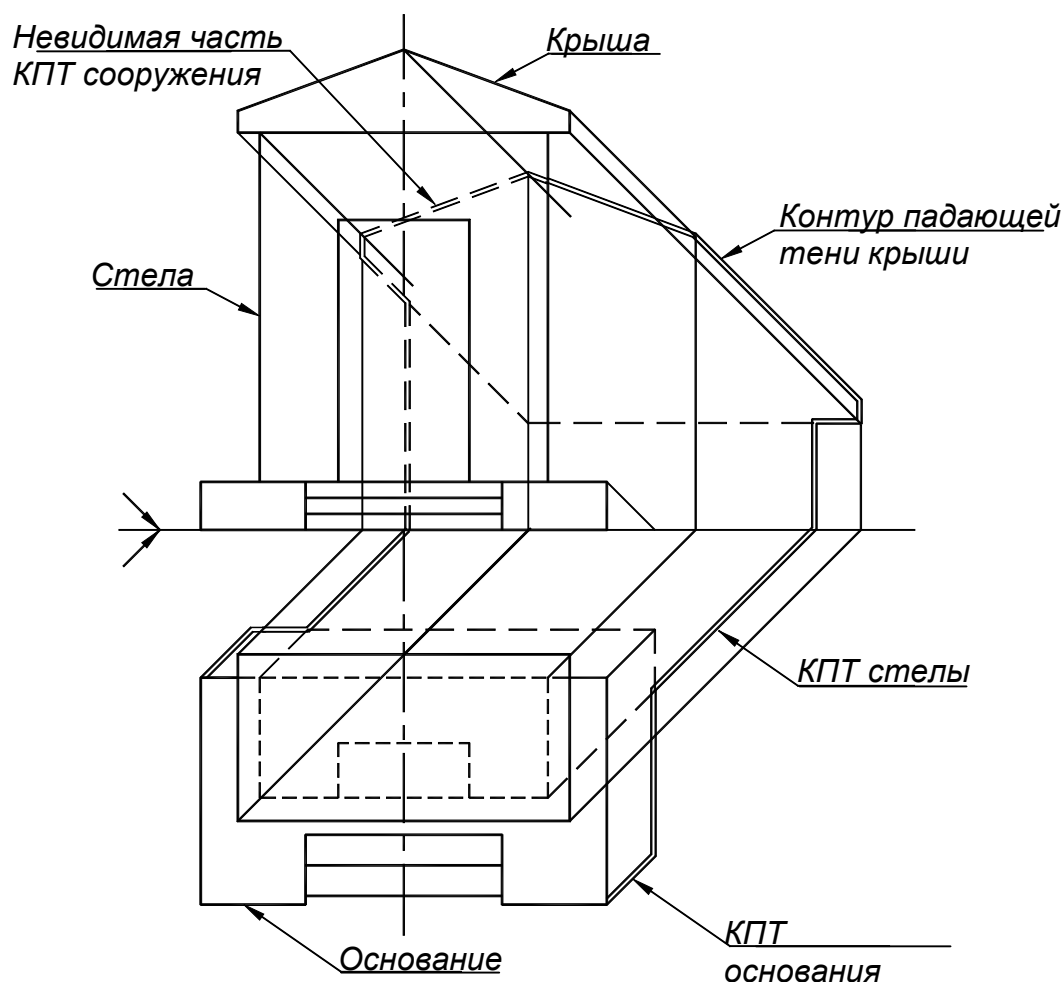


Рис. 1.56

Глава 2

Тени в перспективе

Основные сведения

Перспективное изображение становится более убедительным и наглядным, если на нём будут построены тени при существующем в действительности освещении. Все положения и правила построения теней в ортогональных проекциях остаются справедливыми и при построении теней в перспективе.

Отметим основные:

1. Для построения теней объекта в перспективе должны быть даны две его проекции. Обычно пользуются перспективой объекта и перспективой его плана (горизонтальной проекции). Также необходимо задать аналогичные проекции светового луча.

2. Границы теней определяются так же, как и в ортогональных проекциях. Контур собственной тени гранного тела возможно определить путём сравнения объекта с кубиком, расположенным и освещённым аналогично. Контур собственной тени овального тела определяют с помощью касательных лучей и лучевых плоскостей. Контур падающей тени любого тела строят как тень контура собственной тени.

3. Тени строят чаще всего способом «следа луча».

Однако, при построении теней в перспективе следует помнить, что параллельные прямые в этом виде проекций направлены в соответствующие точки схода. Речь идёт о лучах, их проекциях и прямых участках контура падающей тени.

Для удобства и упрощения объяснений в дальнейшем будем обозначать перспективы точек, как точки пространства – A , L , 1 , 2 и т.д.; а перспективы их проекций – с подстрочными индексами. Например, перспективы горизонтальных проекций точек – A_1 , L_1 , 1_1 , 2_1 и т.д.

Расположение источников света

Рассмотрим три возможных случая расположения источника света относительно наблюдателя и освещаемого объекта.

Положение 1. Солнце находится за зрителем (рис. 2.1), то есть перед освещённым объектом, тогда точка L схода перспектив световых лучей располагается ниже линии горизонта, а точка L_1 схода их горизонтальных проекций – на линии горизонта.

На рис. 2.1 построена падающая тень шеста AA_1 . Точка A_1 на предметной плоскости и совпадает с собственной тенью. Для построения тени точки A из её основания A_1 проводят перспективу горизонтальной проекции светового луча в точку L_1 , а из точки A – перспективу самого луча. В пересечении проведённых прямых определяют точку A_{1t} – тень точки A . Тень вертикального шеста на предметной плоскости совпадает, как известно, с проекцией светового луча на этой же плоскости.

Положение 2. Солнце перед зрителем, то есть объект освещается сзади (рис. 2.2). В этом случае точка схода перспектив лучей выше линии горизонта. Это положение источника света используется редко.

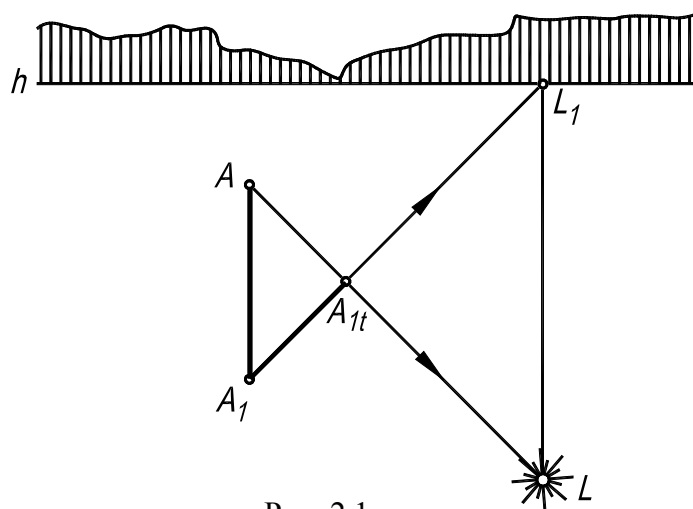
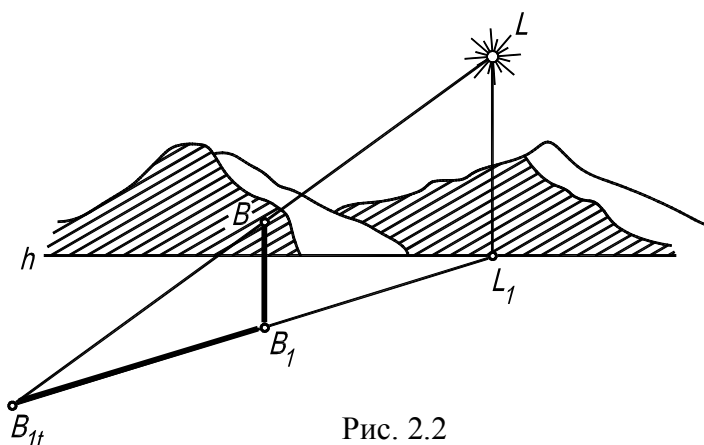


Рис. 2.1

Положение 3. Солнечные лучи параллельны картине, тогда перспективы лучей будут параллельны между собой, а перспективы их горизонтальных проекций – параллельны линии горизонта (рис. 2.3). Направление светового луча задают произвольно с учётом наиболее удачного выявления рельефа фасада и конфигурации здания или сооружения. Для построения тени шеста (AA_1) из точки A проводят перспективу луча параллельно заданному направлению l , а из горизонтальной проекции A_1 – перспективу горизонтальной проекции луча (параллельно l_1). Тень A_{1t} точки A находят на пересечении проведённых лучей, а тень шеста представляет отрезок (A_1A_{1t}).



Примеры построения теней при первом положении световых лучей (солнце находится за зрителем)

Пример 1 (рис. 2.4). Построить тень вертикального шеста AA_1 на наклонной плоскости Δ .

Через точку A проводят луч в L , а через A_1 – горизонтальную проекцию луча в L_1 . Образованная при этом горизонтально-проецирующая плоскость пересекает плоскость Δ по прямой (1 2). Точка пересечения луча с построенной прямой есть тень A_t точки A на плоскости Δ . Часть тени шеста (A_11) упала на предметную плоскость, остальная – на плоскость Δ ($1A_t$).

Пример 2 (рис. 2.5). Построить собственные и падающие тени призмы.

При заданном положении солнца в собственной тени находятся боковая правая и задняя

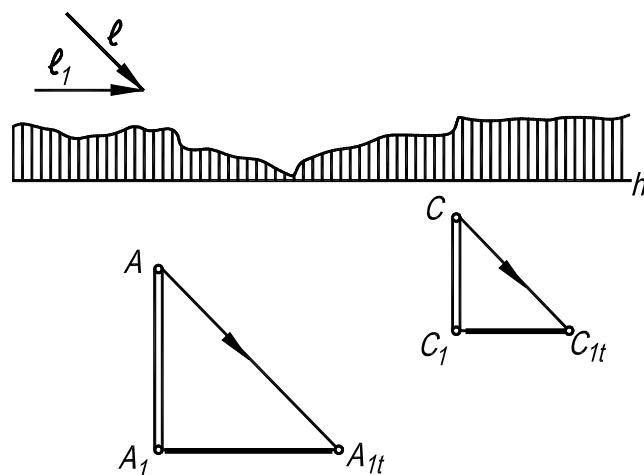


Рис. 2.3

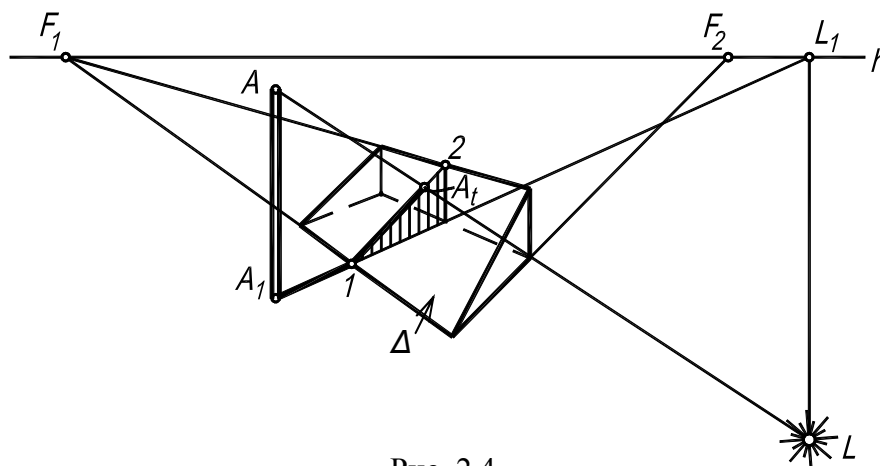


Рис. 2.4

границы призмы. Контуром собственной тени является ломаная (A_1ABCC_1), от каждой вершины которой строят падающую тень. Тени вертикальных рёбер (A_1A_{1t}) и (C_1C_{1t}) имеют направление в точку схода L_1 . Тени горизонтальных рёбер призмы, параллельные этим рёбрам, направлены в соответствующие точки схода.

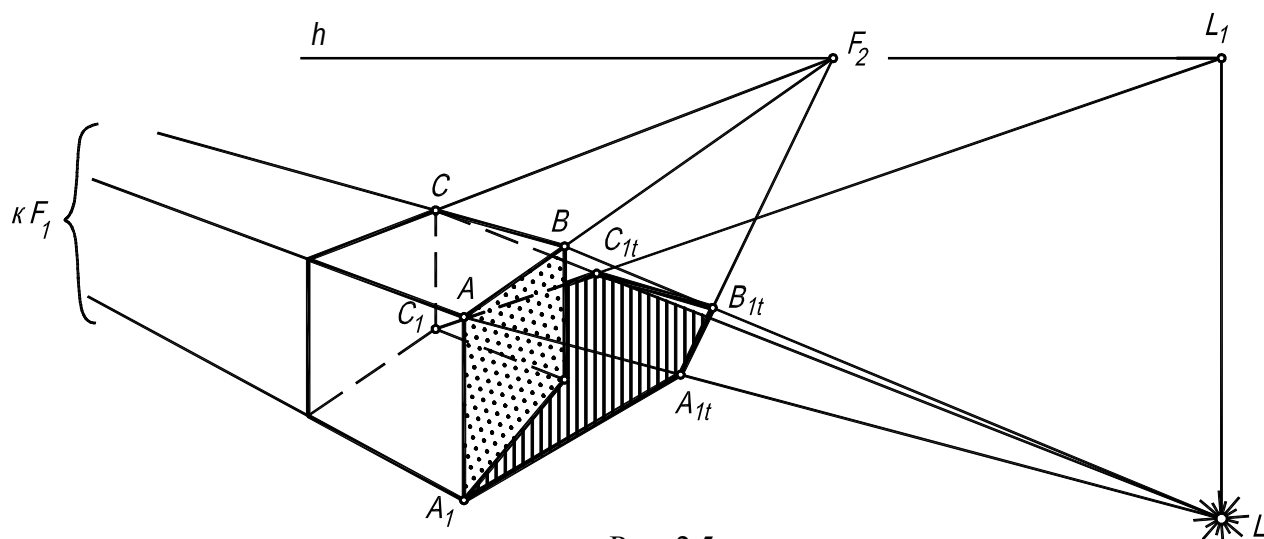


Рис. 2.5

Пример 3 (рис. 2.6). Построить падающие тени плиты на столб.

Строят тень угловой точки плиты A , для чего из самой точки (или из её горизонтальной проекции A_1) проводят проекцию луча в L_1 до пересечения с ребром передней грани столба в точке 1 (или 1_1). Из полученной точки проводят вертикальную прямую, которая пересечёт луч AL в точке A_t – тени точки A . Для построения участка тени ребра AB на передней грани столба продолжают эту грань до пересечения с ребром AB в точке 2 и соединяют A_t с 2. Тени рёбер AC на передней грани и AB на боковой левой направлены в соответствующие точки схода.

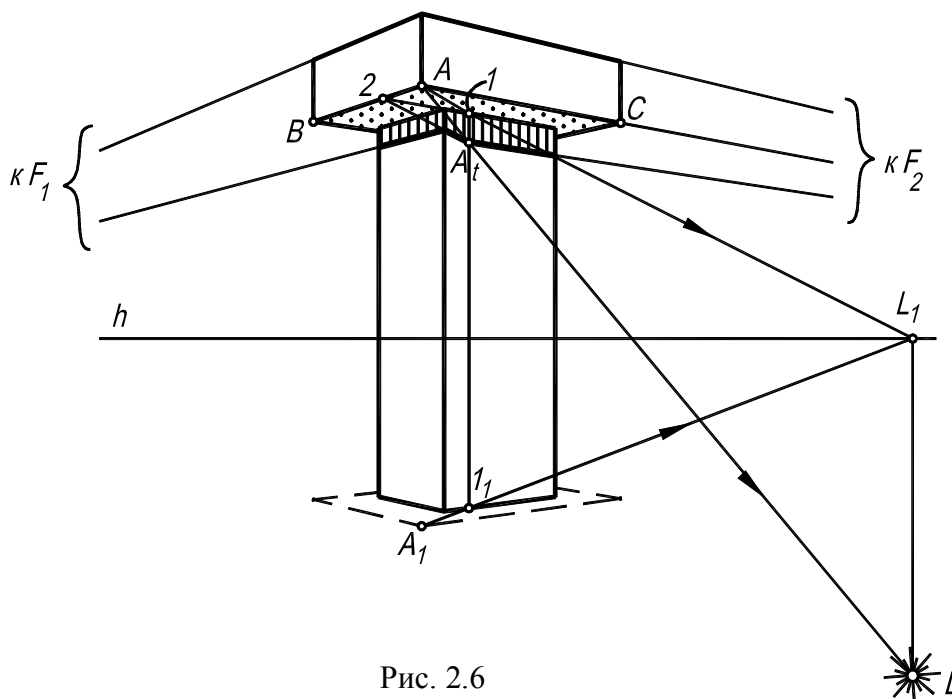


Рис. 2.6

Пример 4 (рис. 2.7). Построить собственные тени круглых плиты и колонны и падающую тень плиты на колонне.

Для построения контуров собственных теней плиты и колонны проводят горизонтальные проекции лучей (в L_1), касательные к окружностям их оснований (в точках T и P). Контур

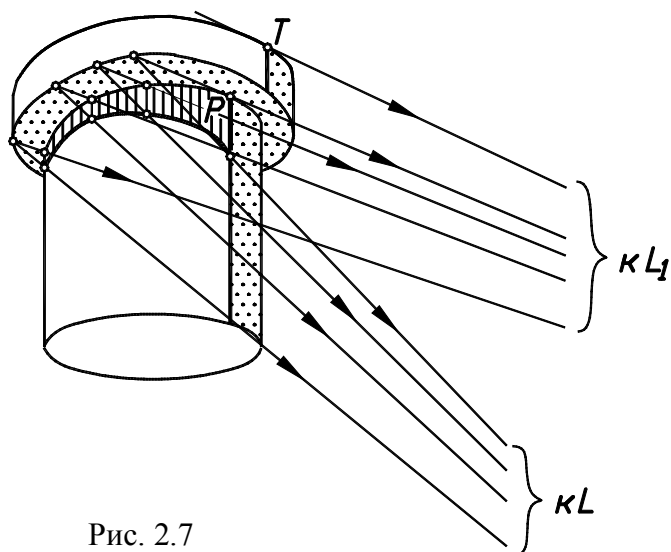


Рис. 2.7

падающей тени плиты на колонне определяют по отдельным точкам, каждую из которых определяют методом «следа луча».

Примеры построения теней при третьем положении световых лучей (солнечные лучи параллельны картине)

Этот вариант освещения предлагается студентам АС-факультета для построения теней на перспективном изображении в задании «Перспектива и тени».

Пример 5 (рис. 2.8). Построить тень вертикального шеста (AA_1) на ступенях лестницы.

Отрезки тени шеста на предметной плоскости и проступях параллельны горизонтальной проекции луча, а на подступёнках – самому шесту.

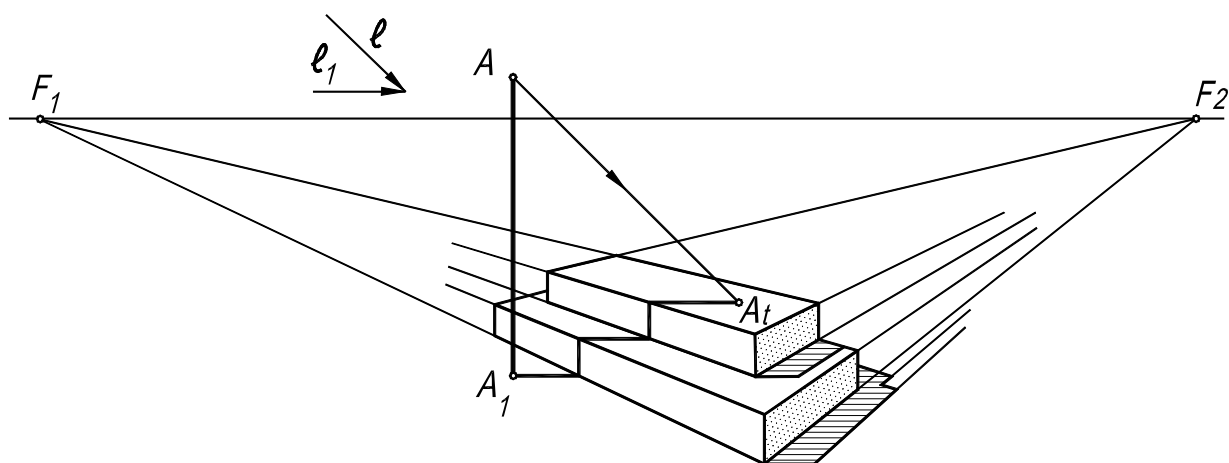


Рис. 2.8

Пример 6 (рис. 2.9). Построить тень горизонтального отрезка (AK) на горизонтально-проецирующей плоскости Σ .

Строят тень точки A на плоскости Σ методом «следа луча». Из самой точки A проводят перспективу луча, а из её горизонтальной проекции A_1 – перспективу горизонтальной проекции

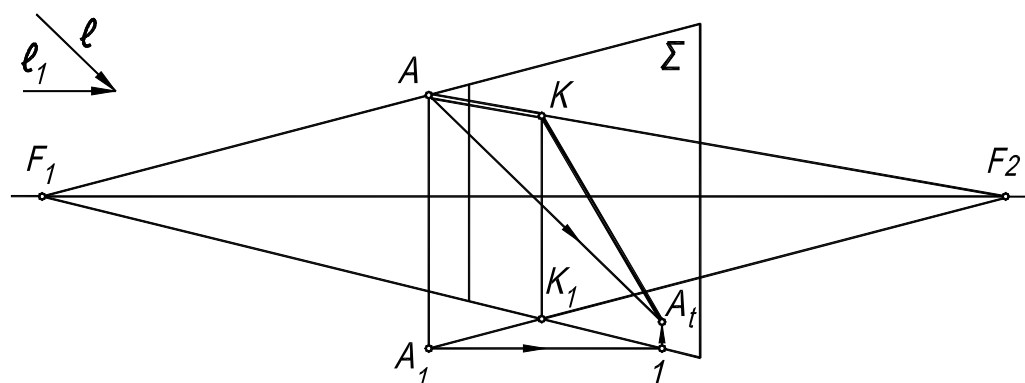


Рис. 2.9

луча. Тень A_t находят на пересечении перспективы луча с вертикальной прямой, проведённой из точки 1. Тень точки K совпадает с самой точкой и, следовательно, (A_tK) есть тень отрезка (AK) .

Пример 7 (рис. 2.10). Построить падающую тень непрозрачной треугольной пластинки AA_1B на плите.

Строят тени точки A на предметной плоскости – A_{1t} , на передней грани плиты – A_{2t} и на верхней плоскости плиты – A_t .

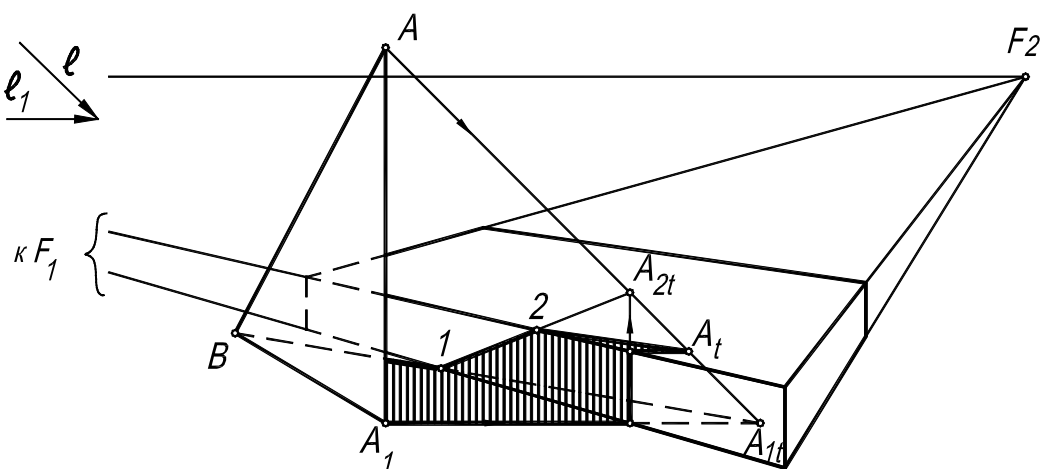


Рис. 2.10

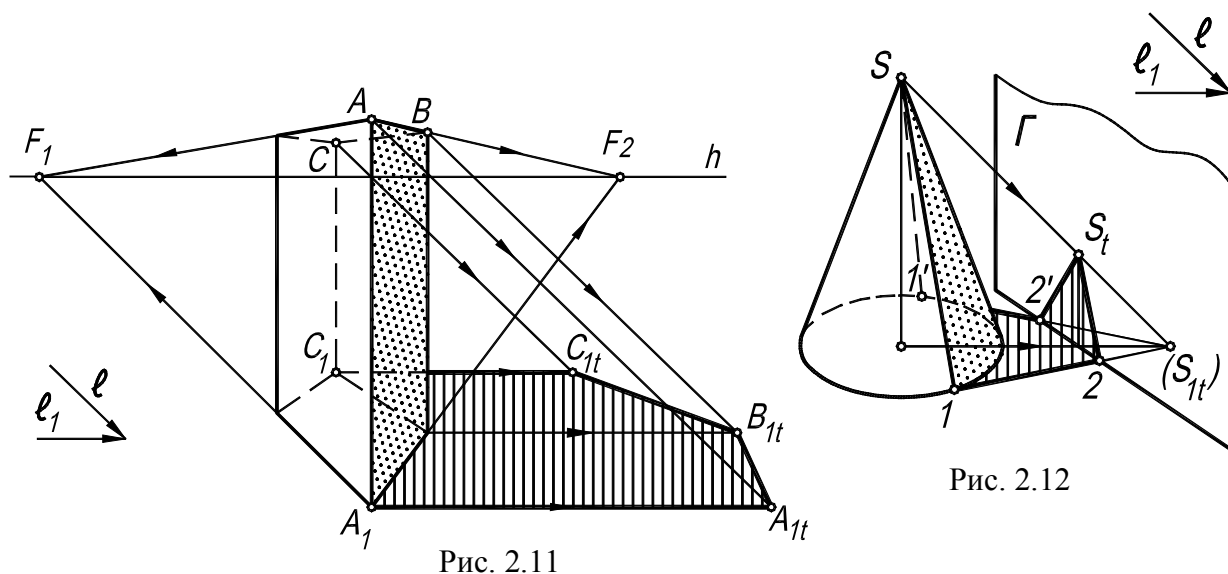
Тень A_{1t} (фиктивная) нужна для построения тени BA_{1t} стороны BA на предметной плоскости. Полученную точку 1 перегиба соединяют с A_{2t} (фиктивной). Отрезок $1A_{2t}$ представляет собой тень стороны BA на передней грани плиты. Из точки перегиба 2 тень стороны BA идёт в точку A_t . Построение тени вертикальной стороны AA_1 рассмотрено выше (рис. 2.8).

Пример 8 (рис. 2.11). Построить собственные и падающие тени колонны.

Контур падающей тени построен от контура собственной тени (A_1ABCC_1) . Тени вертикальных рёбер горизонтальны, а горизонтальных – направлены в соответствующие точки схода.

Пример 9 (рис. 2.12). Построить собственные и падающие тени конуса.

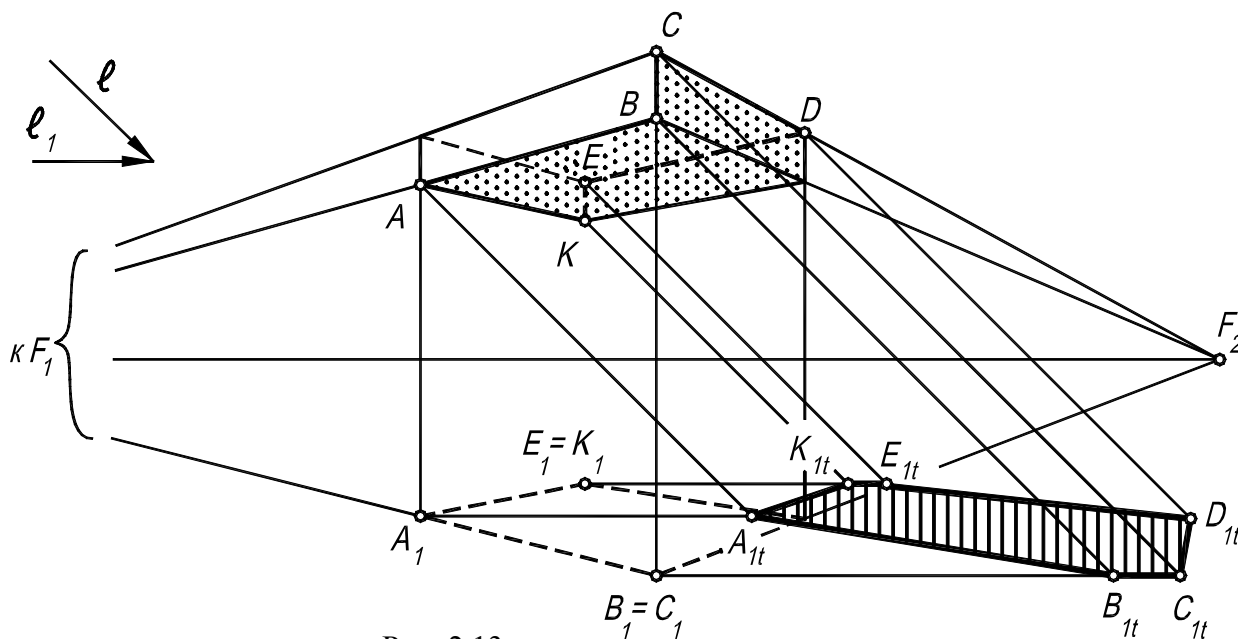
Как и в ортогональных проекциях, для построения контура собственной тени конуса сначала строят падающую тень вершины S на плоскости его основания. Из полученной точки S_{1t} ,



которая в этом примере является фиктивной, проводят касательные к окружности основания. Эти касательные ($S_{1t}1$) и ($S_{1t}1'$) составляют контур падающей тени конуса на горизонтальной плоскости. Точки касания 1 и 1' определяют теневые образующие (1S) и (1'S) конуса. Затем строят действительную тень вершины на плоскости Γ и соединяют эту точку (S_t) с точками перелома 2 и 2'.

Пример 10 (рис. 2.13). Построить собственные и падающие тени плиты.

Контур собственной тени плиты – замкнутая ломаная ABCDEKA, от каждой из вершин которой строят падающие тени на предметной плоскости. При построении теней горизонтальных рёбер удобно пользоваться их точками схода. Так рёбра (AK) и (CD) и их тени ($A_{1t}K_{1t}$) и ($C_{1t}D_{1t}$) направлены в точку схода F_2 , а (BA), (DE), ($B_{1t}A_{1t}$), ($D_{1t}E_{1t}$) – в точку схода F_1 .



Пример 11 (рис. 2.14). Построить тень козырька на стене.

Строят тень угловой точки A на стене методом «следа луча». A_tE – тень ребра AE . Так как это ребро перпендикулярно стене, тень представляет собой фронтальную проекцию светового луча. Тень ребра AB идёт через точку A_t в ту же точку схода (F_1), что и само ребро. Но на стену падает не вся его тень, а только часть – отрезок A_t1_t . Если из точки 1_t провести обратный луч до

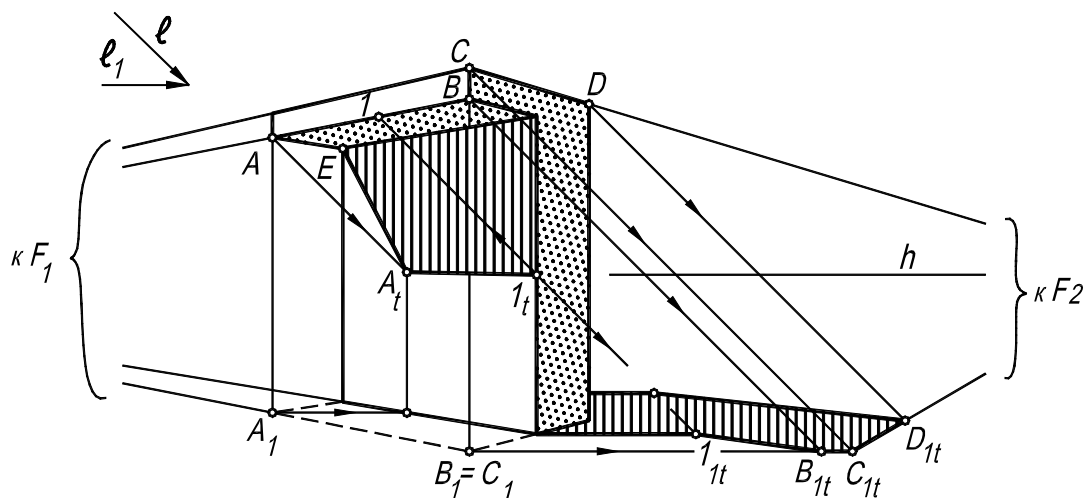


Рис. 2.14

пересечения с ребром AB , то можно определить сам отрезок $A1$ этого ребра. Остальная часть тени упадёт, очевидно, на предметную плоскость, причём эта тень проходит через точку 1_{1t} в точку схода F_1 .

Пример 12 (рис. 2.15). Построить тени в прямоугольной нише.

При заданном направлении освещения в собственной тени будут два откоса – левый и верхний. Контур собственной тени составят два ребра (AA_1) и (AB). Удобно построить сначала тень угловой точки A на задней стенке ниши (A_t). Участок ломаной (A_1A_t) – тень вертикального ребра. Тень горизонтального ребра пройдёт через точку A_t в точку схода F_1 .

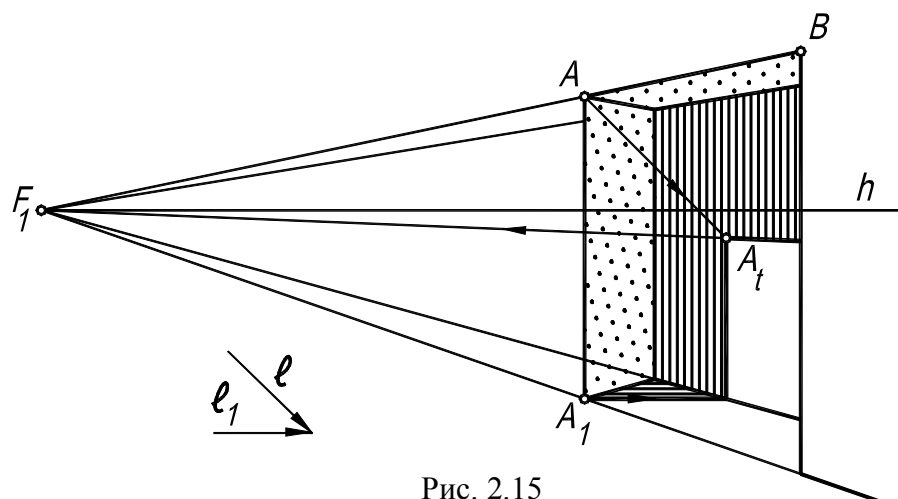


Рис. 2.15

Пример 13 (рис. 2.16). Построить собственные и падающие тени в плоской полуциркулярной нише.

При заданном освещении контуром собственной тени является линия, составленная из отрезка прямой (A_1A), кривой ($ABCT$) и образующей цилиндрической части ниши, проведённой из точки T (на чертеже невидима и не показана). Точка T найдена как точка касания дуги окружности ниши прямой, параллельной фронтальной проекции луча (l_2), построение которого пока-

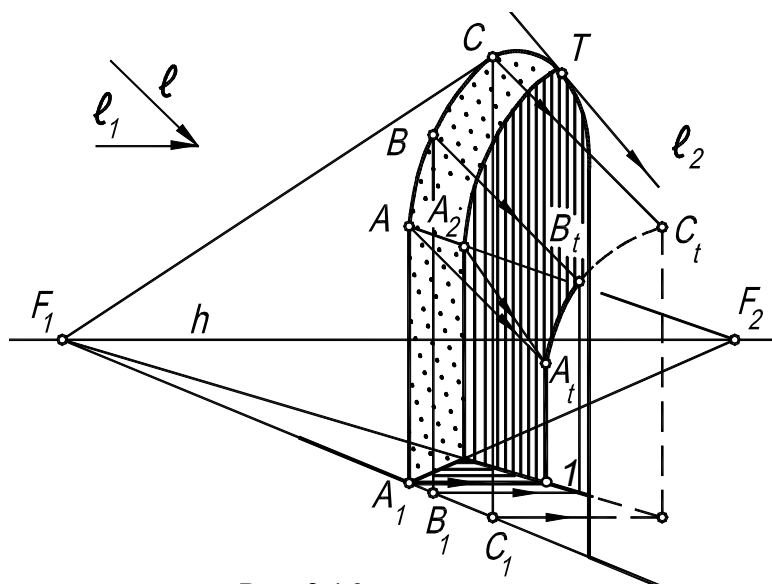


Рис. 2.16

зано на чертеже для точки A. (AA_2) – образующая цилиндрической части ниши; (A_2A_t) – тень этой образующей и фронтальная проекция луча. Таким образом, l_2 параллельна (A_2A_t).

Точки A_t , B_t , C_t и т.д. контура падающей тени строят методом «следа луча». Например: из точки B проводят луч, из её горизонтальной проекции (B_1) – горизонтальную проекцию луча. Тень B_t находят на пересечении луча с вертикальной прямой, проведённой из точки 1.

Пример 14 (рис. 2.17). Построить собственные и падающие тени боковой вертикальной стенки на ступенях лестницы.

Строят тень угловой точки A на ступенях. Участок ломаной (A_1A_t) – тень вертикального ребра стенки. Тени горизонтального ребра (AB) на проступях направлены в точку схода F, а на подступёнке тень строят с помощью точки 1 пересечения горизонтального ребра (AB) с плоскостью подступёнка.

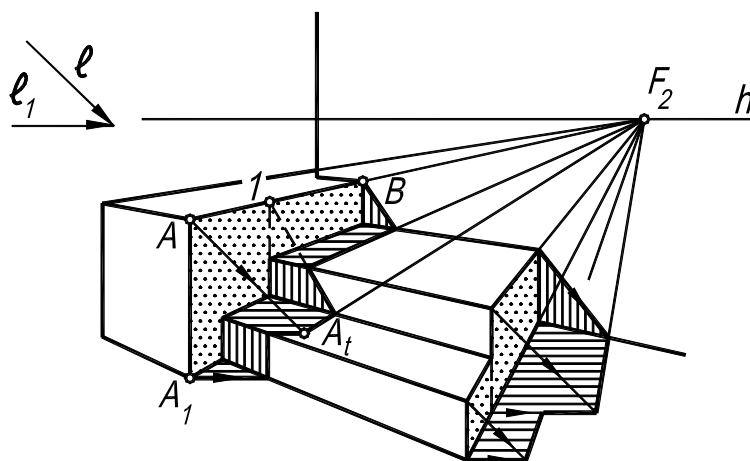


Рис. 2.17

Пример 15 (рис. 2.18). Построить собственные и падающие тени на перспективном изображении беседки.

Для каждого элемента беседки определён контур собственной тени и построен контур падающей тени, как тень контура собственной.

Общая падающая тень состоит из падающих теней отдельных элементов, которые не накладываются друг на друга.

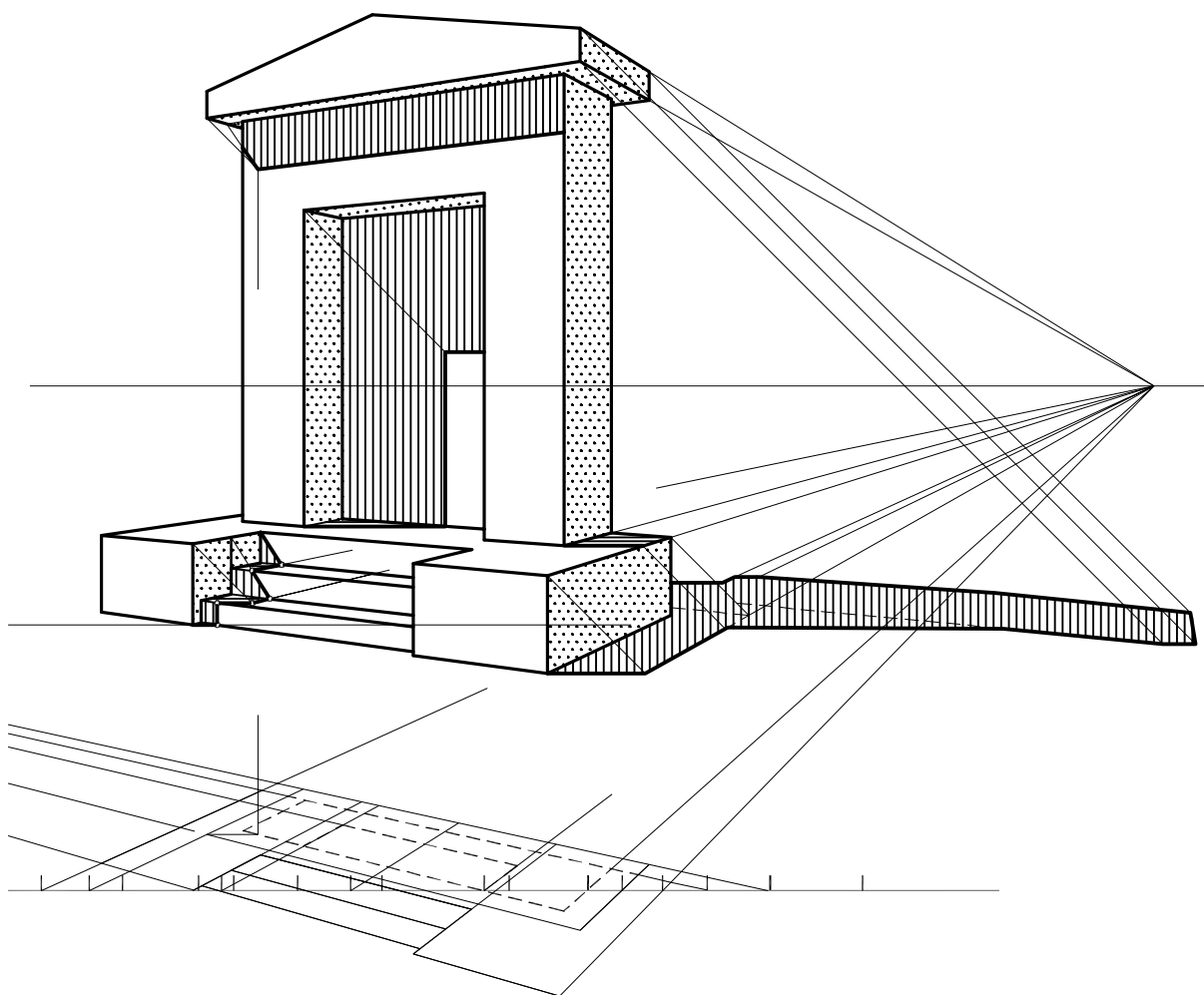


Рис. 2.18

Библиографический список

1. Добряков А. И. Курс начертательной геометрии. - М.: Госстройиздат, 1952.
2. Климухин А. Г. Тени в перспективе. - М.: Стройиздат, 1967.
3. Короев Ю. И. Начертательная геометрия. - М.: Стройиздат, 1987.
4. Крылова Н.Н., Лобандиевский П. И., Мэн С. А. Начертательная геометрия.- М.: Стройиздат, 1987.
5. Сенигов Н. П., Гусятникова Т.В., Манакова Г. И. Конспект лекций по курсу начертательной геометрии. - Челябинск: Издательство ЧПИ, 1974. - Ч 2.

Оглавление

Глава 1. Тени в ортогональных проекциях	
Основные понятия теории теней	3
Тени основных геометрических фигур	
Тени точки, прямой и плоских фигур	5
Тени пространственных геометрических фигур.....	12
Способы построения теней	16
Тени на проекциях зданий	19
Глава 2. Тени в перспективе	
Основные сведения.....	24
Расположение источников света	24
Примеры построения теней при первом положении световых лучей.....	25
Примеры построения теней при третьем положении световых лучей. (солнечные лучи параллельны картине)	27
Библиографический список.....	32