

---

744(07)  
644

• • / • •

УДК [744.621](075.8)  
Х644

*Хмарова Л. И., Путина Ж. В. Теоретические и практические основы выполнения проекционного чертежа.* — Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2008. — 131 с.

Пособие разработано в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования. Содержит теоретические основы построения чертежей геометрических фигур (элементы начертательной геометрии), а также практические приемы выполнения и оформления чертежей изделий в соответствии с ЕСКД.

Предназначено для студентов технических специальностей, изучающих курс «Инженерная графика».

Одобрено учебно-методической комиссией  
архитектурно-строительного факультета.

Рецензенты: Савиновский Н. И., Ерофеев М. В.

© Хмарова Л. И., Путина Ж. В., 2008.  
© Издательство ЮУрГУ, 2008.

## ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

1. Поверхности (плоскости) —  $\Gamma, \Delta, \theta, \Lambda, \Sigma, \Phi, \Omega, \dots$  Плоскости проекций —  $\Pi$  (пи):

- a*) горизонтальная плоскость проекций —  $\Pi_1$ ,
- б*) фронтальная плоскость проекций —  $\Pi_2$ ,
- в*) профильная плоскость проекций —  $\Pi_3$ ,
- г*) дополнительные плоскости проекций —  $\Pi_4, \Pi_5, \dots$

2. Точки в пространстве —  $A, B, C, \dots$  или  $1, 2, 3, 4, \dots$  (прописные буквы латинского алфавита или арабские цифры).

3. Линии в пространстве —  $a, b, c, d, \dots$  (строчные буквы латинского алфавита).

4. Углы —  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  (строчные буквы греческого алфавита).

5. Проекции точек, прямых, поверхностей:

- на плоскости  $\Pi_1$  —  $A_1, a_1, \Phi_1$ ;
- на плоскости  $\Pi_2$  —  $A_2, a_2, \Phi_2$ ;
- на плоскости  $\Pi_3$  —  $A_3, a_3, \Phi_3$ .

## СИМВОЛИКА

1.  $(AB)$  — прямая, проходящая через точки  $A$  и  $B$ .

2.  $[AB]$  — отрезок прямой.

3.  $|AB|$  — расстояние между точками  $A$  и  $B$ .

4.  $\in$  — принадлежность:

*а*) принадлежит, является элементом множества, например,  $A \in a$  — точка  $A$  принадлежит прямой  $a$ ;

*б*) содержит в себе, например,  $\theta \ni M$  — плоскость  $\theta$  проходит через (содержит) точку  $M$ .

5.  $\subset$  — включение:

*а*) является частью, подмножеством, включается, например, в  $l \subset \Delta$  — прямая  $l$  принадлежит плоскости  $\Delta$ ;

*б*) включает, содержит в себе, например,  $\Gamma \supset a$  — плоскость проходит через (содержит) прямую  $a$  (знак включения открытой частью обращен в сторону большего множества).

6.  $\parallel$  — параллельность.
7.  $\perp$  — перпендикулярность.
8.  $\div$  — скрещивание.
9.  $=$  — совпадение, равенство, результат построения.
10.  $\cong$  — конгруэнтность.
11.  $\wedge$  — и.
12.  $\Rightarrow$  — логическое следование («если ..., то ...»).
13.  $\Leftrightarrow$  — эквивалентность («если ..., то ..., и если ..., то ...»).
14.  $\rightarrow$  — отображает(ся).
15.  $\cap$  — пересечение множеств, например,  $m = \theta \cap \Gamma$  — линия  $m$  есть результат пересечения поверхностей  $\theta$  и  $\Gamma$ .

## ВВЕДЕНИЕ

Чертеж является графическим средством выражения замыслов конструктора или проектировщика, а также основным производственным документом, при помощи которого осуществляется изготовление машин, механизмов и их составных частей, а также строительство зданий и инженерных сооружений. Теоретические знания и практические навыки для выполнения и чтения чертежей изделий дает учебная дисциплина «Инженерная графика». Она способствует развитию пространственного воображения, так необходимого инженеру в его творческой деятельности.

Чертеж предмета состоит из совокупности двух и более взаимосвязанных изображений, выполненных по правилам прямоугольного проецирования, а также с соблюдением правил и условностей, изложенных в стандартах ЕСКД и других специальных стандартах.

Чертеж должен быть по возможности наглядным, обратимым, т. е. давать возможность точно воспроизводить форму и размеры предмета, обладать простотой построения.

Первые стандарты на оформление чертежей были утверждены в 1928 г. Затем они дополнялись и изменялись. В 1965–1967 гг. был разработан комплекс стандартов — Единая система конструкторской документации (ЕСКД). Этот комплекс, включающий в себя более ста ГОСТов, вводит единые правила оформления конструкторской документации, устанавливает единую терминологию, используемую при проектировании. В начале курса изучаются стандарты на графическое оформление чертежей: «Форматы», «Масштабы», «Изображения — виды, разрезы, сечения», «Шрифты чертежные», «Обозначения графических материалов и правила их нанесения на чертежах», «Линии», «Нанесение размеров и предельных отклонений», «Изображение резьбы», «Обозначение резьбы» и др.

# Глава 1

## ОРТОГОНАЛЬНОЕ (ПРЯМОУГОЛЬНОЕ) ПРОЕЦИРОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

Для построения изображений (проекций) предметов на плоскости применяют метод проецирования. Получающиеся при этом чертежи называются проекционными. При выполнении чертежей технических форм используют ортогональное проецирование. Сущность способа ортогонального проецирования заключается в том, что через каждую точку геометрической фигуры проводится проецирующая прямая, перпендикулярная плоскости проекций, и точка пересечения ее с этой плоскостью принимается за ортогональную проекцию точки (рис. 1).

### § 1. Инвариантные свойства ортогонального проецирования

Свойства геометрических фигур, которые не изменяются в процессе проецирования, называются независимыми или инвариантными относительно выбранного способа проецирования.

1. Проекция точки есть точка (см. рис. 1)

$$M \rightarrow M_1 .$$

2. Проекция прямой в общем случае — прямая (см. рис. 1)

$$l \rightarrow l_1 .$$

Если прямая перпендикулярна плоскости проекций, то ее проекция вырождается в точку (рис. 2)

$$l(MN) \perp \Pi_1 \Rightarrow l(MN) \rightarrow l_1 = M_1 = N_1 .$$

3. Если точка принадлежит линии, то проекция точки принадлежит проекции линии (см. рис. 1)

$$C \in l \Rightarrow C_1 \in l_1 .$$

Следствие из пунктов 2 и 3: для построения проекции прямой достаточно построить проекции двух принадлежащих ей точек (см. рис. 1)

$$l(A \in l \wedge B \in l) \Rightarrow l_1(A_1 \in l_1 \wedge B_1 \in l_1) .$$

4. Проекции параллельных прямых параллельны (рис. 3)

$$l \parallel l' \Rightarrow l_1 \parallel l'_1 .$$

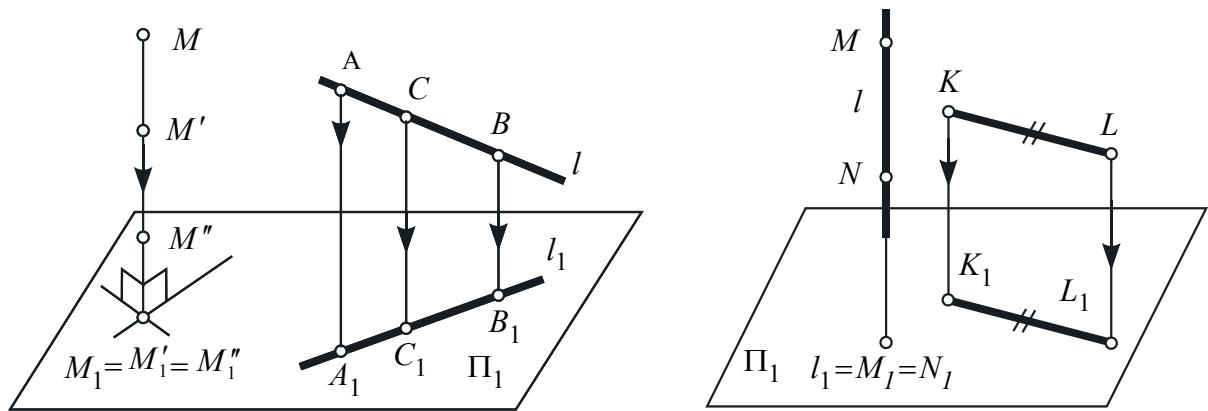


Рис. 1

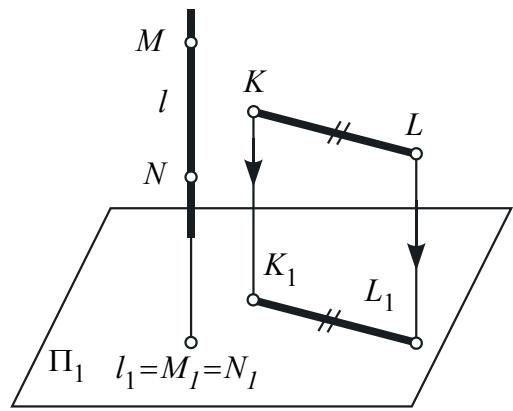


Рис. 2

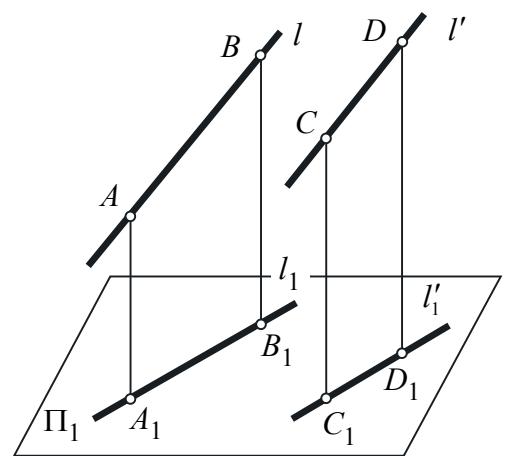


Рис. 3

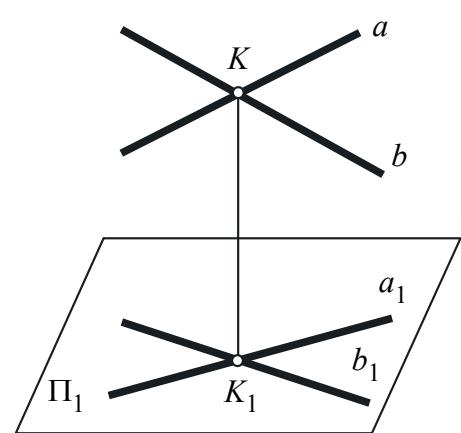


Рис. 4

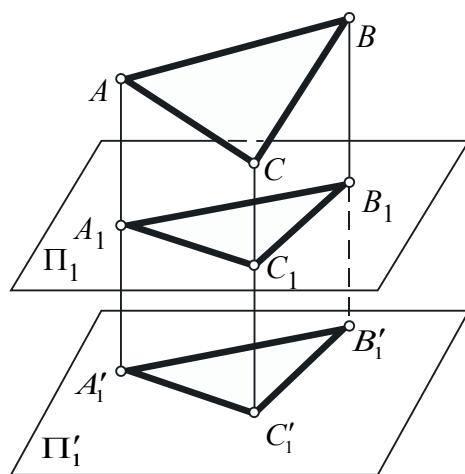


Рис. 5

5. Если плоская геометрическая фигура параллельна плоскости проекций, то проекция этой фигуры на плоскость проекций конгруэнтна самой фигуре

$$\Phi \parallel \Pi_1 \Rightarrow \Phi_1 \cong \Phi$$

Например, если отрезок  $[KL]$  параллелен плоскости проекций, то его проекция на данную плоскость проекций конгруэнтна самому отрезку (см. рис. 2)

$$[KL] \parallel \Pi_1 \Rightarrow [K_1L_1] \cong [KL]$$

6. Точка пересечения линий проецируется в точку пересечения их проекций (рис. 4)

$$(K = a \cap b) \rightarrow (K_1 = a_1 \cap b_1)$$

7. Проекция геометрической фигуры не изменяется при параллельном переносе плоскостей проекций (рис. 5).

Рассмотренный способ проецирования на одну плоскость проекций дает возможность однозначно решить *прямую* задачу: имея предмет, построить его проекцию. Эта задача всегда определена. Действительно, каждая точка предмета имеет только одну проекцию, так как проецирующая прямая пересекается с плоскостью проекций в одной точке (см. рис. 2).

В практической деятельности необходимо умение не только создавать чертежи, но и читать их, т. е. однозначно судить по чертежу о форме предмета. Мысленное представление формы предмета по его проекции является обратной задачей, которая не всегда определена: если задана одна проекция точки (см. рис. 2), то она не определяет ее положения в пространстве, так как является проекцией множества точек, принадлежащих проецирующей прямой. Поэтому однопроекционный чертеж предмета не обратим. Для получения обратимого чертежа предмет проецируют не на одну, а на две, три и большее количество плоскостей в зависимости от сложности формы предмета.

## § 2. Комплексные чертежи геометрических фигур

С позиции теории множеств геометрическая фигура определяется как любое множество точек. Простейшими геометрическими фигурами являются точка, прямая, плоскость.

## 2.1. Точка. Проекции точки на две и три плоскости проекций

Принята система трех взаимно перпендикулярных плоскостей проекций (рис. 6):

$\Pi_1$  — горизонтальная плоскость проекций;

$\Pi_2$  — фронтальная плоскость проекций (расположена перед наблюдателем);

$\Pi_3$  — профильная плоскость проекций.

Линии их пересечения  $x_{12}$ ,  $y_{13}$ ,  $z_{23}$  — оси проекций.

Построим ортогональные проекции точки  $A$  пространства на плоскости  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$ . Расстояние  $|AA_1|$  от точки  $A$  до плоскости  $\Pi_1$  называется высотой точки  $A$ , расстояние  $|AA_2|$  до плоскости  $\Pi_2$  — глубиной точки  $A$ , расстояние  $|AA_3|$  — широтой точки  $A$ .

Если принять плоскости проекций  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$  за координатные плоскости декартовой системы координат, то расстояния от точки до плоскости проекций представляют собой в некотором масштабе координаты точки  $A$ :  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . По координатам точки всегда можно построить ее проекции, а по заданным проекциям — определить ее координаты (см. рис. 6 и 7). Очевидно, что любые две проекции точки  $A$  определяют ее положение в пространстве (рис. 6). Во многих случаях для выявления формы и размеров предмета необходимо строить его изображения на три плоскости. Поэтому рассмотрим образование трехпроекционного чертежа.

Пространственная модель плоскостей проекций неудобна для практического использования, так как на плоскостях  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$  искажаются форма и размеры проекций геометрических фигур. Поэтому в практике используется плоскостная модель. Для перехода от пространственной модели плоскостей проекций к плоской необходимо плоскости  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$  совместить с неподвижной плоскостью  $\Pi_2$  вращением вокруг осей  $x_{12}$  и  $z_{23}$ . Образование плоской модели для точки  $A$  показано на рис. 6 и рис. 7.

Совокупность двух и более взаимосвязанных ортогональных проекций геометрической фигуры, расположенных на одной плоскости, называется комплексным чертежом, т. е. состоящим из комплекса нескольких проекций. Условия связи между проекциями точки на комплексном чертеже:

1) горизонтальная и фронтальная проекции точки принадлежат одной вертикальной линии связи;

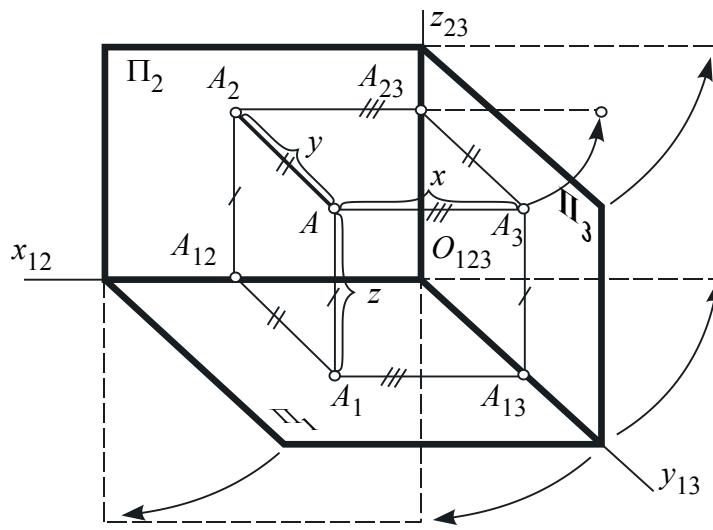


Рис. 6

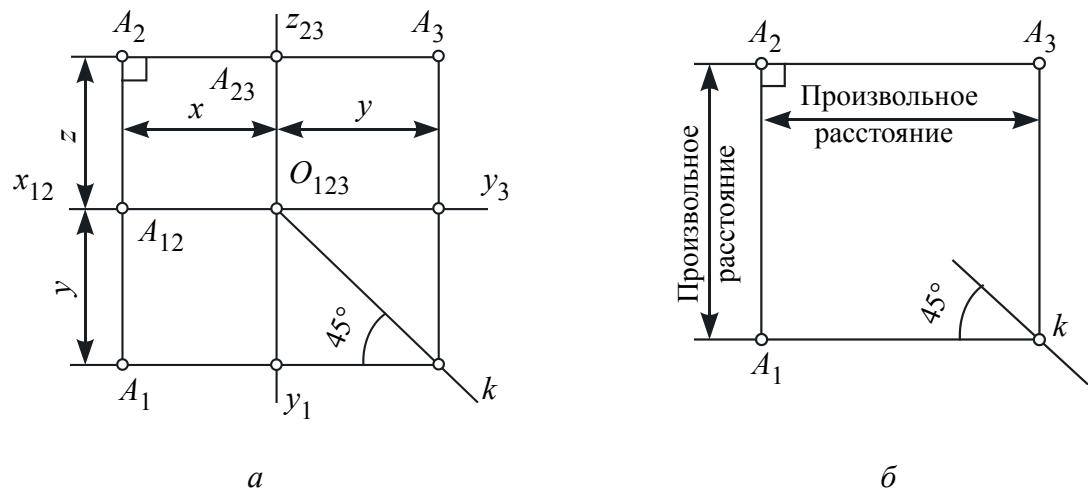


Рис. 7

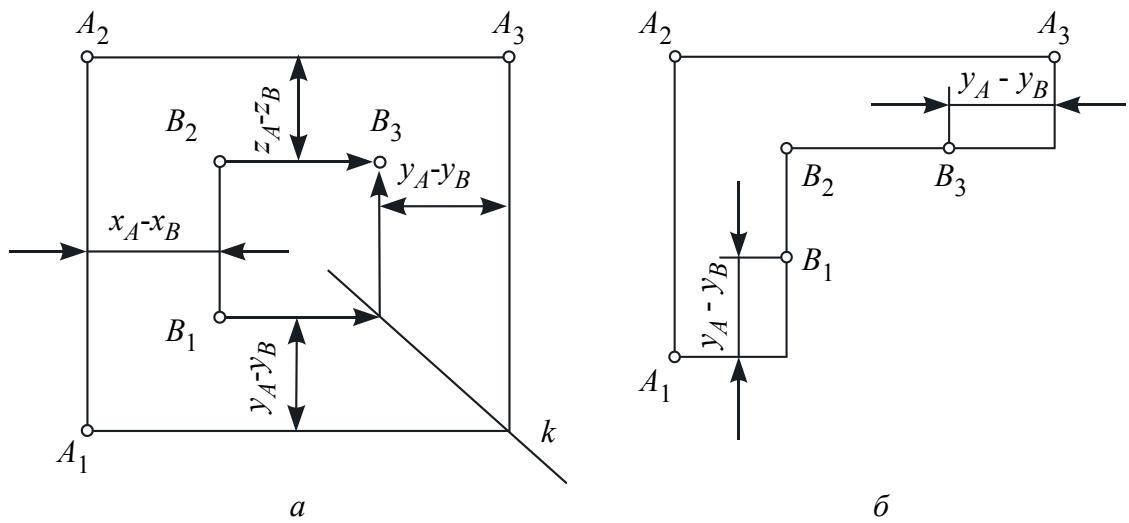


Рис. 8

2) фронтальная и профильная проекции точки принадлежат одной горизонтальной линии связи;

3) горизонтальная и профильная проекции точки принадлежат ломаной линии связи, вершина которой принадлежит постоянной прямой  $k$  чертежа (прямая  $k$  является биссектрисой прямого угла, образованного ломаной линией связи).

В технике принят безосный способ выполнения чертежей. В этом случае плоскости проекций не фиксируются в пространстве, ось проекций становится неопределенной и на чертеже не наносится (рис. 7, б).

В основе этого способа лежит свойство 7 ортогонального проецирования (проекция геометрической фигуры не изменяется при параллельном переносе плоскости проекций). На безосном комплексном чертеже условия связи между проекциями точки сохраняются.

**Задача.** Задана система взаимосвязанных точек  $A (A_1, A_2)$  и  $B (B_1, B_2)$  (рис. 8). Построить проекции  $A_3$  и  $B_3$  заданных точек.

Принимая точку  $A$  за базовую, профильную проекцию  $A_3$ , задаем на горизонтальной линии связи произвольно. Строим линию преломления  $k$ , а затем профильную проекцию  $B_3$ , исходя из условия связи между проекциями точки на комплексном чертеже (рис. 8, а).

При безосном способе изображения координаты  $x, y, z$  точек становятся неопределенными. На чертеже (см. рис. 8, а) отмечены разности координат точек  $A$  и  $B$ , которые не зависят от положения плоскостей проекций и могут быть использованы для построения проекций.

При решении данной задачи можно воспользоваться разностью координат  $|y_A - y_B|$  для построения профильной проекции точки  $B$  (рис. 8, б). Профильную проекцию базовой точки  $A$  задаем произвольно на горизонтальной линии связи. Затем проводим горизонтальную линию связи из точки  $B_2$  и откладываем на ней влево от точки  $A_3$  разность  $y_A - y_B$ , измеренную на горизонтальной плоскости проекций.

На практике при построении третьей проекции предмета за базу отсчета расстояний принимают оси и плоскости симметрии, а также другие базовые плоскости предмета (рис. 9).

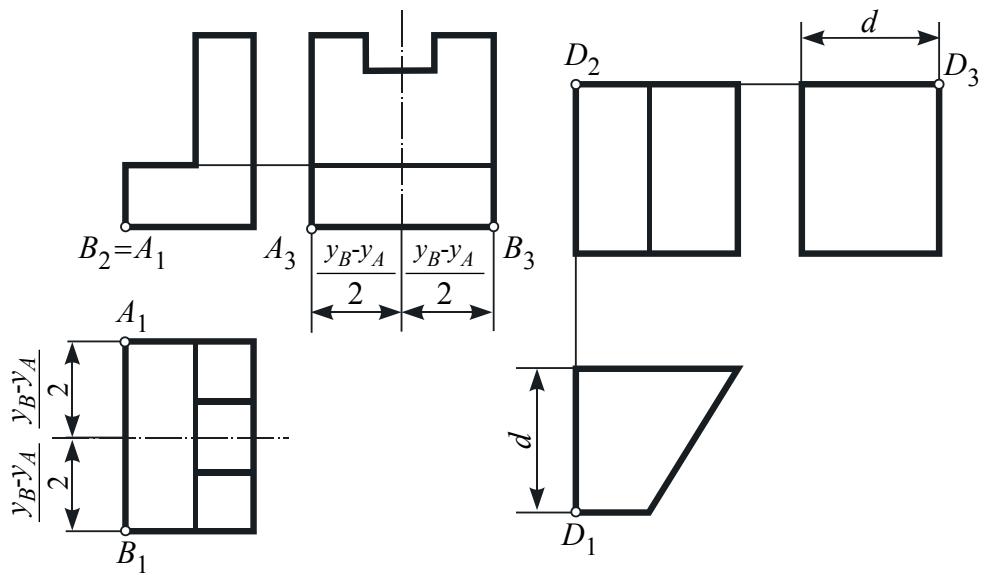


Рис. 9

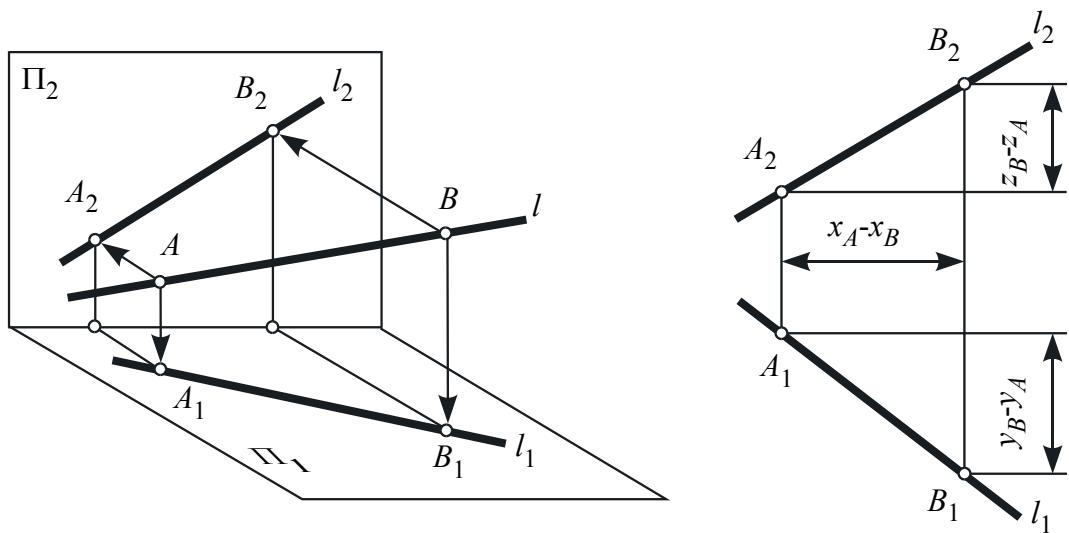


Рис. 10

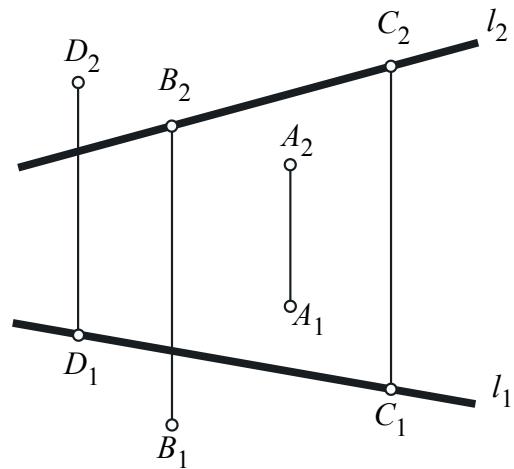


Рис. 11

## 2.2. Линии

Линии рассматривают как след непрерывно движущейся в пространстве точки, как границу поверхности, как результат пересечения двух поверхностей. С помощью линий можно выразить функциональную зависимость между параметрами какого-либо явления или процесса в виде графиков, построить изображения предметов на чертеже. В зависимости от формы линии можно разделить на прямые, ломаные и кривые.

### 2.2.1. Прямая линия. Принадлежность точки прямой линии. Прямые частного положения

Известно, что в общем случае проекция прямой линии есть прямая, для построения которой достаточно построить проекции двух ее точек.

Прямой общего положения называется прямая, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций. Две проекции прямой общего положения определяют ее положение в пространстве, так как каждая точка прямой имеет две проекции (рис. 10).

Точка может принадлежать прямой и находиться вне ее. Если точка принадлежит линии, то проекции точки принадлежат соответствующим проекциям линии. На рис. 11 точка  $C$  принадлежит прямой  $C \in l \Rightarrow C_1 \in l_1 \wedge C_2 \in l_2$ , а точки  $A, B$  и  $D$  не принадлежат прямой  $l$ : точка  $D$  расположена над прямой, а точка  $B$  — перед прямой.

Прямые частного положения.

1. Прямые уровня. Прямой уровня называется прямая, параллельная одной из плоскостей проекций.

Горизонталь  $h \parallel \Pi_1, z_A - z_B = 0$  (рис. 12,  $a$ );

$$h \parallel \Pi_1 \Rightarrow [A_1 B_1] = |AB|.$$

Углы  $\alpha$  и  $\beta$  наклона горизонтали к плоскостям  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$  проецируются на  $\Pi_1$  в истинную величину.

Фронталь  $f \parallel \Pi_2, y_A - y_B = 0$  (рис. 12,  $\delta$ );

$$f \parallel \Pi_2 \Rightarrow [A_2 B_2] = |AB|.$$

Углы  $\alpha$  и  $\gamma$  наклона фронтали к плоскостям  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$  проецируются на  $\Pi_2$  в истинную величину.

Профильная прямая  $p \parallel \Pi_3$ ,  $x_A - x_B = 0$  (рис. 12, в);

$$p \parallel \Pi_3 \Rightarrow [A_3 B_3] = |AB|.$$

Углы  $\alpha$  и  $\beta$  наклона профильной прямой к плоскостям  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  проецируются на  $\Pi_3$  в истинную величину.

2. Проецирующие прямые. Проецирующей прямой называется прямая, перпендикулярная одной из плоскостей проекций.

*Горизонтально-проецирующая прямая*  $g \perp \Pi_1$  (рис. 13, а). Горизонтальная проекция этой прямой вырождается в точку, а фронтальная и профильная проекции параллельны вертикальным линиям связи.

*Фронтально-проецирующая прямая*  $i \perp \Pi_2$  (рис. 13, б). Фронтальная проекция этой прямой вырождается в точку, а горизонтальная и профильная проекции соответственно параллельны вертикальной и горизонтальной линиям связи.

*Профильно-проецирующая прямая*  $q \perp \Pi_3$  (рис. 13, в). Профильная проекция этой прямой вырождается в точку, а фронтальная и горизонтальная проекции параллельны горизонтальным линиям связи.

Точки, принадлежащие одной проецирующей прямой, называются конкурирующими относительно той плоскости проекций, к которой перпендикулярна прямая. Например, точки  $A$  и  $B$  — конкурирующие относительно  $\Pi_1$ , точки  $C$  и  $D$  — относительно  $\Pi_2$ , точки  $M$  и  $N$  — относительно  $\Pi_3$  (см. рис. 13), называемые соответственно горизонтально конкурирующими, фронтально конкурирующими и профильно конкурирующими.

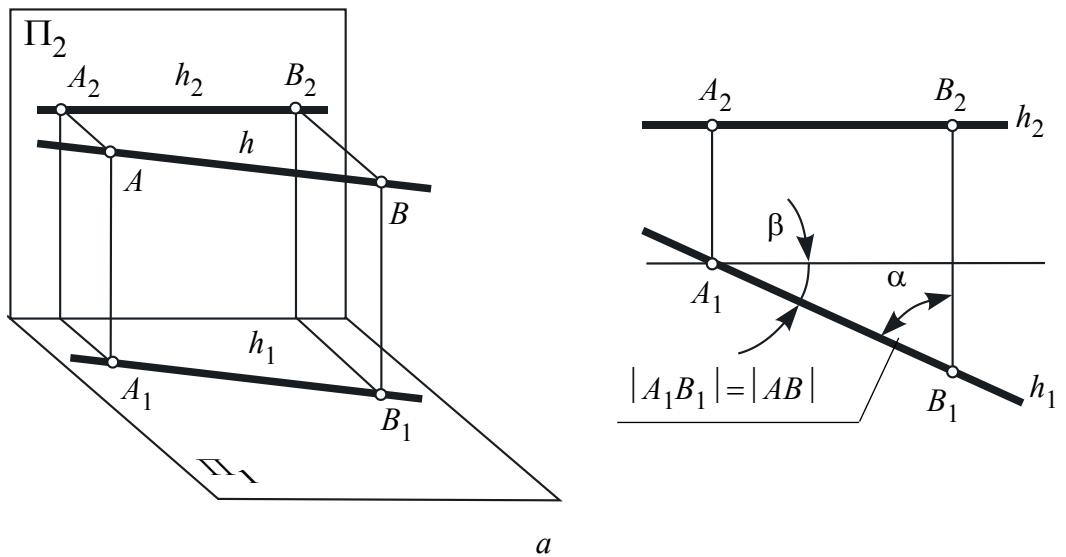
### 2.2.2. Кривая линия

Кривые линии разделяются на два вида:

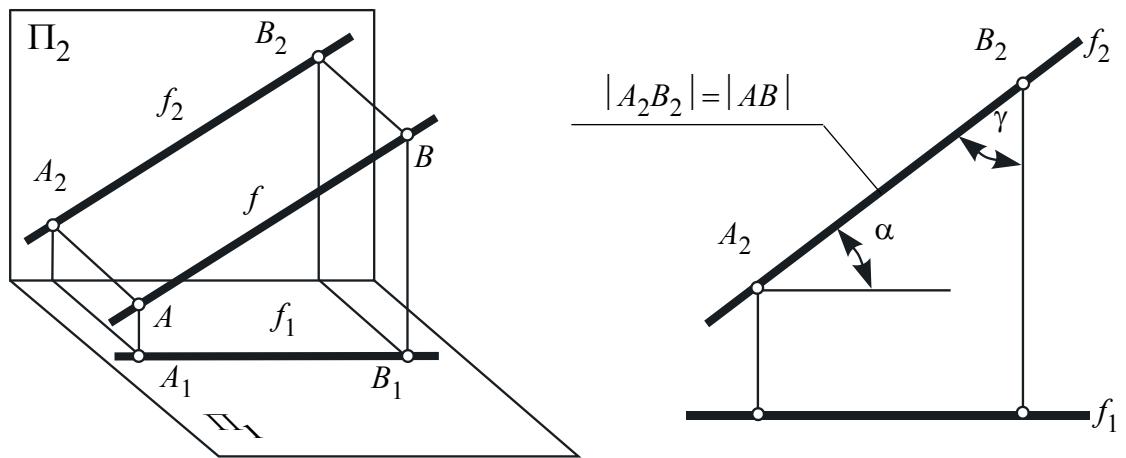
- 1) плоские кривые, т. е. такие, все точки которых принадлежат одной плоскости;
- 2) пространственные кривые, т. е. такие, точки которых не принадлежат одной плоскости.

Проекции кривой линии в общем случае являются также кривыми линиями. Построение проекций кривой линии сводится к построению проекций ряда ее точек.

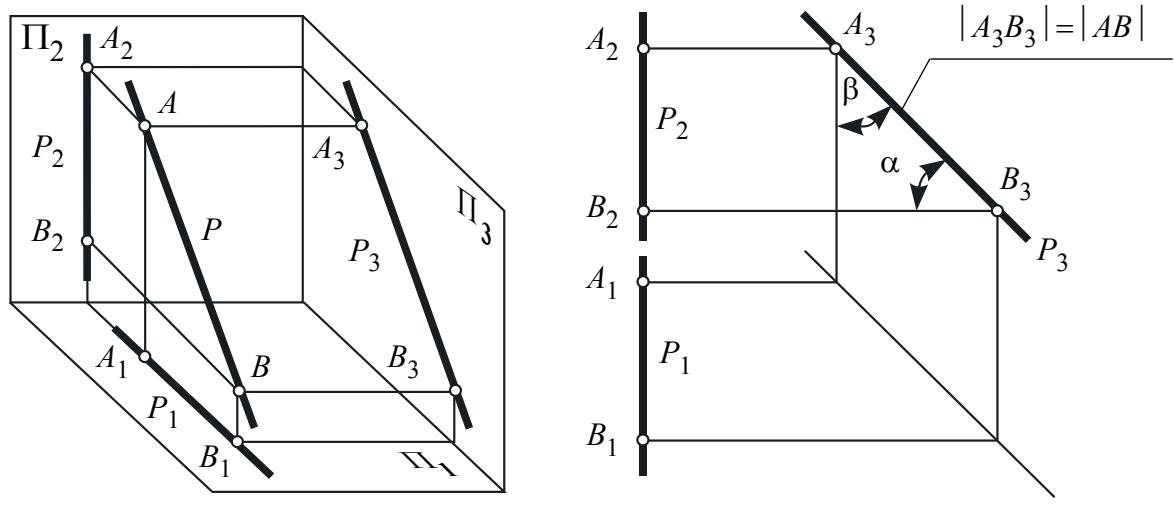
Кривые второго порядка — эллипс, окружность, парабола и гипербола — могут быть получены при пересечении конуса плоскостью (см. рис. 46), поэтому называются коническими сечениями.



*a*

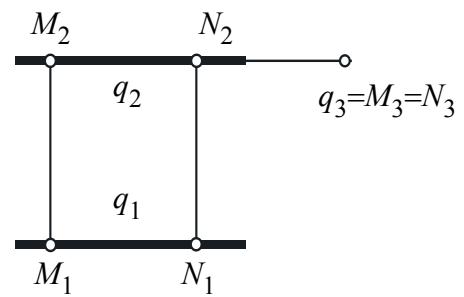
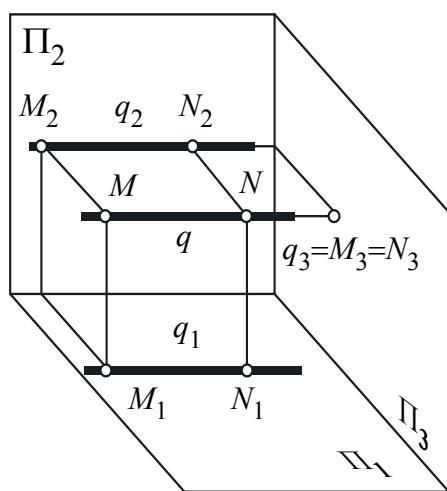
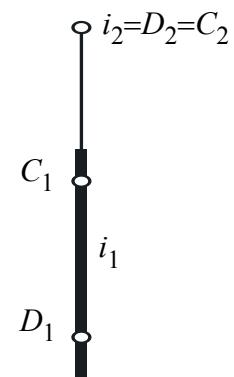
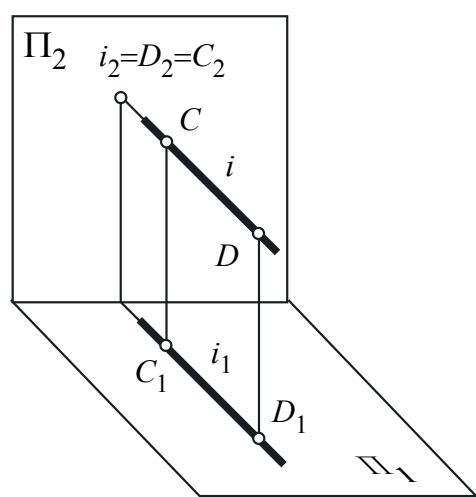
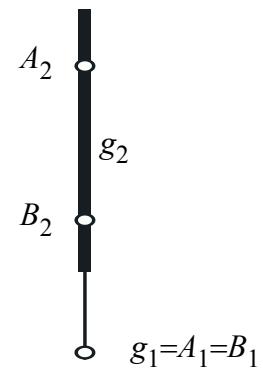
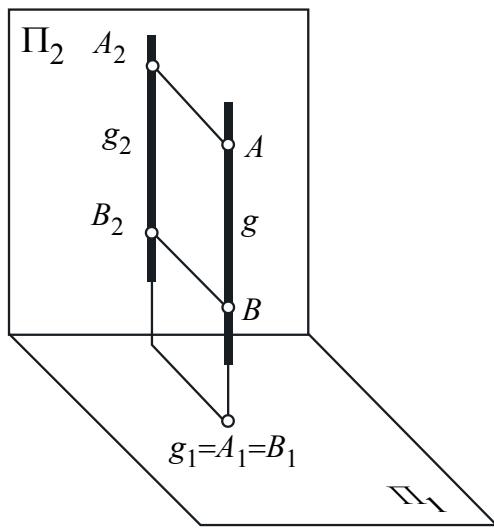


*b*



*c*

Рис. 12



6

Рис. 13

Окружность — плоская кривая второго порядка, ортогональная проекция которой может быть окружностью, прямой и эллипсом (рис. 14). На рис. 14, б фронтальная проекция окружности — эллипс — определяется малой осью эллипса  $A_2B_2=d\cos\beta$  и большой осью эллипса  $C_2D_2=d$ .

Из закономерных пространственных кривых наибольшее практическое применение имеет цилиндрическая винтовая линия — линия, которая образуется в результате равномерного винтового движения точки — вращения вокруг оси и поступательного движения параллельно этой оси.

Величину  $p$  перемещения точки в направлении оси, соответствующую одному ее обороту вокруг оси, называют шагом винтовой линии. Если ось вращения  $i$  перпендикулярна к одной из плоскостей проекций, то на эту плоскость винтовая линия проецируется в окружность, а на плоскость, параллельную оси вращения, — в синусоиду (рис. 15).

Развороткой цилиндрической винтовой линии является прямая. Угол  $\alpha$  называют углом подъема винтовой линии. В основе работы винтовых пар (винт–гайка) лежит свойство сдвигаемости винтовой линии, которое заключается в том, что каждый отрезок линии может сдвигаться вдоль нее без изменения формы.

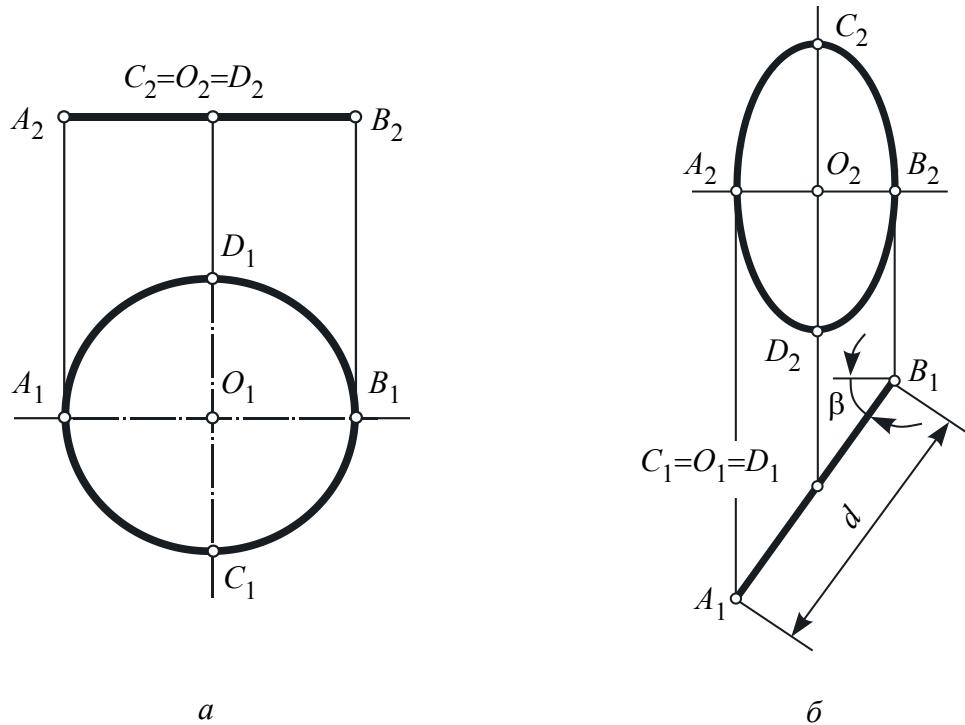


Рис. 14

## 2.3. Поверхности

Поверхности, ограничивающие различные технические формы, разделяются на плоские (плоскости), многогранные и кривые. Наиболее часто детали машин образованы сочетаниями простейших геометрических фигур — призм, пирамид, цилиндров, конусов, сфер, торов.

### 2.3.1. Плоскость. Задание на чертеже.

#### Принадлежность точки и прямой линии плоскости

Плоскость является простейшей поверхностью. В зависимости от положения, занимаемого плоскостью по отношению к плоскостям проекций, различают:

- 1) плоскость общего положения — не перпендикулярную и не параллельную плоскостям проекций (рис. 16);
- 2) плоскость проецирующую — перпендикулярную к одной из плоскостей проекций (рис. 17);
- 3) плоскость уровня — параллельную одной из плоскостей проекций (рис. 18).

На чертеже плоскость задается проекциями геометрических фигур, определяющих ее положение в пространстве:

- трех точек, не принадлежащих одной прямой (рис. 19, *а*);
- прямой и точки, не принадлежащей этой прямой (рис. 19, *б*),
- двух пересекавшихся прямых (рис. 19, *в*);
- двух параллельных прямых (рис. 19, *г*);
- плоской фигуры (рис. 19, *д*).

Построение проекций точки и прямой, принадлежащих данной плоскости, выполняется на основании следующих аксиом:

- 1) через любые две различные точки приходит одна и только одна прямая;
- 2) прямая, проходящая через две различные точки плоскости, принадлежит этой плоскости.

На рис. 16, *б* точка  $K$  принадлежит плоскости  $\Gamma(ABC)$ , т. к. она принадлежит одной из прямых  $[AB]$ , задающих плоскость, при этом  $K_2 \in A_2B_2 \wedge K_1 \in A_1B_1$ .

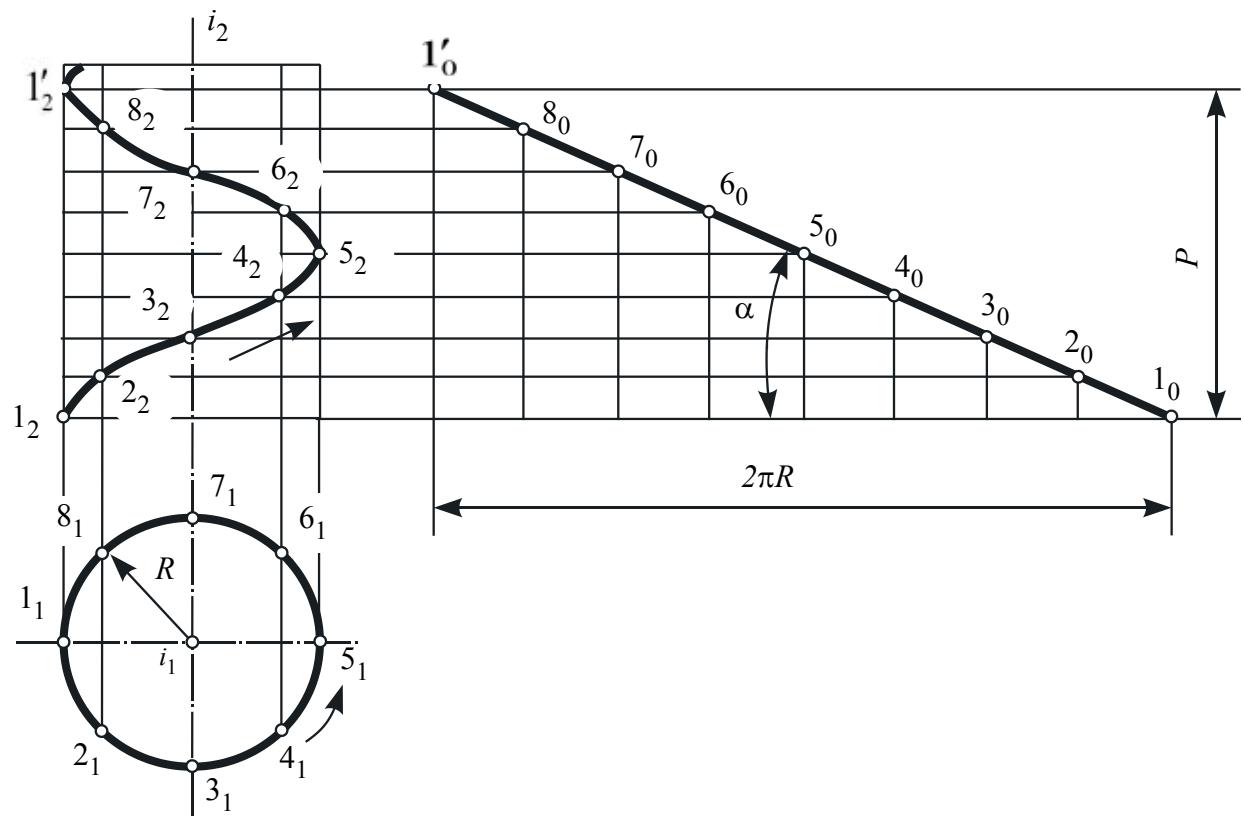


Рис. 15

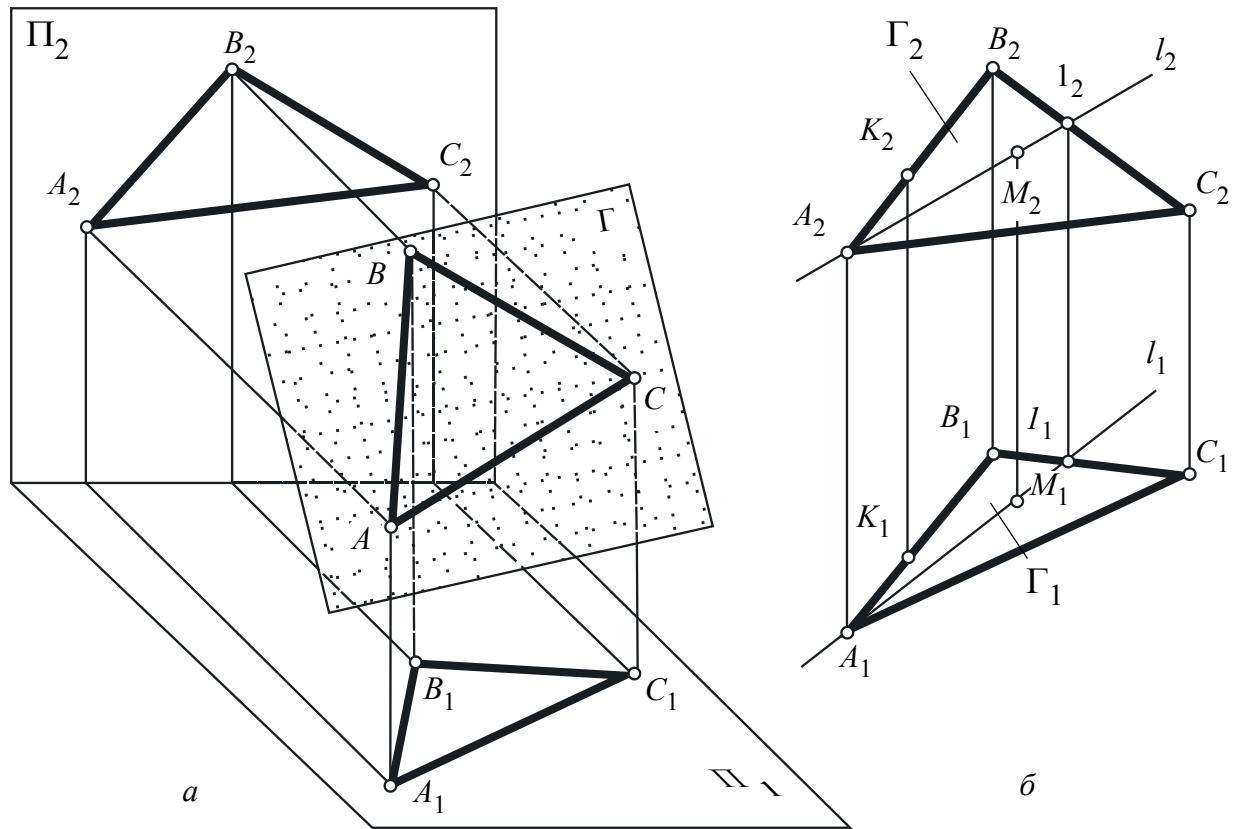
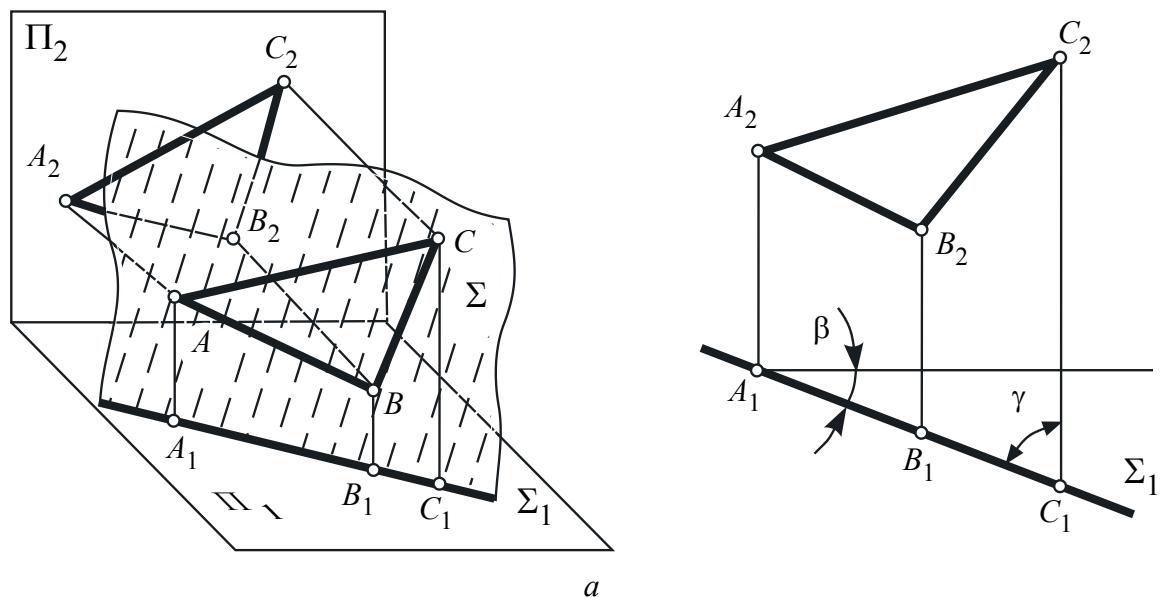
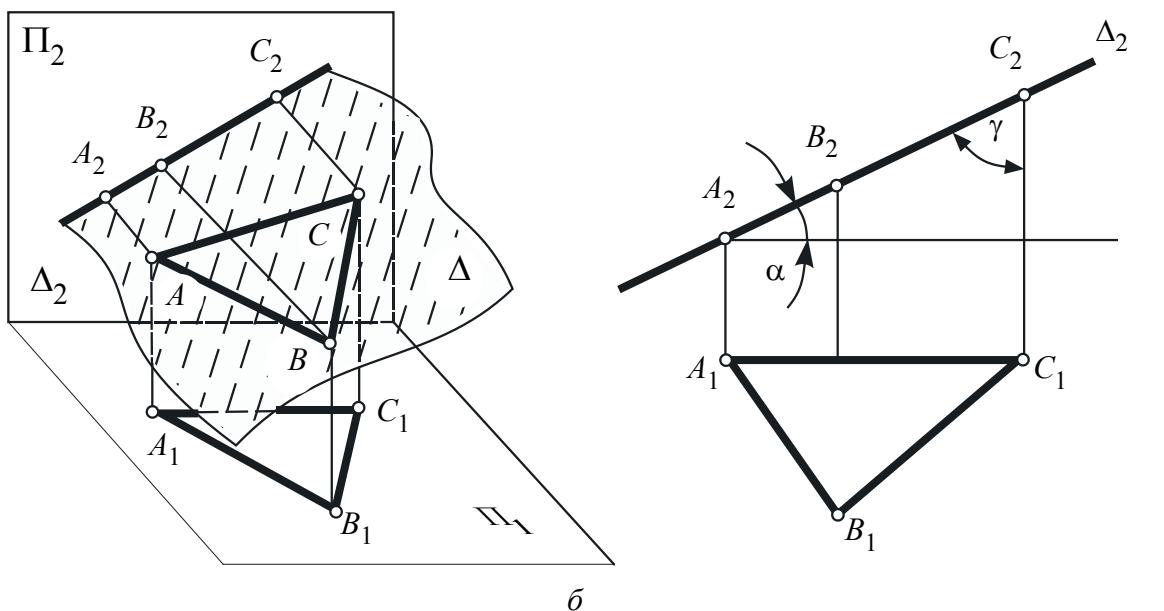


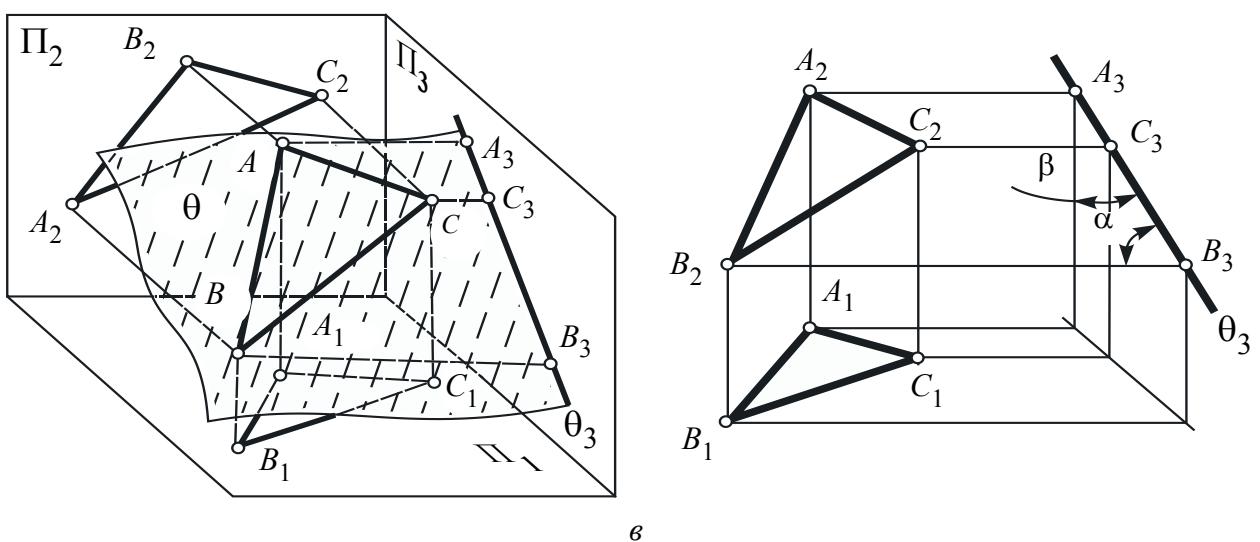
Рис. 16



*a*



*b*



*c*

Рис. 17

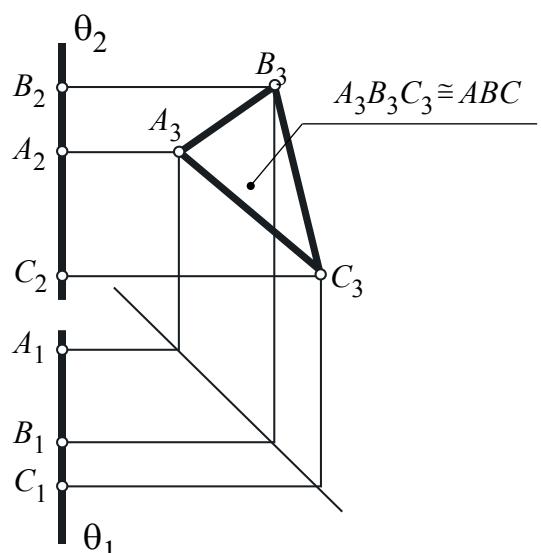
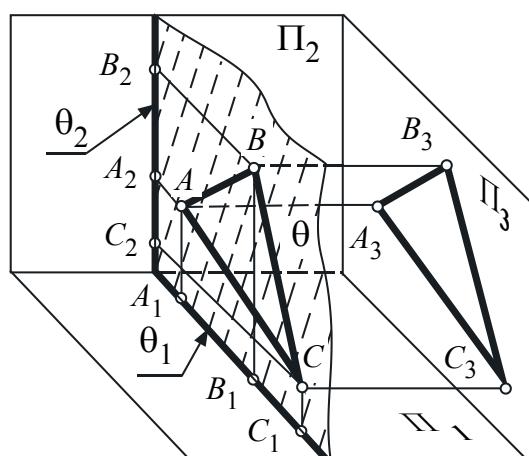
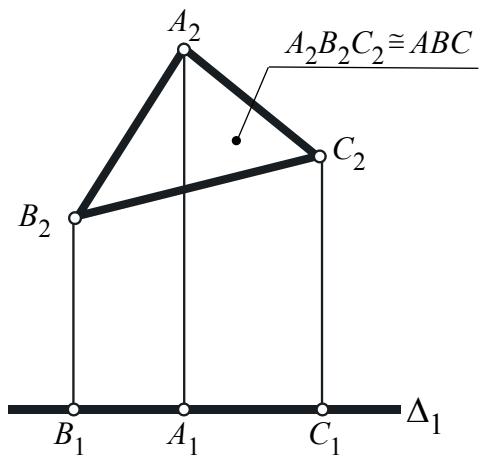
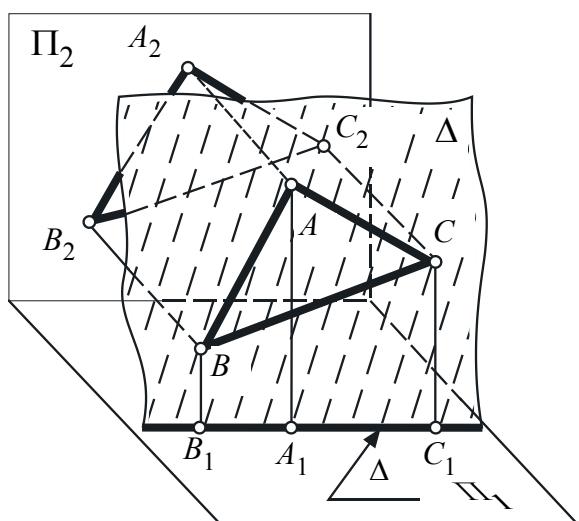
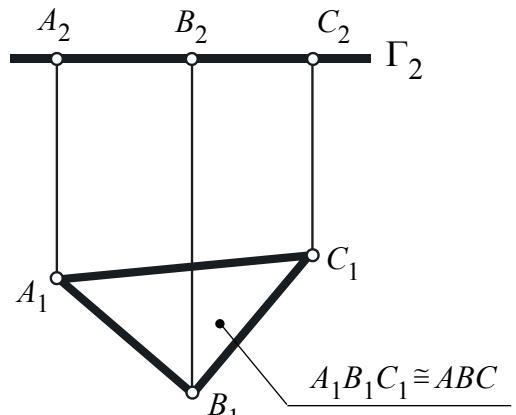
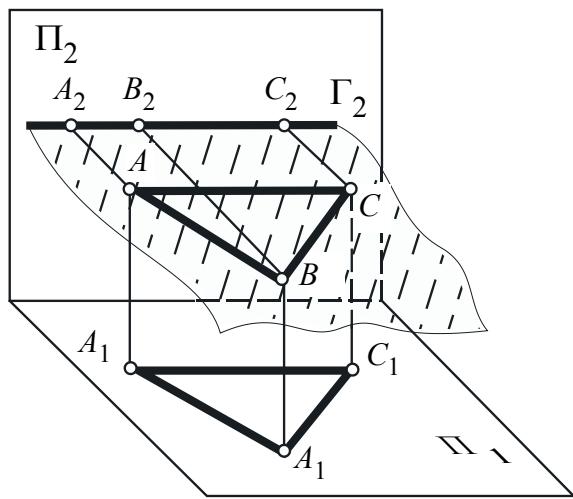


Рис. 18

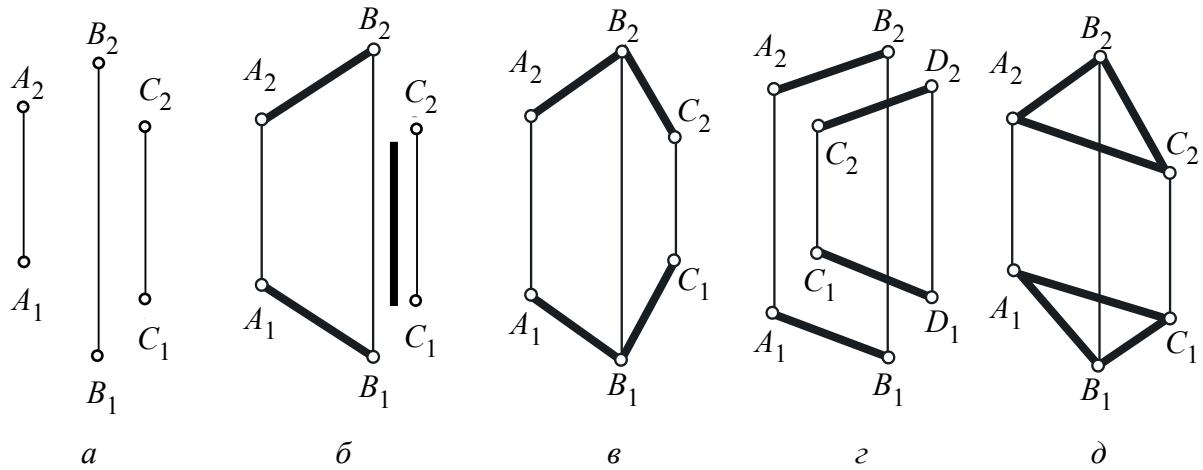


Рис. 19

Для построения прямой  $l$ , принадлежащей плоскости  $\Gamma(ABC)$ , достаточно провести ее через две какие-нибудь точки, принадлежащие этой плоскости, например, точки  $A$  и  $1$ . Точку  $M$ , принадлежащую плоскости  $\Gamma(ABC)$ , можно взять на построенной прямой:

$$M \in \Gamma(ABC) \Leftrightarrow M \subset l \wedge l \subset \Gamma(ABC).$$

На рис. 17 и 18 даны чертежи плоскостей частного положения — проецирующих и плоскостей уровня.

В зависимости от того, к какой плоскости проекций перпендикулярна проецирующая плоскость, ее называют горизонтально-проецирующей (рис. 17,  $a$ ), фронтально-проецирующей (рис. 17,  $b$ ), профильно-проецирующей (рис. 17,  $c$ ).

На комплексном чертеже проекции геометрических фигур, задающих проецирующую плоскость (а также ей принадлежащих), будут:

- вырождаться в прямую линию на плоскость проекций ( $\Pi_1$  на рис. 17,  $a$ ,  $\Pi_2$  на рис. 17,  $b$ ,  $\Pi_3$  на рис. 17,  $c$ ), перпендикулярную к проецирующей плоскости;
- представлять собой множество точек, совпадающих с множеством точек плоскости на других плоскостях проекций (см. рис. 17).

В зависимости от того, какой плоскости проекций параллельна плоскость уровня, ее называют: горизонтальной плоскостью уровня (рис. 18,  $a$ ), фронтальной плоскостью уровня (рис. 18,  $b$ ), профильной плоскостью уровня (рис. 18,  $c$ ).

На комплексном чертеже проекции геометрических фигур, задающих плоскость уровня (а также ей принадлежащих), будут:

— конгруэнтны их истинной величине на плоскости проекций, параллельной плоскости уровня (например, на рис. 18, *а*)

$$\Gamma \parallel \Pi_1 \wedge \Delta ABC \subset \Gamma \Rightarrow \Delta A_1 B_1 C_1 \cong \Delta ABC;$$

— вырождаться в прямую линию на плоскостях проекций, перпендикулярных к плоскости уровня (см. рис. 18).

Если фигура занимает профильное положение (рис. 18, *в*), то чертеж, состоящий из горизонтальной и фронтальной ее проекций, необратим. Для того, чтобы представить форму заданной фигуры, необходимо иметь ее профильную проекцию или построить эту проекцию, если на чертеже обозначены горизонтальные и фронтальные проекции вершин фигуры.

### 2.3.2. Гранные поверхности. Многогранники

Гранные поверхности образуются перемещением прямолинейной образующей *l* по ломаной направляющей *m*. При этом, если одна точка *S* образующей неподвижна, создается пирамидальная поверхность (рис. 20, *а*). Если образующая при этом перемещении параллельна заданному направлению *S*, то создается призматическая поверхность (рис. 20, *б*).

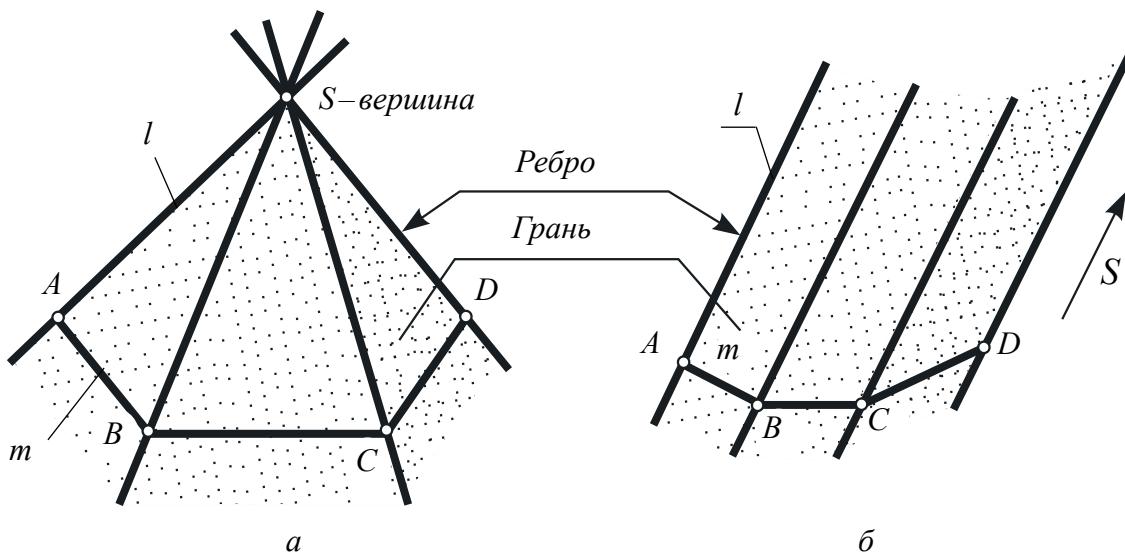


Рис. 20

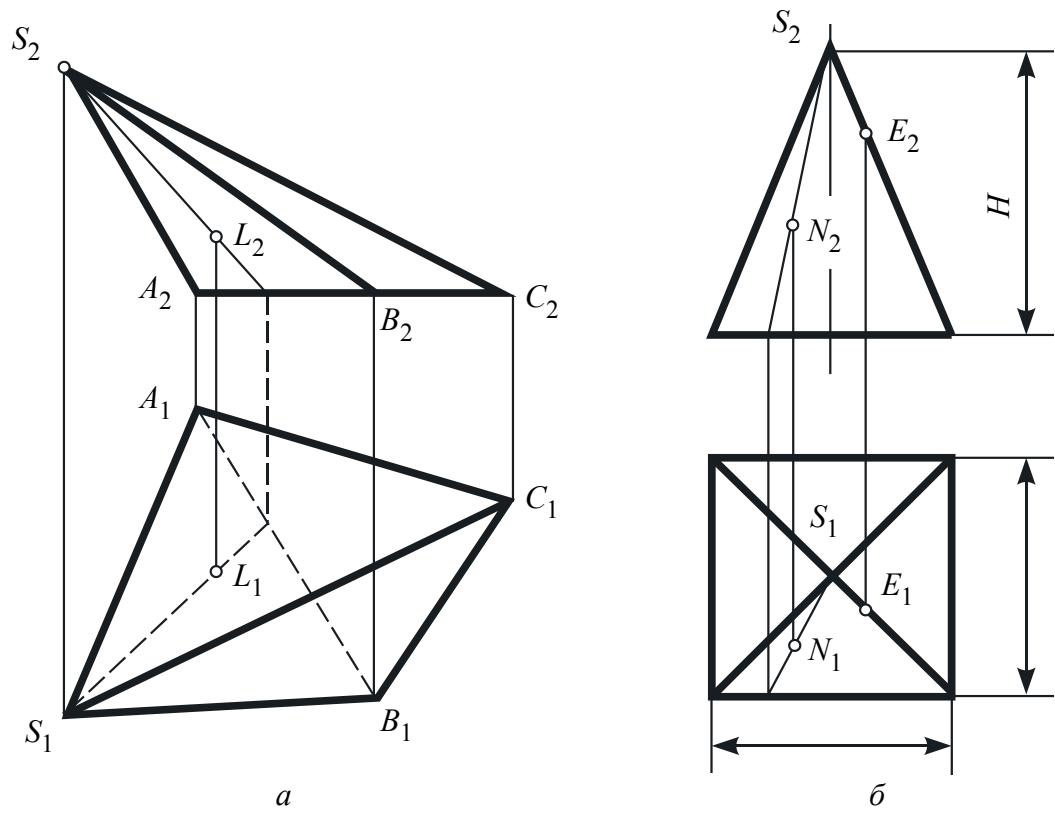


Рис. 21

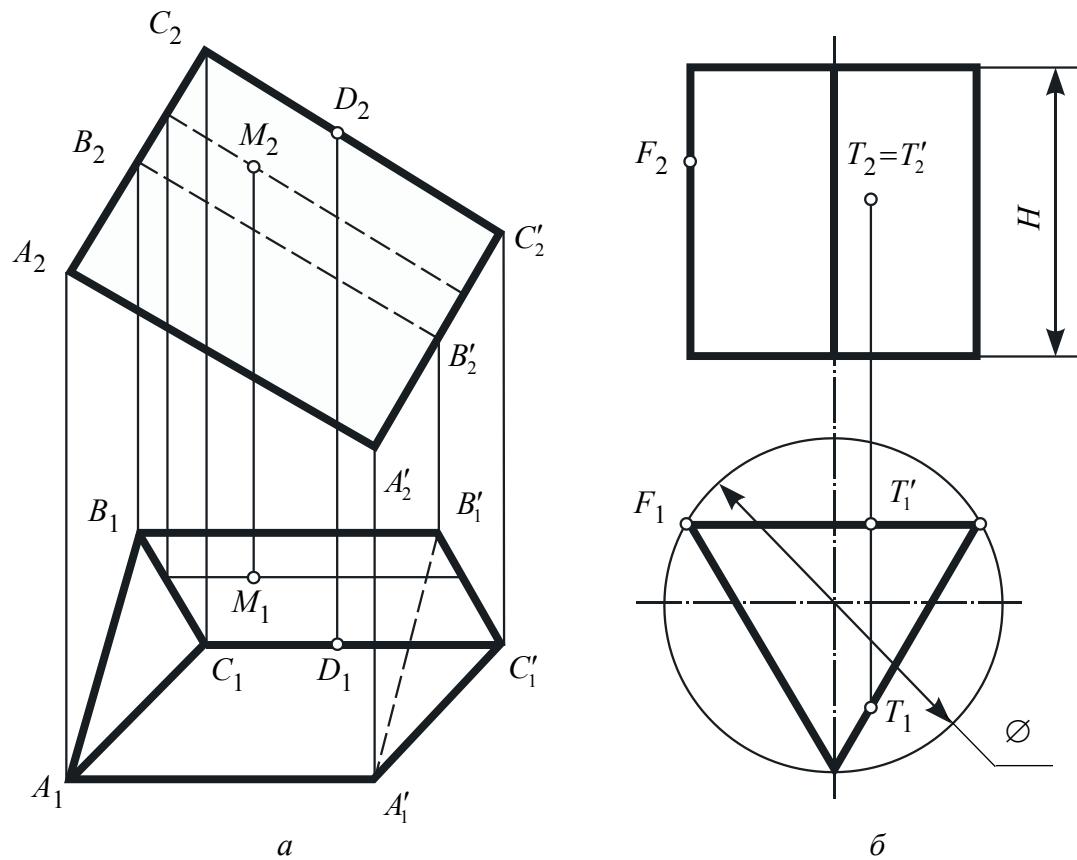


Рис. 22

Многогранники — это замкнутые геометрические фигуры, ограниченные плоскими многоугольниками. Построение проекций многогранников на чертеже сводится к изображению их ребер и вершин, т. е. прямых и точек. Чертежи простейших многогранников — пирамиды и призмы — даны на рис. 21 и 22. Количество проекций многогранника должно быть таким, чтобы обеспечивалась обратимость чертежа. Чертеж называется обратимым, если по одной проекции точки, принадлежащей плоскости, можно построить ее вторую проекцию. В общем случае двухпроекционный чертеж многогранника, состоящий из горизонтальной и фронтальной проекций, является обратимым, если на нем нет совпадающих проекций ребер и ни одно ребро не является профильной прямой (рис. 21 и 22). Если эти условия не соблюдаются, то для придания чертежу свойства обратимости необходимо построить третью проекцию многогранника (рис. 23, *а*) или обозначить все его вершины. Для куба и прямоугольного параллелепипеда обратимым является трехпроекционный чертеж (рис. 23, *б*).

Замкнутые ломаные  $S_1A_1C_1B_1$  (см. рис. 21, *а*) и  $A_1B_1B'_1C'_1A'_1$  (см. рис. 22, *а*) являются очерками горизонтальной проекции многогранников, а замкнутые ломаные  $S_2A_2C_2$  (см. рис. 21, *а*) и  $A_2C_2C'_2A'_2$  (см. рис. 22, *а*) — очерками фронтальной проекции многогранников. Очерк проекции всегда видим.

На чертеже (рис. 22, *б*) горизонтальная проекция призмы совпадает с проекцией ее основания, т. к. ребра — горизонтально-проецирующие прямые, а снования призмы — конгруэнтные фигуры плоскостей уровня. Поверхность прямой призмы относительно плоскости  $P_1$  является проецирующей. Грань есть горизонтально-проецирующие плоскости, поэтому горизонтальные проекции точек  $F$ ,  $T$  и  $T'$  совпадают с проекциями граней. У правильной четырехугольной пирамиды, изображенной на рис. 21, *б*, основание является горизонтальной плоскостью уровня. Передняя и задняя грани — профильно-проецирующие плоскости (они проходят через переднюю и заднюю стороны основания, которые являются профильно-проецирующими прямыми), а две боковые грани пирамиды — фронтально-проецирующие плоскости. Построение точек, принадлежащих ребру или грани призмы и пирамиды, аналогично построению точек, принадлежащих прямой линии или плоскости, что рассмотрено в п.п. 2.2.1 и 2.3.1. Точки и линии, принадлежащие видимым проекциям граней на чертеже, видимы (точки  $L_2$  на рис. 21, *а*;  $N_1$  и  $N_2$  на рис. 21, *б*;  $M_1$  на рис. 22, *а*). Если проекция грани невидима, то невидима и соответствующая проекция точки, принадлежащей этой грани (точки  $L_1$  на рис. 21, *а*;  $M_2$  на рис. 22, *а*;  $T'_2$  на рис. 22, *б*).

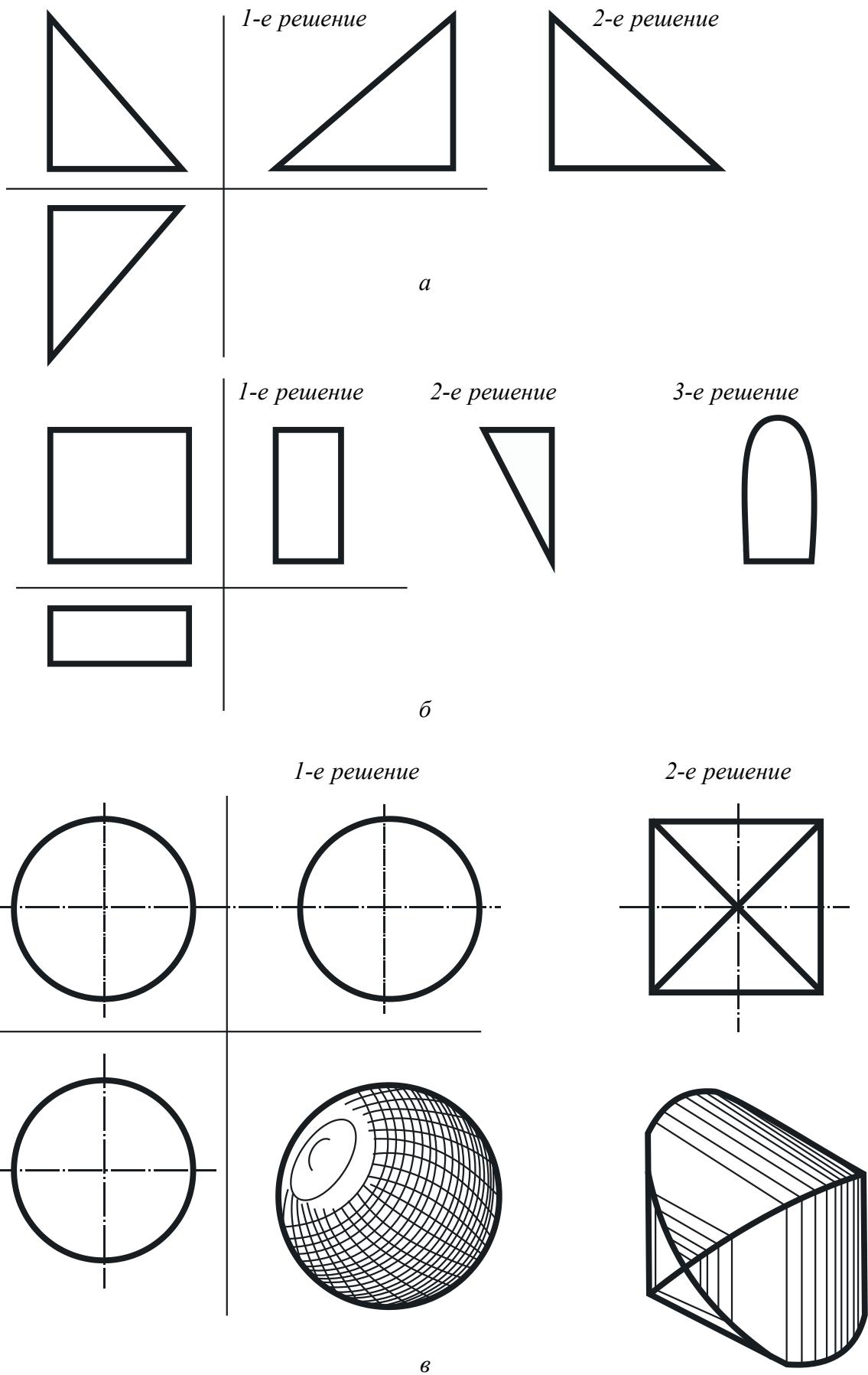


Рис. 23

Для определения формы правильной пирамиды и прямой призмы на чертеже достаточно задать высоту и размеры основания.

### 2.3.3. Поверхности вращения

Поверхность вращения образуется вращением какой-либо линии (образующей) вокруг неподвижной оси. В зависимости от вида образующей (прямая или кривая линия) поверхности вращения могут быть линейчатыми (цилиндр, конус) и нелинейчатыми (сфера, тор).

Каждая точка образующей описывает окружность, плоскость которой перпендикулярна оси вращения (рис. 24). Эти окружности называются параллелями. Следовательно, плоскости, перпендикулярные оси, пересекают поверхность вращения по параллелям. Наибольшую и наименьшую параллели называют соответственно экватором и горлом. Плоскости, проходящие через ось поверхности вращения, называют осевыми, а линии, по которым они пересекают поверхность, — меридианами. Фронтальный меридиан называют главным меридианом, он определяет фронтальный очерк поверхности вращения. Профильный меридиан определяет профильный очерк поверхности вращения. Все меридианы поверхности вращения конгруэнтны.

При проецировании поверхности на плоскость проекций проецирующие лучи касаются этой поверхности в точках, образующих на ней некоторую линию, которая называется линией видимого контура (рис. 25).

Линия видимого контура поверхности разделяет ее на две части: видимую, обращенную к наблюдателю, и невидимую. Для наглядности на чертеже поверхности строят очерки ее проекций, которые являются проекциями соответствующих линий видимого контура.

На рис. 26, а изображен прямой круговой цилиндр, который образован вращением прямой вокруг оси, параллельной образующей. Так как ось цилиндра — горизонтально-проецирующая прямая, то поверхность является проецирующей относительно плоскости  $\Pi_1$ , и горизонтальная проекция поверхности — окружность. Горизонтальная проекция любой точки, принадлежащей поверхности цилиндра (на чертеже точки  $A$ ,  $A'$  и  $B$ ), принадлежит этой окружности.

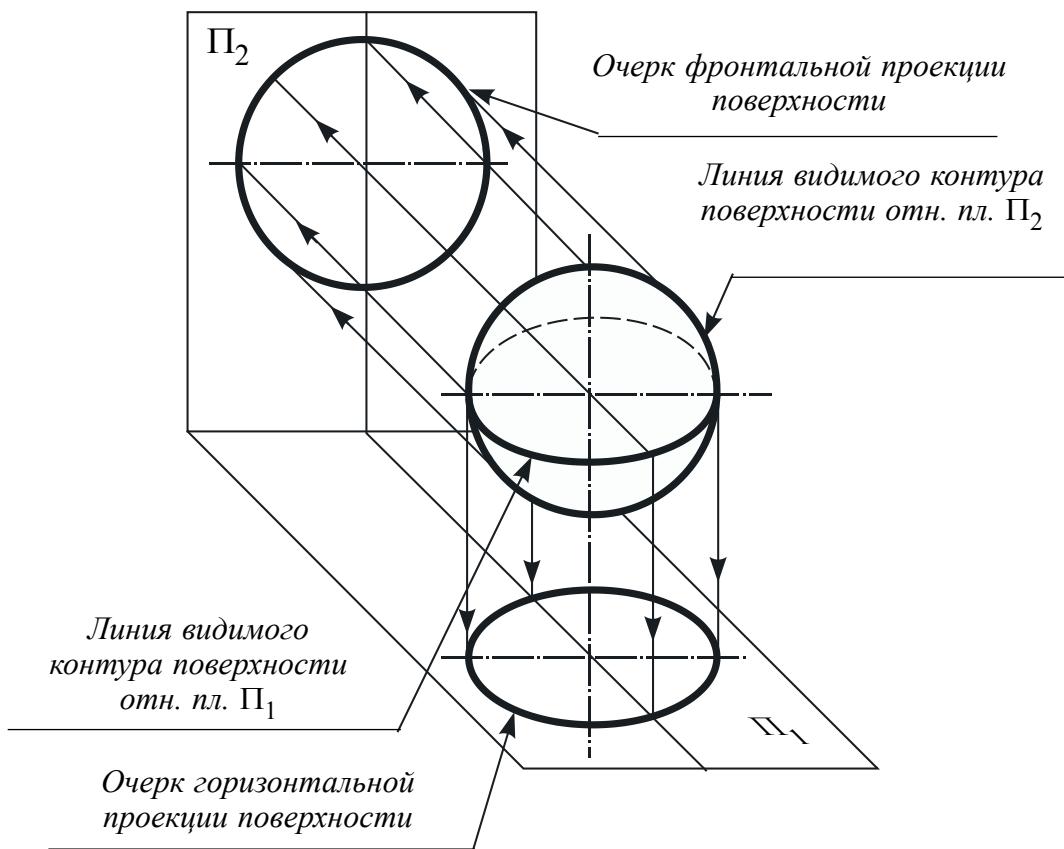


Рис. 24

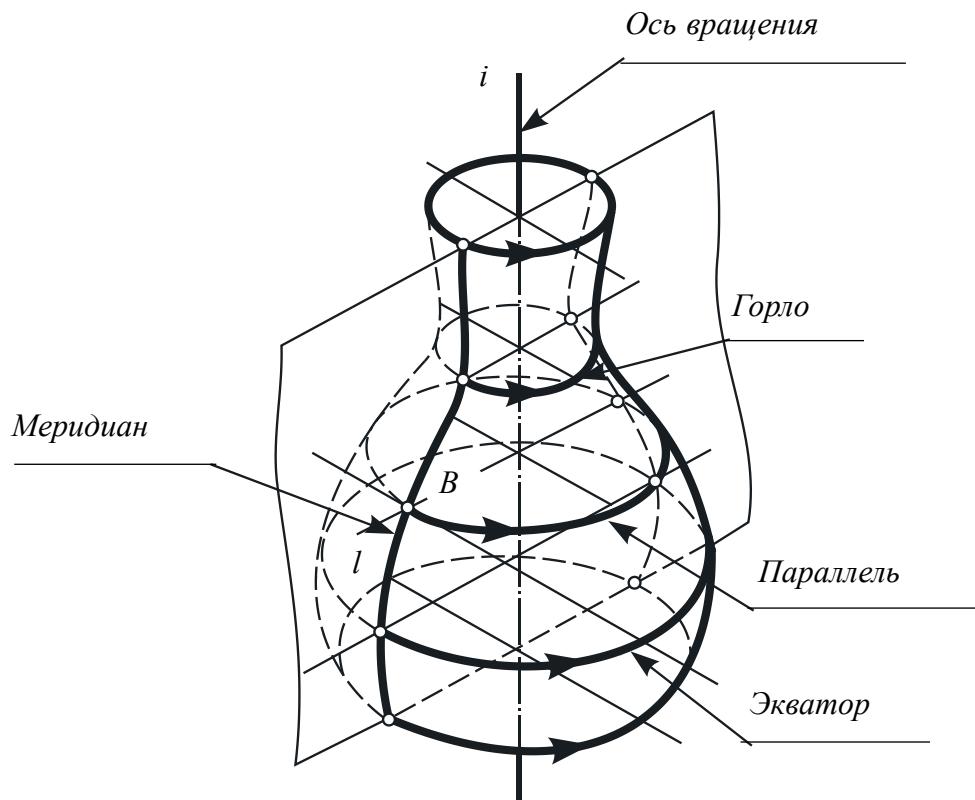


Рис. 25

Для построения проекций точек, принадлежащих непроецирующим поверхностям, используют следующее правило: точка принадлежит поверхности, если она принадлежит какой-либо линии этой поверхности.

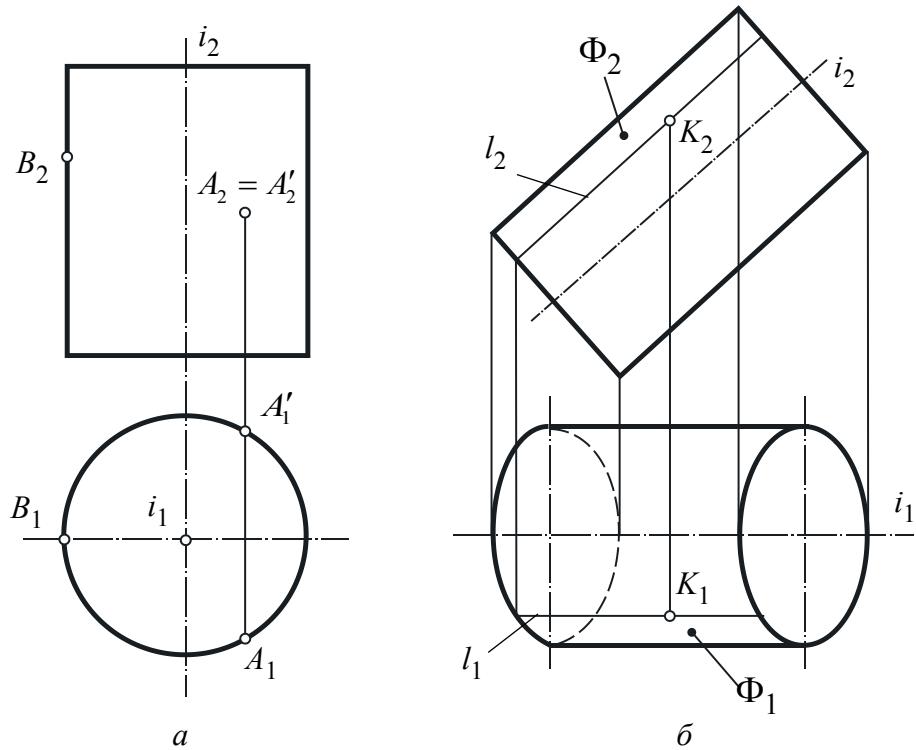


Рис. 26

На рис. 26, б ось цилиндра — фронталь. Точка  $K$ , принадлежащая цилиндрической поверхности  $\Phi$ , строится по принадлежности ее образующей  $l$ :

$$K \in \Phi \Leftrightarrow K \in l \wedge l \subset \Phi .$$

Проекции точек, принадлежащих видимой на чертеже части поверхности цилиндра (точка  $A_2$  на рис. 26, а; точки  $K_1$  и  $K_2$  на рис. 26, б), видимы.

На рис. 27 изображен прямой круговой конус, образованный вращением прямой образующей вокруг оси, пересекающейся с этой образующей. Ось конуса — горизонтально-проецирующая прямая. Линия видимого контура поверхности конуса относительно плоскости  $\Pi_2$  (фронтальная ее проекция — треугольник, горизонтальная проекция совпадает с горизонтальной осью) разделяет коническую поверхность на видимую, расположенную ближе к наблюдателю, и невидимую. Горизонтальная проекция поверхности конуса видима. Проекции точек, заданных на поверхности конуса, строятся по принадлежности образующим или окружностям. На рис. 27 горизонтальные проекции  $C_1$ ,  $D_1$  и  $F_1$  точек  $C$ ,  $D$  и  $F$  видимы, фронтальные проекции  $C_2$  и  $D_2$  видимы,  $F_2$  — невидима.

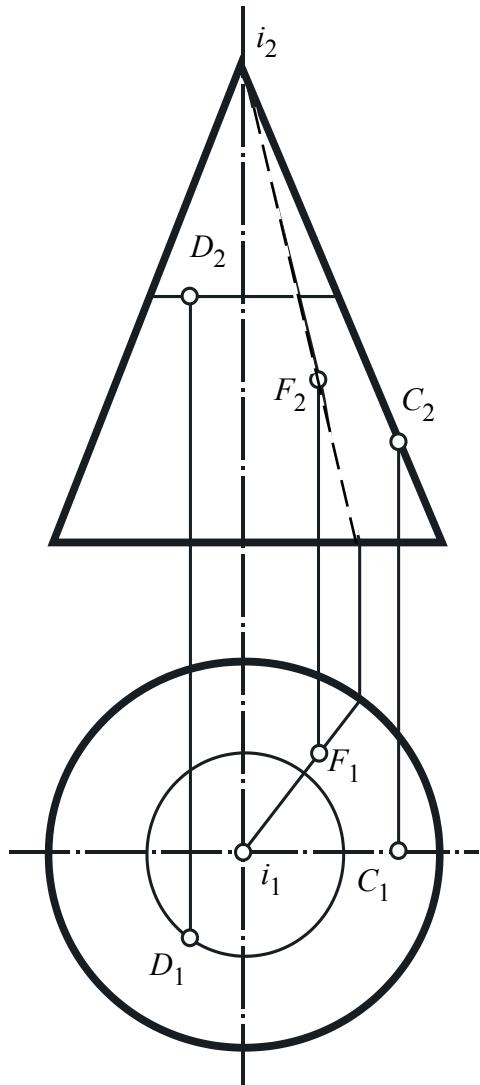


Рис. 27

Сфера образуется вращением окружности вокруг одного из ее диаметров. Очерком фронтальной проекции сферы является проекция  $\Pi_2$  главного меридиана  $n$ ; очерком горизонтальной проекции сферы — проекция  $m_1$  экватора  $m$  (рис. 28). Границами видимости на сфере относительно плоскостей проекций являются соответствующие линии видимого контура (см. рис. 24).

На фронтальной плоскости проекций видима передняя часть поверхности сферы; на горизонтальной проекции — верхняя часть поверхности (рис. 28). На чертеже построение проекций точек, принадлежащих поверхности сферы, выполняется с помощью параллелей, которым принадлежат точки. На рис. 28 все проекции точки  $K$  видимы. Фронтальная и горизонтальная проекции точки  $M$ , а также горизонтальная проекция точки  $N$  видимы, а проекции  $N_2$ ,  $N_3$  и  $M_3$  точек  $M$  и  $N$  невидимы.

Все рассмотренные выше поверхности вращения: цилиндр, конус, сфера — являются поверхностями второго порядка.

Тор образуется вращением окружности вокруг оси, лежащей в плоскости окружности, но не проходящей через ее центр.

Ось вращения тора может пересекать окружность (рис. 29, *а*), касаться ее (рис. 29, *б*) и располагаться вне окружности (рис. 29, *в*). В первых двух случаях тор называется закрытым, в последнем — открытым или кольцом. Тор — поверхность четвертого порядка.

Для цилиндра (см. рис. 26), конуса (см. рис. 27) и тора (см. рис. 29) обратимым является чертеж, содержащий две проекции (одну из них обязательно на плоскость, перпендикулярную оси вращения). Форму сферы две проекции не определяют. На рис. 23, *в* даны два варианта третьих проекций

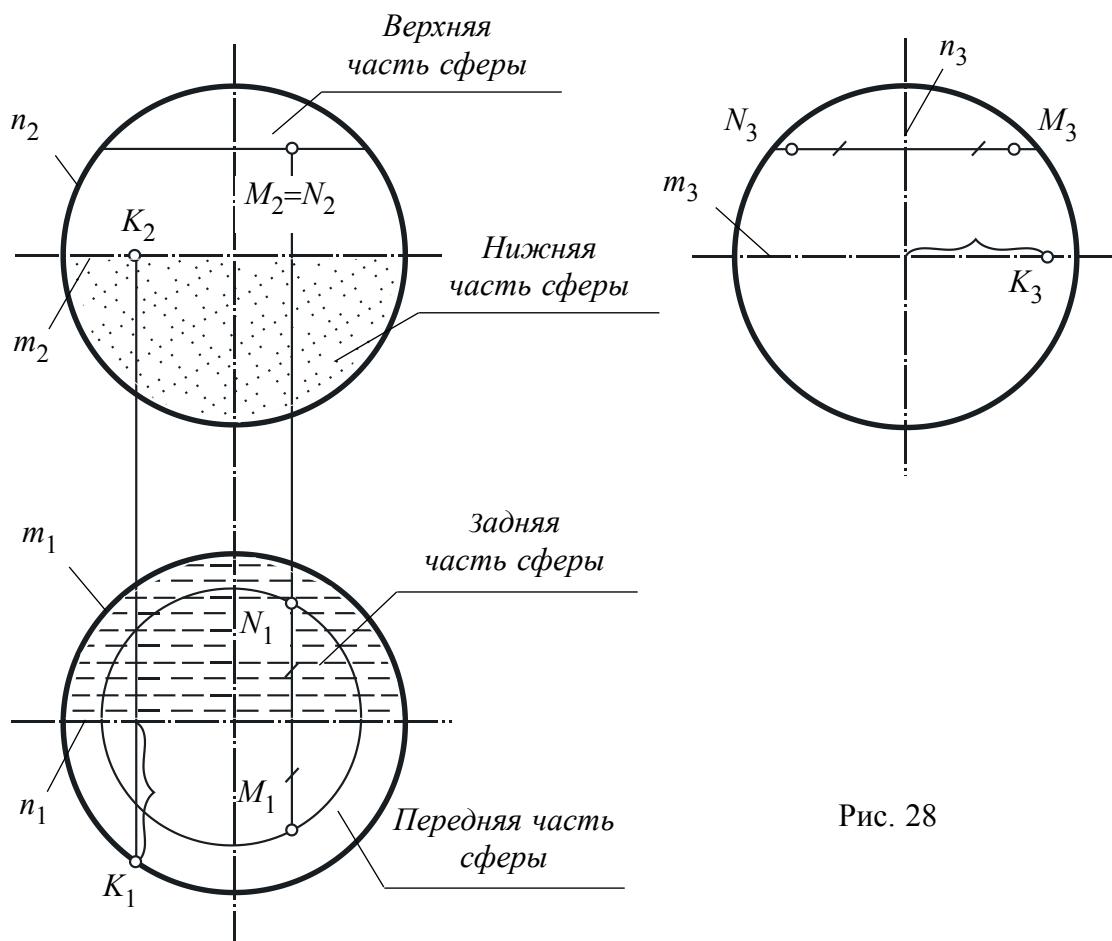


Рис. 28

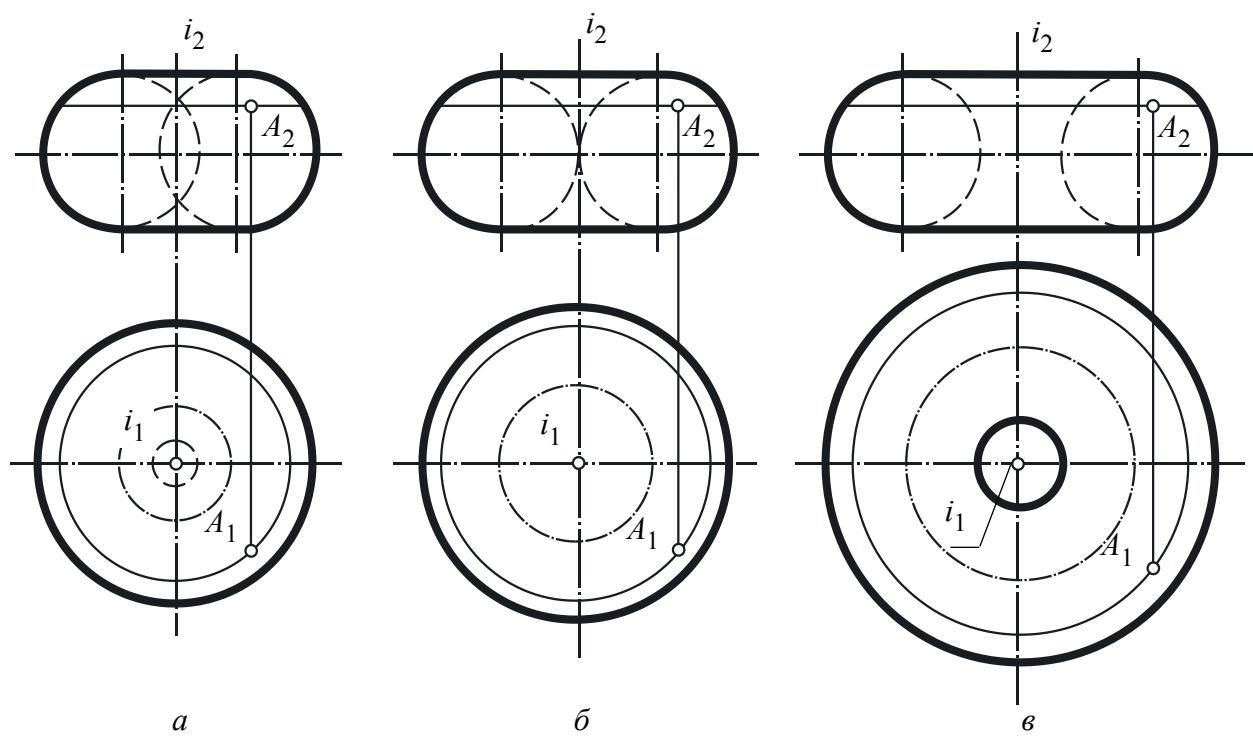


Рис. 29

(возможны и другие решения). Обратимся к трехпроекционному чертежу сферы. При употреблении условных знаков и надписей в соответствии с ГОСТ 2.307-68 количество проекций может быть уменьшено: знак диаметра  $\emptyset$  говорит о том, что изображенный предмет является телом вращения; знак « $\bigcirc$ » перед обозначением  $R$  или  $\emptyset$  — о том, что поверхность сферическая (рис. 30). Прямой круговой цилиндр и прямой круговой конус задаются диаметром основания и высотой (рис. 30,  $a$ ,  $b$ ); сфера — диаметром или радиусом  $R$  образующей окружности, а тор — диаметрами образующей окружности и наибольшей параллели (рис. 30,  $c$ ,  $g$ ).

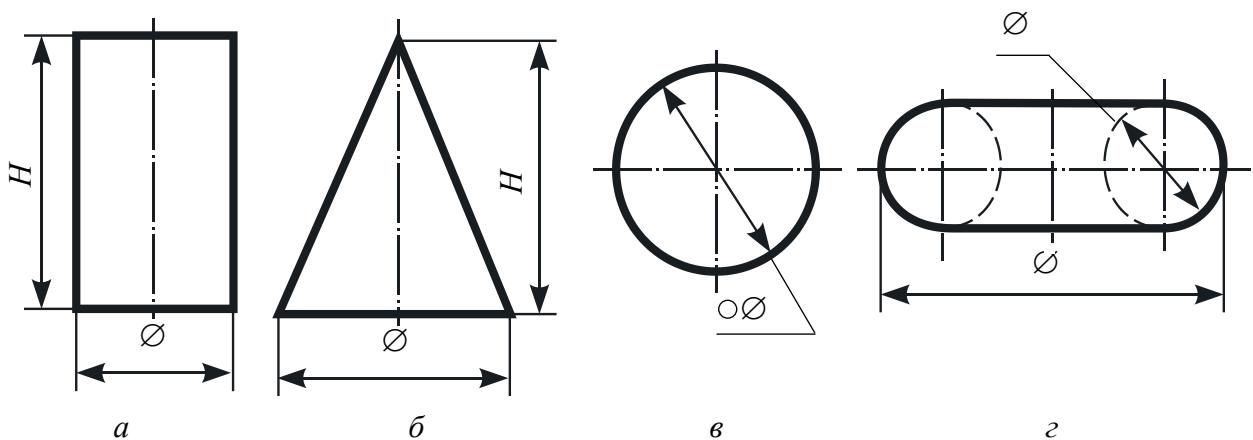


Рис. 30

**Задача.** Построить недостающие проекции точек  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , принадлежащих комбинированной поверхности. Заданные проекции  $A_1$ ,  $D_1$ ,  $B_2$ ,  $C_2$  точек видимы (рис. 31,  $a$ ).

План решения:

- 1) определить, какие поверхности образуют данный предмет;
- 2) выбрать графически простую линию поверхности (окружность или прямую), проходящую через заданную точку;
- 3) построить проекции этой линии;
- 4) построить искомые проекции заданной точки.

**Решение.** Заданная комбинированная поверхность представляет собой сочетание усеченного конуса и части сферы.

Точки  $A$  и  $B$  принадлежат конической поверхности. Построение проекций  $A_2$  и  $A_3$  точки  $A$  выполним по принадлежности этой точки прямолинейной образующей конуса. Для построения проекций  $B_1$  и  $B_3$  через точку  $B$  нужно провести параллель конуса.

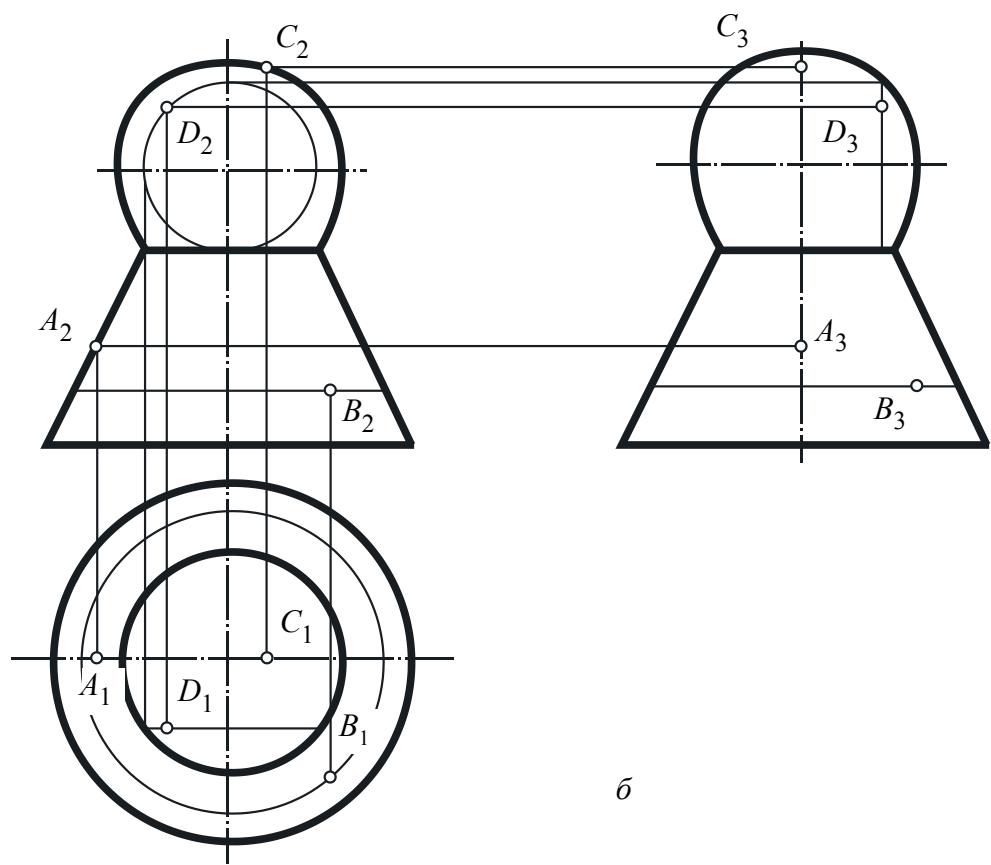
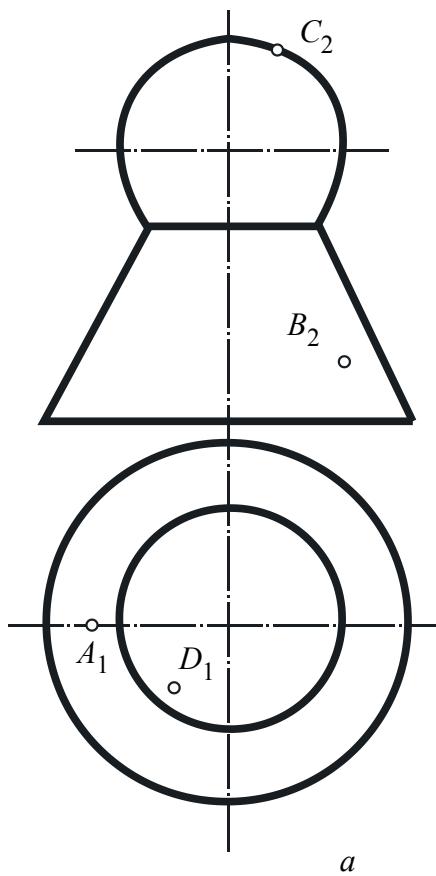


Рис. 31

Точки  $C$  и  $D$  принадлежат поверхности сферы. Проекции  $C_1$  и  $C_3$  построим по принадлежности точки  $C$  главному меридиану сферы. Для построения проекций  $D_2$  и  $D_3$  нужно провести параллель сферы, проходящую через точку  $D$  и параллельную фронтальной плоскости проекций.

Построения на чертеже (рис. 31,б) выполняем в соответствии с п.п. 3 и 4 плана.

### § 3. Построение изображений предмета как сочетания простых геометрических фигур. Виды по ГОСТ 2.305-68. Выбор главного вида

Для того, чтобы при выполнении чертежей представить форму предмета, рекомендуется мысленно расчленить его на простые геометрические фигуры. Например, предмет, представленный на рис. 32,а, состоит из призмы I (основания), цилиндра II, полусферы III, призм IV и V (ребра).

Чтобы выполнить чертеж этого предмета, необходимо изобразить каждую из фигур, составляющих предмет, в трех проекциях, учитывая при этом проекционную связь (рис. 32,б).

В зависимости от содержания изображения делятся на виды, разрезы, сечения. Вид — изображение обращенной к наблюдателю видимой части поверхности предмета. Стандарт устанавливает следующие названия видов: вид спереди — 1 (главный вид); вид сверху — 2; вид слева — 3; вид справа — 4; вид снизу — 5; вид сзади — 6 (рис. 33).

Главный вид следует выбирать так, чтобы он давал наиболее полное представление о форме и размерах предмета, т. е. чертеж должен быть обратимым (см. § 1). Главный вид соответствует такому расположению предмета, при котором максимальное количество геометрических фигур, образующих предмет, имеет оси вращения, параллельные фронтальной плоскости проекций, а плоскость основания предмета параллельна горизонтальной плоскости проекций.

Чертеж (рис. 32,б) предмета, представленного на рис. 32,а, составлен из трех изображений: главного вида, вида сверху и вида слева. Главный вид выбран по стрелке  $A$ , так как он дает наиболее полное представление о форме предмета.

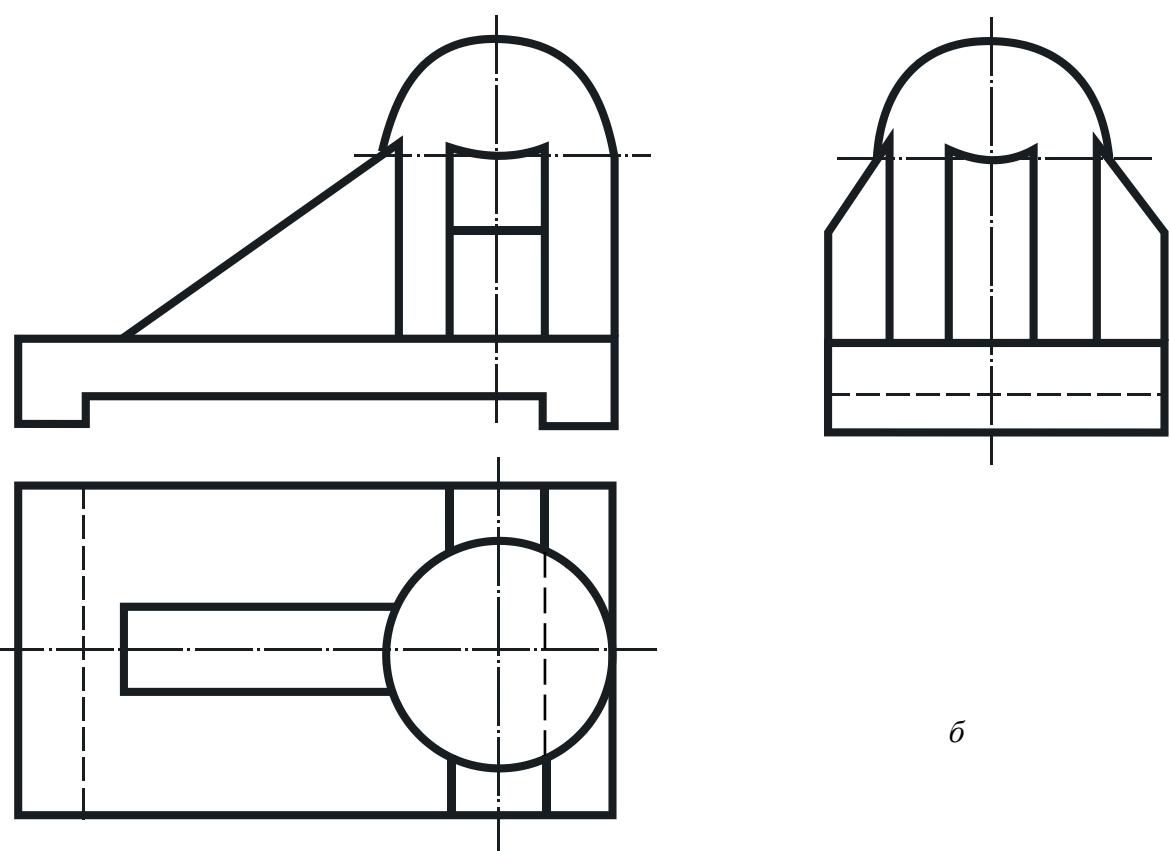
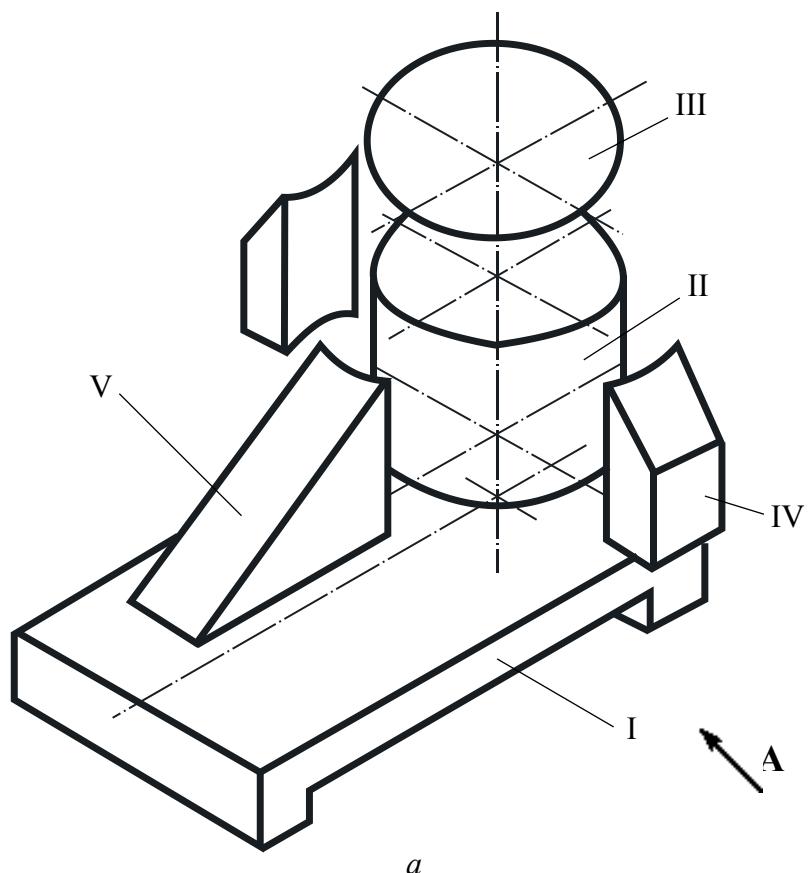


Рис. 32

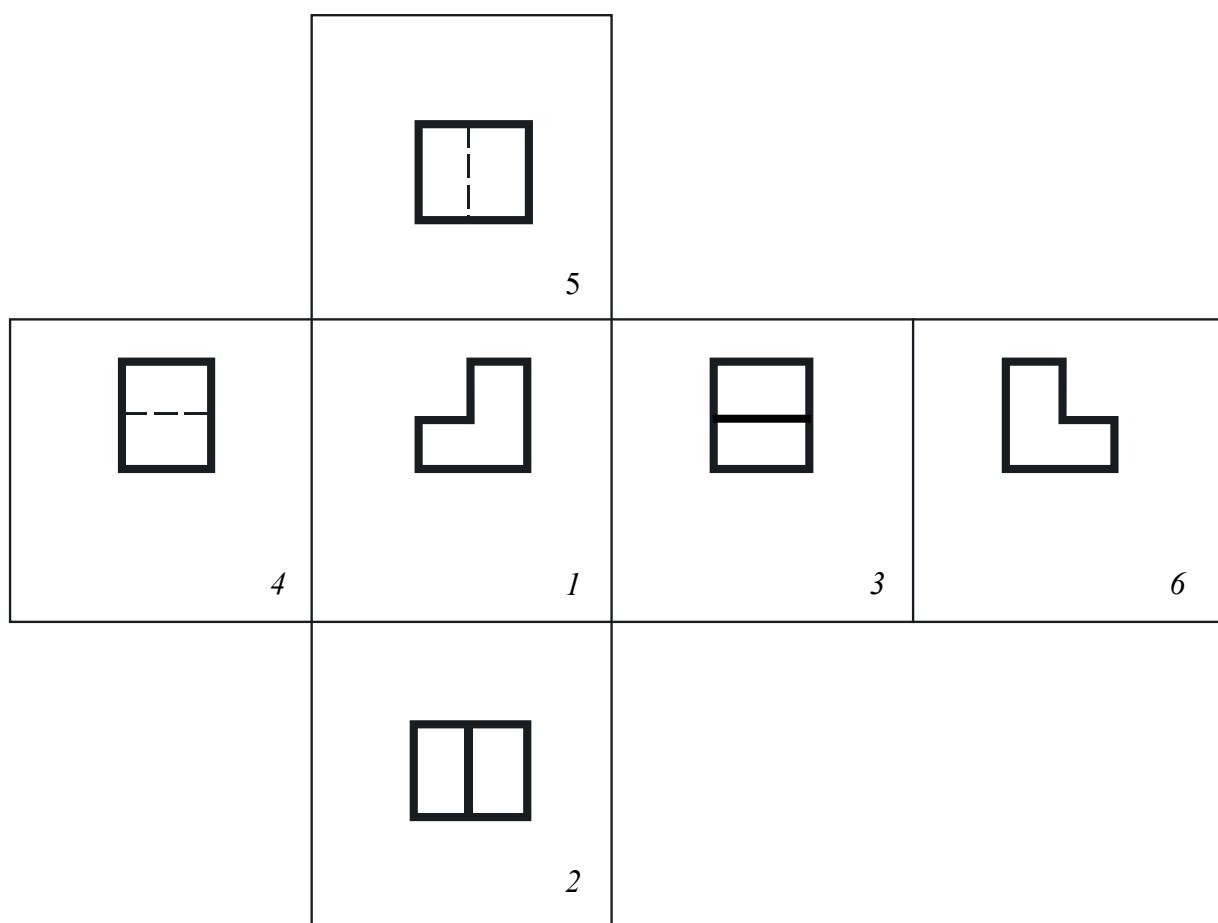
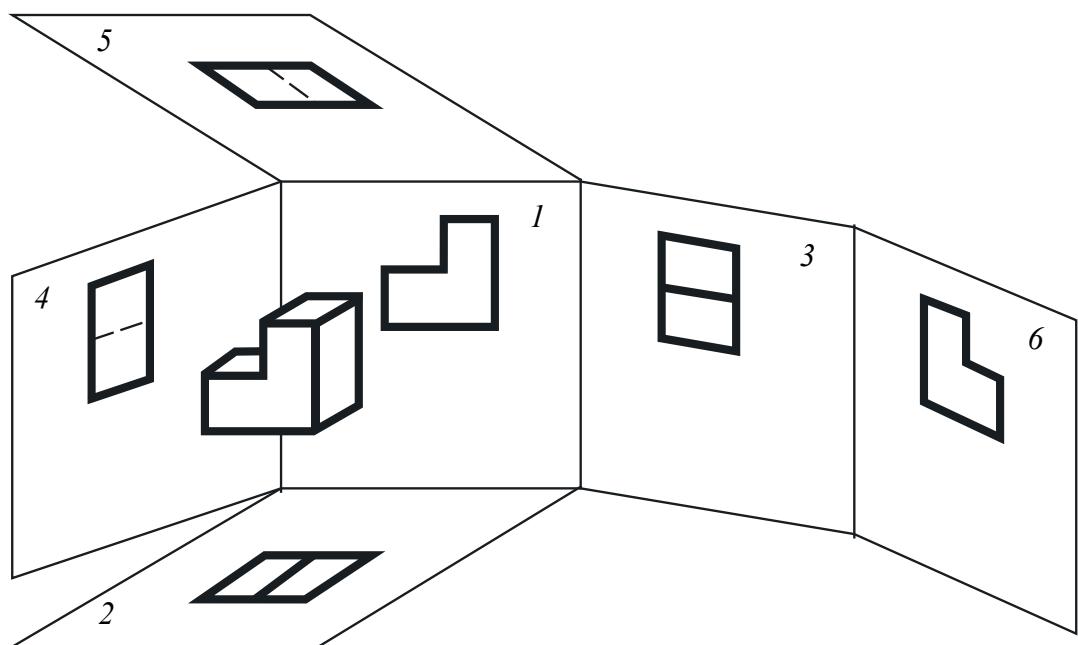


Рис. 33

## Глава 2

### ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИХ ОБЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ (ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ)

Задачи, в которых определяется взаимное положение или общие элементы геометрических фигур, называются позиционными. К позиционным относятся также уже рассмотренные задачи на принадлежность точки линии, точки и линии поверхности.

#### § 1. Взаимное положение прямых

Две прямые в пространстве могут быть параллельными, пересекающимися и скрещивающимися.

1. Прямые параллельные. Правило для построения комплексного чертежа параллельных прямых вытекает из четвертого свойства ортогонального проецирования: проекции параллельных прямых параллельны.

Если прямые в пространстве параллельны, то на чертеже их одноименные проекции параллельны. На рис. 34

$$a \parallel b \Rightarrow a_1 \parallel b_1 \wedge a_2 \parallel b_2$$

Для прямых общего положения справедливо и обратное утверждение:

$$a_1 \parallel b_1 \wedge a_2 \parallel b_2 \Rightarrow a \parallel b$$

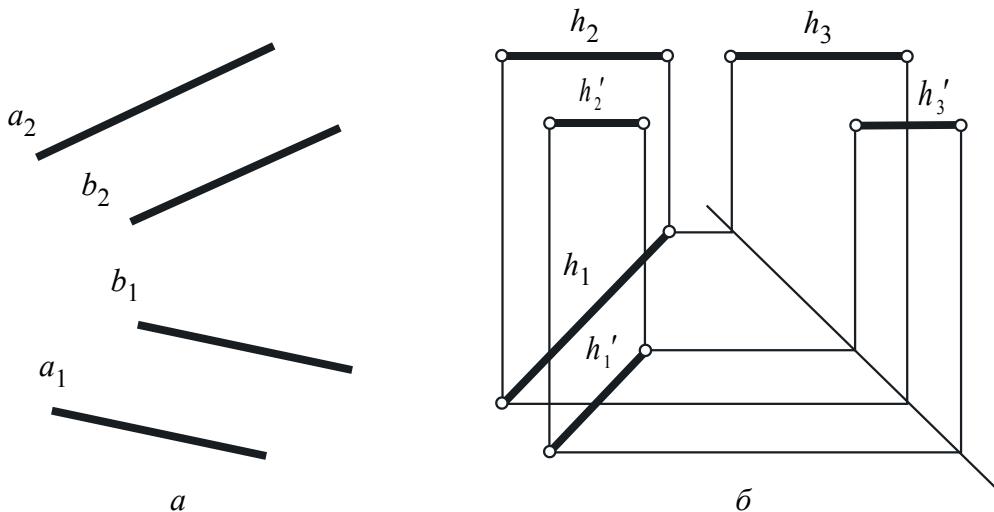


Рис. 34

Таким образом, для того, чтобы судить по чертежу о параллельности двух прямых общего положения, достаточно иметь любую пару проекций каждой из них. Линии уровня параллельны, если их проекции на параллельную им плоскость проекций параллельны. Например, горизонтали  $h$  и  $h'$  (рис. 34,  $\delta$ ) параллельны, так как параллельны их проекции  $h_1$  и  $h'_1$ ; отрезки профильных прямых  $[AB]$  и  $[CD]$  (рис. 35,  $a$ ) параллельны, так как  $[A_3B_3] \parallel [C_3D_3]$ ; отрезок  $[EF]$  непараллелен  $[KL]$ , так как отрезок  $[E_3F_3]$  непараллелен отрезку  $[K_3L_3]$  (рис. 35,  $\delta$ ).

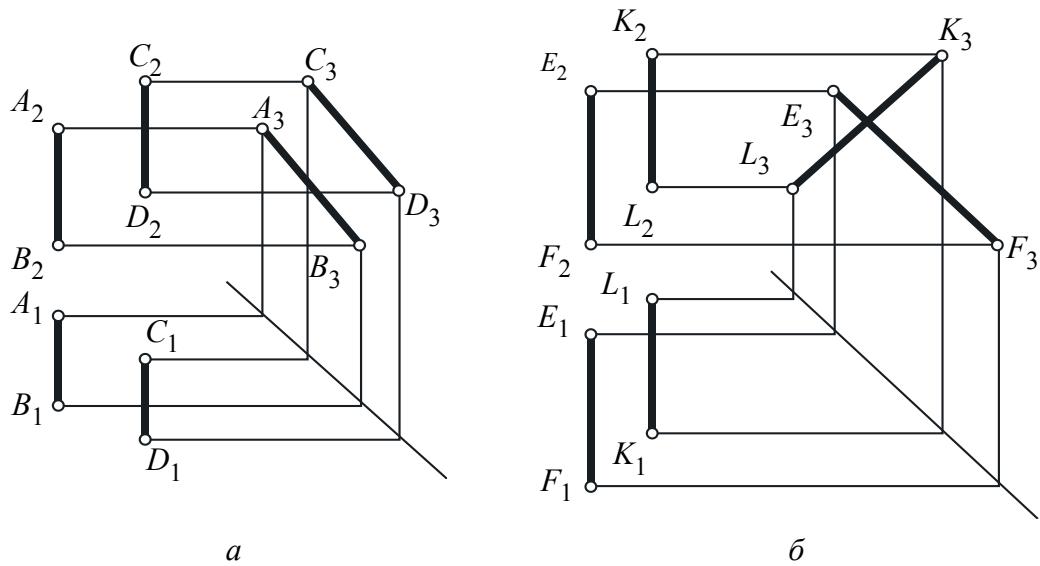


Рис. 35

2. Прямые пересекающиеся. Правило для построения комплексного чертежа пересекающихся прямых вытекает из шестого свойства ортогонального проецирования: точка пересечения линий проецируется в точку пересечения их проекций (рис. 36):

$$c \cap d = K \Rightarrow c_1 \cap d_1 = K_1 \wedge c_2 \cap d_2 = K_2 ,$$

причем точки  $K_1$  и  $K_2$  принадлежат одной линии связи.

3. Прямые скрещивающиеся. Прямые непараллельные и непересекающиеся называются скрещивающимися. Один из возможных вариантов скрещивающихся прямых показан на рис. 37, где  $l \div m$ , так как  $l$  непараллельна и не пересекает  $m$ .

Точка пересечения горизонтальных проекций скрещивающихся прямых является горизонтальной проекцией двух горизонтально конкурирующих

точек 1 и 2, соответственно принадлежащих прямым  $l$  и  $m$ . Точка пересечения фронтальных проекций скрещивающихся прямых является фронтальной проекцией двух фронтально конкурирующих точек 3 и 4. По горизонтально конкурирующим точкам 1 и 2 определяется положение прямых  $l$  и  $m$  относительно  $\Pi_1$ . Фронтальная проекция  $1_2$  точки 1, принадлежащей прямой  $l$ , расположена выше, чем фронтальная проекция  $2_2$  точки 2, принадлежащей прямой  $m$  (проекция направления взгляда показана стрелкой), следовательно, точка 1 выше точки 2, и поэтому прямая  $l$  расположена над прямой  $m$ . По фронтально конкурирующим точкам 3 и 4 определяется положение прямых  $l$  и  $m$  относительно плоскости  $\Pi_2$ .

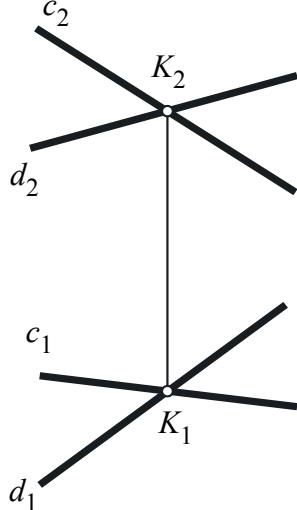


Рис. 36

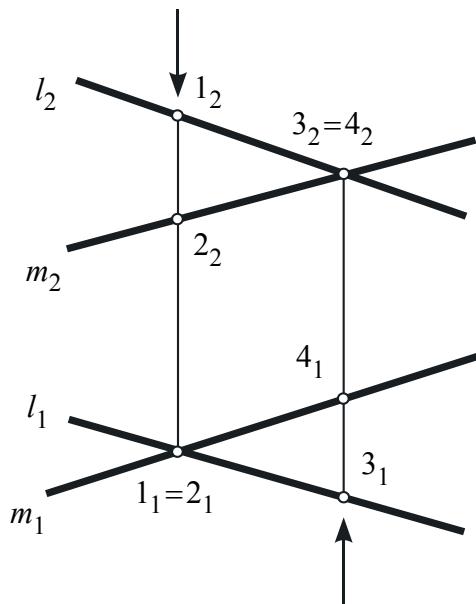


Рис. 37

Горизонтальная проекция  $3_1$  точки 3, принадлежащей прямой  $l$ , расположена ниже, чем горизонтальная проекция  $4_1$  точки 4, принадлежащей прямой  $m$  (проекция направления взгляда показана стрелкой), следовательно, точка 3 расположена перед точкой 4, поэтому прямая  $l$  расположена перед прямой  $m$ .

## § 2. Определение общих элементов геометрических фигур из условий принадлежности

**Задача.** Построить точку пересечения прямой линии с проецирующей плоскостью.

Даны горизонтально-проецирующая плоскость  $\Gamma$  и прямая  $m$  общего положения (рис. 38). Точка  $K$  пересечения прямой  $m$  с плоскостью  $\Gamma$  принадлежит одновременно и прямой  $m$ , и плоскости  $\Gamma$ , следовательно,  $K_1 \subset \Gamma_1 \wedge K_1 \subset m_1$ , т. е.  $K_1 = \Gamma_1 \cap m_1$ ; точка  $K_2$  находится на линии связи из условия, что  $K_2 \subset m_2$ .

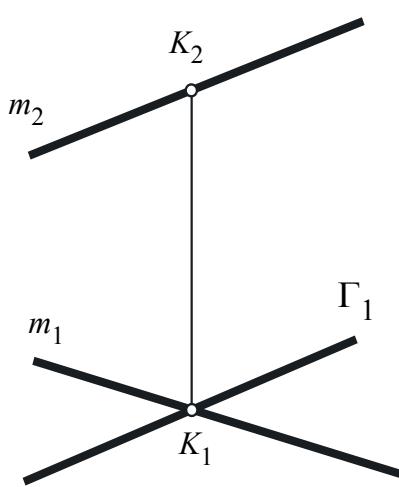


Рис. 38

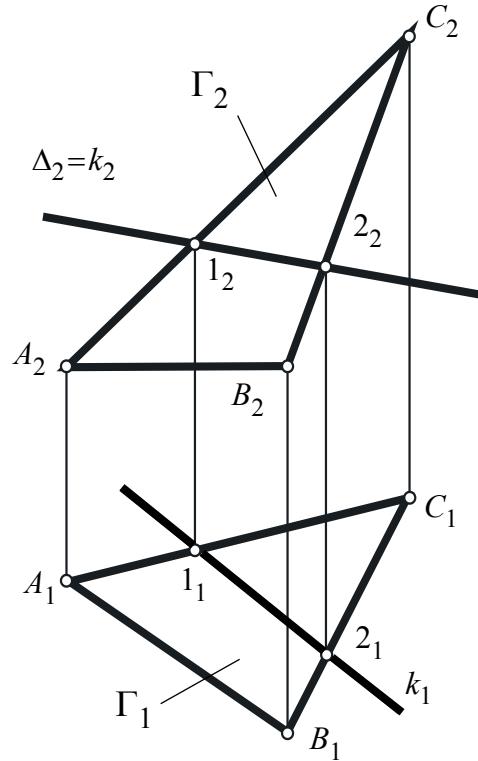


Рис. 39

**Задача.** Построить линию пересечения плоскости общего положения с проецирующей плоскостью.

Даны плоскость  $\Gamma(ABC)$  общего положения и фронтально-проецирующая плоскость  $\Delta$  (рис. 39). Искомая линия  $k$  пересечения двух плоскостей  $\Gamma$  и  $\Delta$  является прямой, следовательно, определяется двумя точками. Для построения линии  $k = \Gamma \cap \Delta$  находим точки:  $1 = AC \cap \Delta$ ;  $2 = BC \cap \Delta$ .

$$1_2 = A_2 C_2 \cap \Delta_2; 1_1 \in A_1 C_1; 2_2 = B_2 C_2 \cap \Delta_2; 2_1 \in B_1 C_1.$$

$$k_1(1_1-2_1); k_2(1_2-2_2) = \Delta_2.$$

**Задача.** Построить линию пересечения двух проецирующих плоскостей.

Даны две фронтально-проецирующие плоскости:  $\Delta$  и  $\Gamma$  (рис. 40). Линия их пересечения — фронтально-проецирующая прямая  $k$ .

$$k_2 = \Delta_2 \cap \Gamma_2, \text{ а } k_1 \text{ совпадает с линией связи.}$$

**Задача.** Построить точку пересечения проецирующей линии с плоскостью общего положения.

Даны плоскость  $\theta(KLM)$  общего положения и горизонтально-проецирующая прямая  $g$  (рис. 41). Точка  $G$  их пересечения одновременно принадлежит плоскости  $\theta$  и линии  $g$ , следовательно, принадлежит любой прямой  $l$ , проведенной в плоскости  $\theta$  и пересекающей линию  $g$ . На рис. 41  $l \subset \theta \wedge l \cap g$ . Так как  $g \perp \Pi_1$ , то  $G_1 = g_1$ , а  $G_2 = l_2 \cap g_2$ .

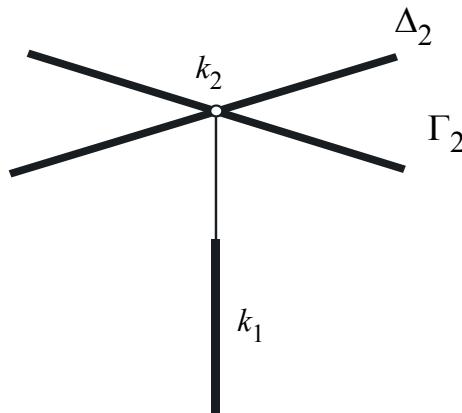


Рис. 40

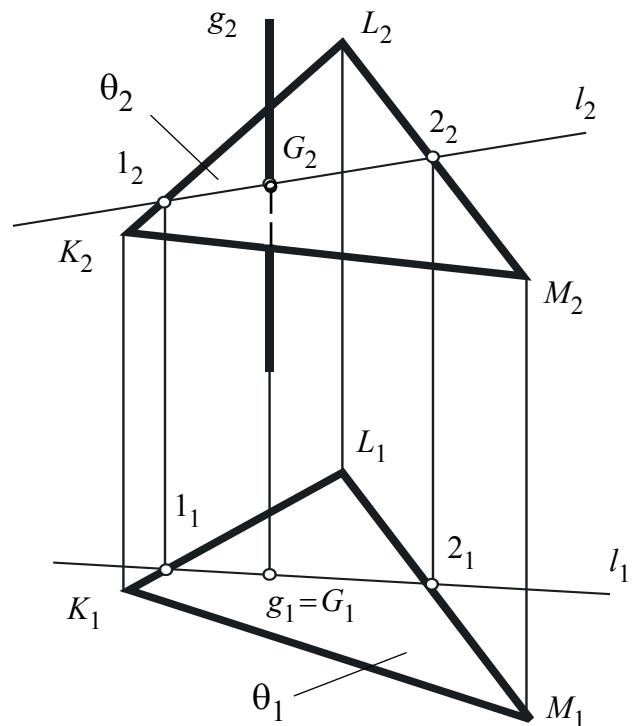


Рис. 41

### § 3. Пересечение поверхностей с проецирующей плоскостью и с прямой линией

Линия пересечения поверхности с плоскостью представляет собой плоскую замкнутую линию. При проецирующей секущей плоскости одна проекция линии пересечения совпадает с проекцией секущей плоскости, а вторая проекция строится по точкам. При этом сначала строят опорные точки, а также точки на ребрах, а затем, если необходимо, промежуточные точки. Найденные точки соединяют с учетом видимости и характера линии сечения.

### 3.1. Пересечение многогранника с проецирующей плоскостью

Линия пересечения многогранника с плоскостью является плоской ломаной линией, вершины которой — точки пересечения ребер, а стороны — линии пересечения граней многогранника с плоскостью.

На рис. 42 показано построение линии пересечения прямой шестигранной призмы с проецирующей плоскостью  $\Sigma$ . Фронтальные проекции  $1_2, 2_2, 3_2 \dots$  точек пересечения ребер призмы с плоскостью находятся в точках пересечения фронтальных проекций ребер и фронтальной проекции плоскости. Горизонтальные проекции  $1_1, 2_1, 3_1 \dots$  точек совпадают с горизонтальными проекциями ребер. Таким образом, фронтальная проекция искомой линии — отрезок  $1_24_2$ , а горизонтальная проекция — шестиугольник  $1_12_13_14_15_16_1$ . Профильные проекции точек находятся по линиям связи на профильных проекциях ребер.

На рис. 43 показана задача на построение линии пересечения пирамиды с горизонтально-проецирующей плоскостью.

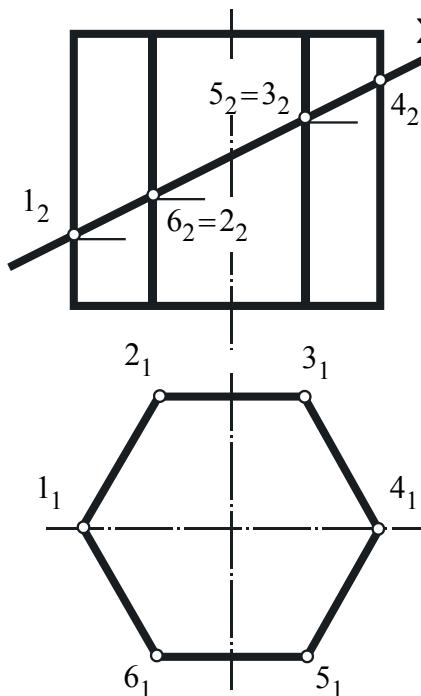


Рис. 42

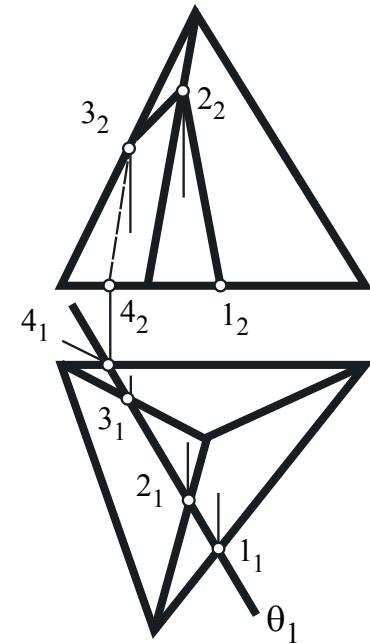


Рис. 43

### 3.2. Пересечение поверхности вращения с проецирующей плоскостью

Линия пересечения кривой поверхности с плоскостью представляет собой плоскую кривую.

Для построения этой кривой определяют точки пересечения ряда образующих поверхности с секущей плоскостью. К опорным точкам линии относятся: экстремальные точки (высшая и низшая относительно  $\Pi_1$ , ближняя и дальняя относительно  $\Pi_2$ ), а также очерковые (проекции которых принадлежат очеркам горизонтальной и фронтальной проекций фигур), в рассматриваемых задачах они одновременно являются точками смены видимости.

Рассмотрим пересечение цилиндра вращения с плоскостью. Если секущая плоскость пересекает все образующие поверхности и неперпендикулярна оси вращения (рис. 44, *а*), то линия пересечения — эллипс. На чертеже (рис. 45) плоскость  $\Gamma$  непараллельна оси  $i$  и пересекает цилиндр по эллипсу. На плоскость  $\Pi_2$  эллипс проецируется в отрезок  $A_2B_2=\Gamma_2$ ; на плоскость  $\Pi_1$  — в окружность, совпадающую с проекцией цилиндрической поверхности; на плоскость  $\Pi_3$  — в эллипс. Профильные проекции точек, принадлежащих эллипсу, строятся по двум заданным (горизонтальной и фронтальной). В первую очередь определяют профильные проекции высшей и низшей точек ( $A$  и  $B$ ), очерковых относительно  $\Pi_3$  ( $C$  и  $D$ ), а затем — промежуточных, например, 1 и 2. Соединив полученные точки плавной кривой с учетом видимости, получим эллипс, являющийся профильной проекцией фигуры сечения.

Если секущая плоскость перпендикулярна оси вращения (рис. 44, *б*), то линия пересечения — окружность. На чертеже (см. рис. 45) плоскость  $\Delta \perp i$  и, следовательно, пересекает цилиндр по окружности. На плоскости  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$  окружность проецируется в отрезки прямой, совпадающие с соответствующей проекцией секущей плоскости. На  $\Pi_1$  проекция окружности сечения совпадает с проекцией цилиндрической поверхности.

Если секущая плоскость параллельна образующим поверхности (рис. 44, *в*), то в пересечении получаются прямые линии — образующие. На чертеже (см. рис. 45) плоскость  $\Sigma \parallel i$ . Проекции образующих на плоскость  $\Pi_2$  совпадают с проекцией плоскости, а на плоскость  $\Pi_1$  проецируются в точки,

принадлежащие окружности, являющейся проекцией цилиндрической поверхности. По двум проекциям (горизонтальной и фронтальной) построена третья проекция образующих.

При пересечении конуса вращения с плоскостью можно получить все виды кривых второго порядка: эллипс, параболу и гиперболу.

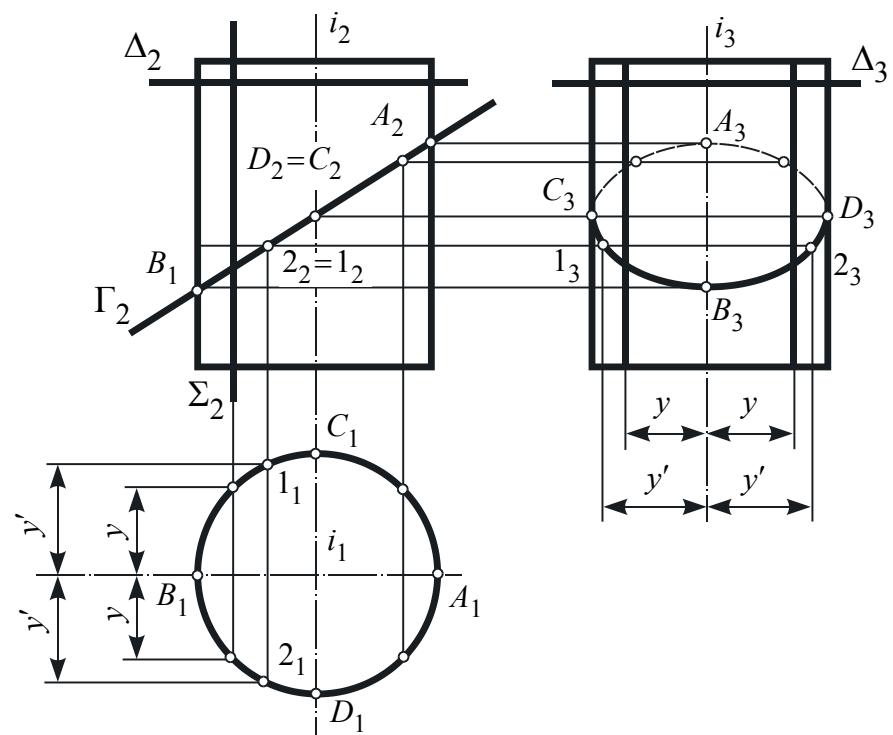


Рис. 44

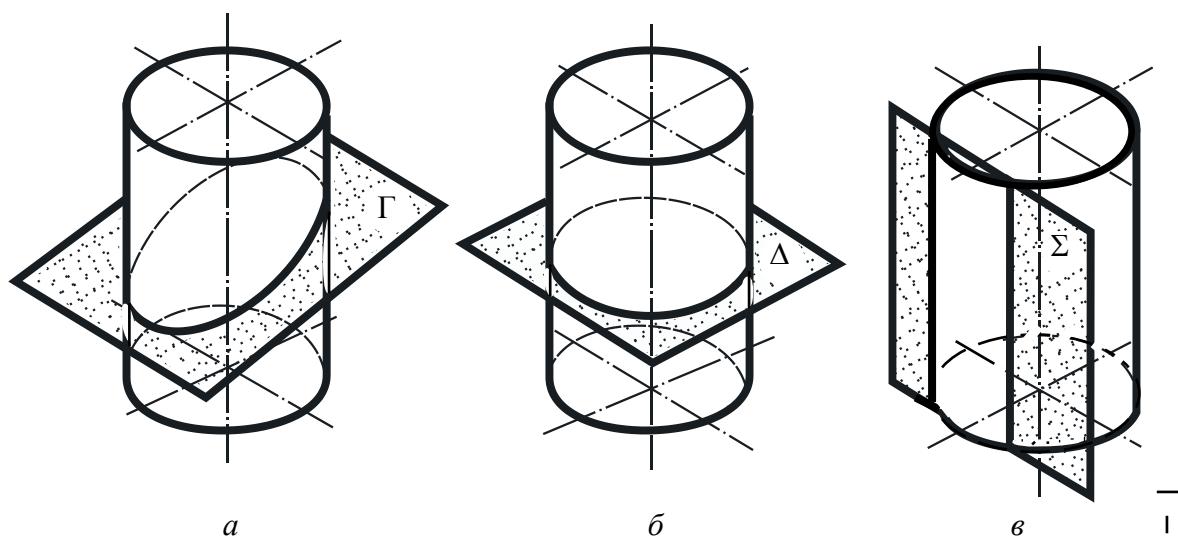


Рис. 45

Если плоскость  $\Sigma$  (рис. 46, *а*) пересекает все образующие конуса, то в сечении получается эллипс. В частном случае, когда плоскость займет положение  $\Sigma'$ , перпендикулярное оси конуса вращения, получается окружность.

Если плоскость  $\Sigma$  параллельна одной образующей  $l$  конуса (рис. 46, *б*), то в сечении получается парабола.

Если плоскость  $\Sigma$  параллельна двум образующим  $l$  и  $l'_1$  конуса (рис. 46, *в*), то в сечении получается гипербола. В частном случае, когда плоскость  $\Sigma$ , перемещаясь параллельно самой себе, займет положение  $\Sigma'$  (пройдет через вершину конуса), гипербола вырождается в пару пересекающихся прямых (см. рис. 46, *в*).

Фронтальные проекции эллипса (см. рис. 46, *а*), параболы (см. рис. 46, *б*) и гиперболы (см. рис. 46, *в*) на поверхности конуса совпадают с фронтальными проекциями секущих плоскостей. Построение горизонтальных проекций точек, принадлежащих эллипсу, параболе и гиперболе, выполнены при помощи образующих или параллелей.

Сферу плоскость пересекает по окружности. В зависимости от положения секущей плоскости относительно плоскостей проекций окружность может проецироваться в прямую, окружность (рис. 47) или эллипс (рис. 48).

На рис. 48 показано построение линии пересечения сферы с фронтально-проецирующей плоскостью  $\Phi$ . Окружность сечения проецируется на  $\Pi_2$  в виде отрезка прямой  $A_2B_2=\Phi_2$ , а на  $\Pi_1$  — в виде эллипса, который строится по точкам. Точки  $A$  и  $B$  являются экстремальными относительно  $\Pi_1$ :  $B$  — высшая точка,  $A$  — низшая. Фронтальные их проекции  $A_2$  и  $B_2$  совпадают с точками пересечения фронтальной проекции плоскости с очерком фронтальной проекции сферы (проекции главного меридиана). Их горизонтальные проекции находим по линиям связи на горизонтальной проекции главного меридиана. Фронтальные проекции  $M_2$  и  $N_2$  точек  $M$  и  $N$  (точек смены видимости относительно  $\Pi_1$ ) на пересечении  $\Phi_2$  с фронтальной проекцией экватора сферы. Их горизонтальные проекции находим по линии связи на очерке горизонтальной проекции сферы (горизонтальная проекция экватора). Экстремальные относительно  $\Pi_2$  точки  $C$  и  $D$  (самая ближняя и самая дальняя) определяются при помощи общей плоскости симметрии  $\Gamma$ , которая проводится через центр сферы перпендикулярно плоскости  $\Phi$ . Отмечаем фронтальные проекции  $C_2=D_2$  точек  $C$  и  $D$ , которые совпадают с точкой пересечения  $\Gamma_2$  и  $\Phi_2$ . Для нахождения горизонтальных проекций  $C_1$  и  $D_1$

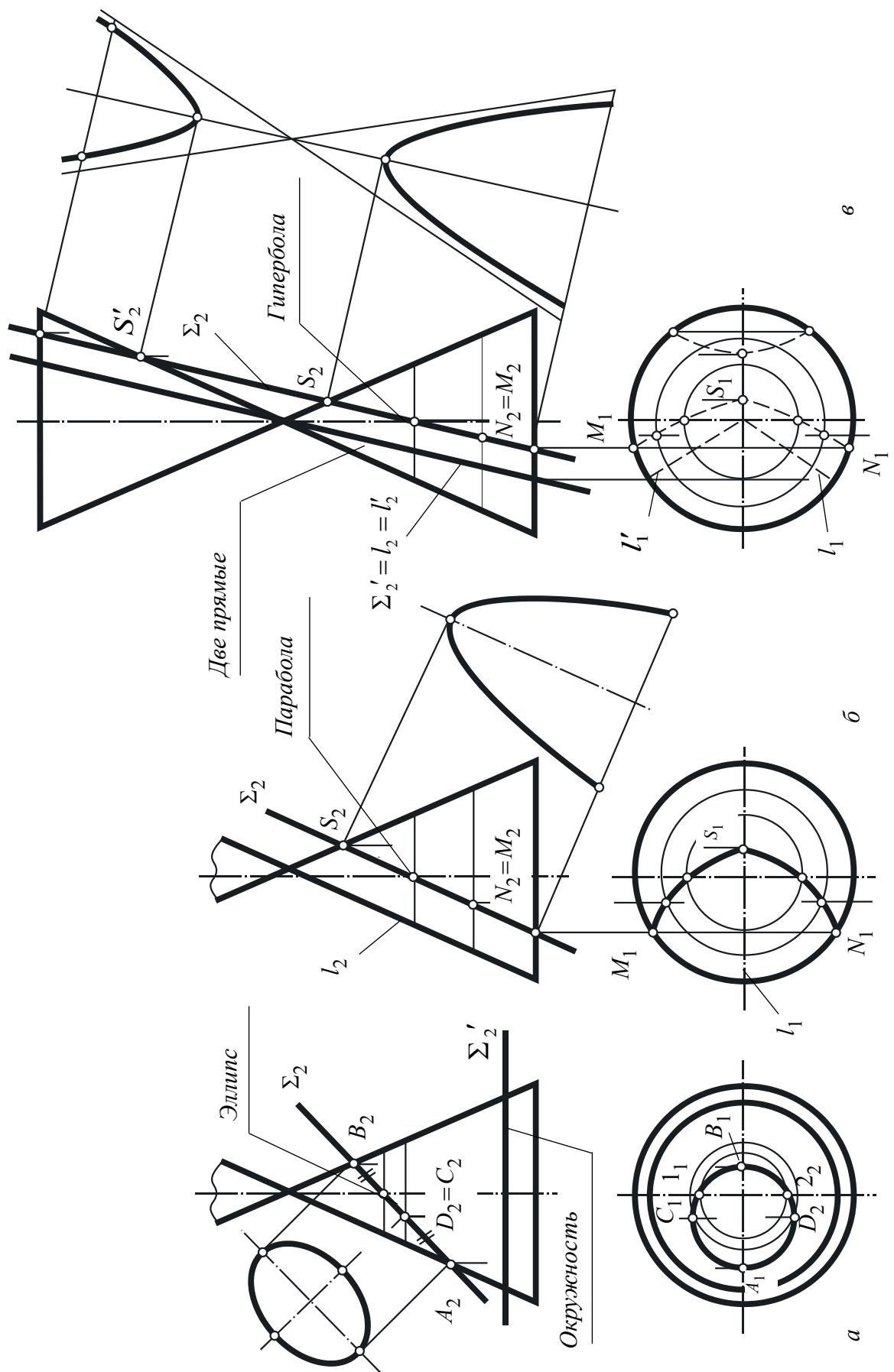


Рис. 46

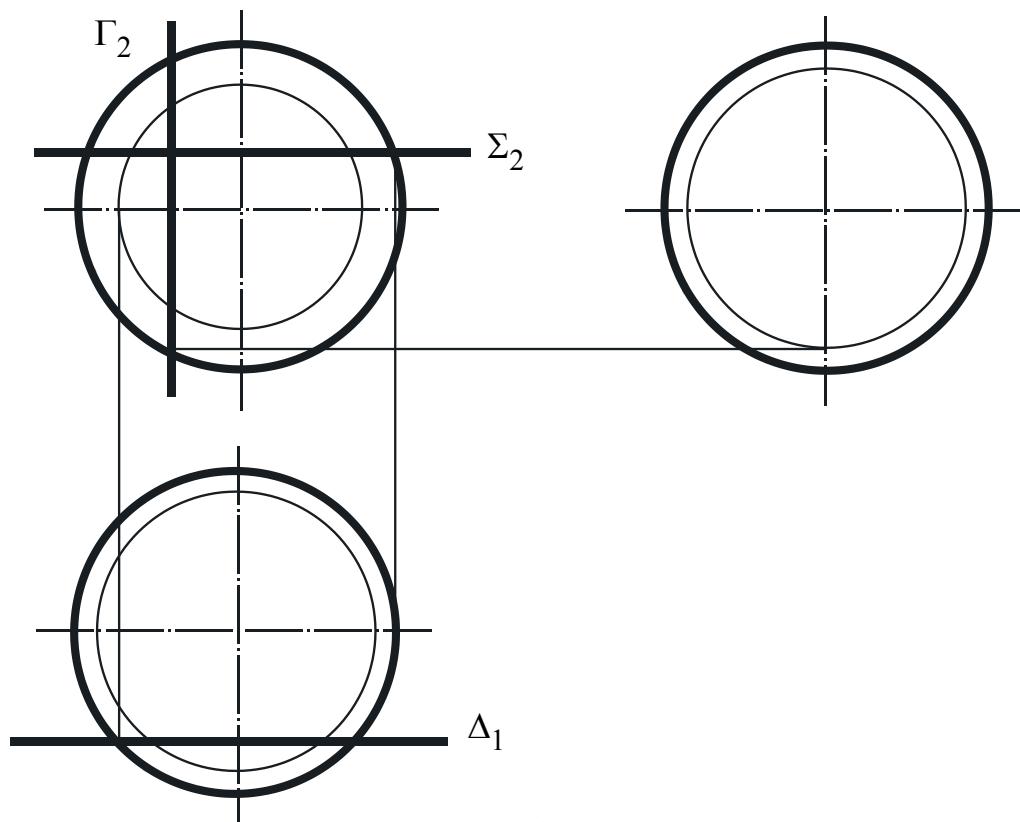


Рис. 47

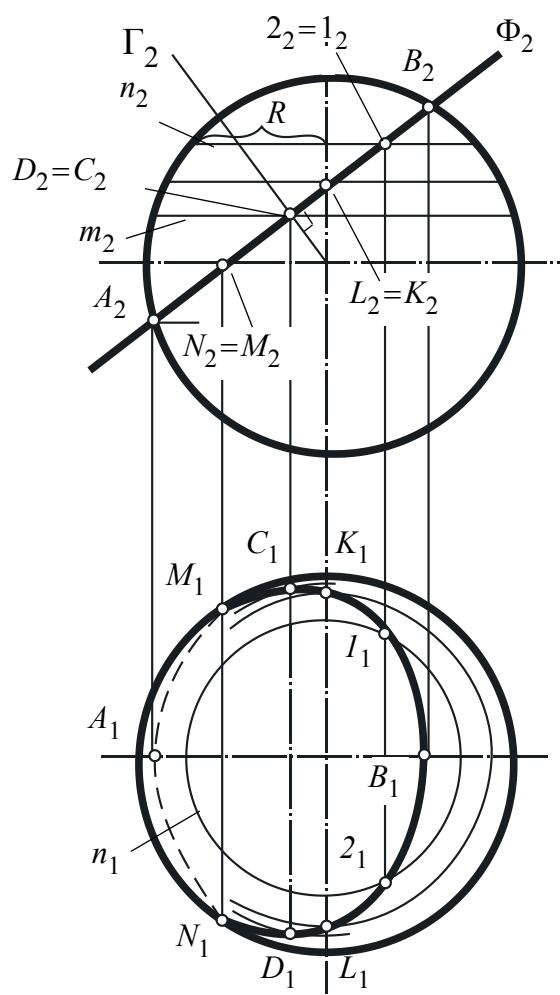


Рис. 48

точек  $C$  и  $D$  воспользуемся параллелью  $m$  ( $m_1, m_2$ ), проходящей через точки  $C$  и  $D$ . Аналогичным образом находим проекции промежуточных точек. Например, проекции точек 1 и 2 строим при помощи параллели  $n$  ( $n_1, n_2$ ). На  $\Pi_2$  эта параллель проецируется в горизонтальную прямую, пересекающую фронтальную проекцию линии пересечения в точке  $1_2=2_2$ . Строим горизонтальную проекцию параллели — окружность радиусом  $R$ . В точках пересечения этой окружности с вертикальными линиями связи отмечаем проекции  $1_1$  и  $2_1$  точек 1 и 2.

### 3.3. Пересечение поверхностей с прямой линией

Возможное количество точек пересечения поверхности с прямой линией соответствует порядку поверхности. Например, сферу, конус, цилиндр — поверхности второго порядка — прямая линия может пересекать в двух точках; тор — поверхность четвертого порядка — в четырех. Построение точек пересечения поверхностей (независимо от их вида) с прямой линией выполняют по следующей схеме (рис. 49,  $a$ ):

- 1) через прямую  $l$  проводят вспомогательную секущую плоскость  $\Delta$ ;
- 2) строят линию  $m$  пересечения этой плоскости  $\Delta$  с заданной поверхностью  $\Phi$ ;
- 3) отмечают точки  $A$  и  $B$  пересечения данной прямой  $l$  с построенной линией пересечения  $m$ , которые являются искомыми.

В символической записи схема имеет следующий вид:

- 1)  $\Delta \subset l$ ,
- 2)  $m = \Delta \cap \Phi$ ,
- 3)  $A = (l \cap m) \wedge B = (l \cap m)$ .

Как правило, вспомогательные секущие плоскости частного положения дают наиболее простое решение. При решении задач на пересечение прямой линии с кривой поверхностью вспомогательную плоскость следует проводить так, чтобы в сечении получились линии, проекции которых были бы прямыми или окружностями. Видимость проекций прямой находят по видимости поверхности или по конкурирующим точкам.

**Задача.** Построить точки пересечения прямой общего положения с пирамидой (см. рис. 49, *a*).

На основании общей схемы составляется алгоритм решения. Алгоритм — совокупность однозначных последовательных операций, которые необходимо выполнить для решения данной задачи. Схема преобразуется в алгоритм, если точно указать положение вспомогательной плоскости. В качестве вспомогательной плоскости выберем горизонтально-проецирующую плоскость  $\Delta$  (можно выбрать  $\Delta \perp \Pi_2$ ).

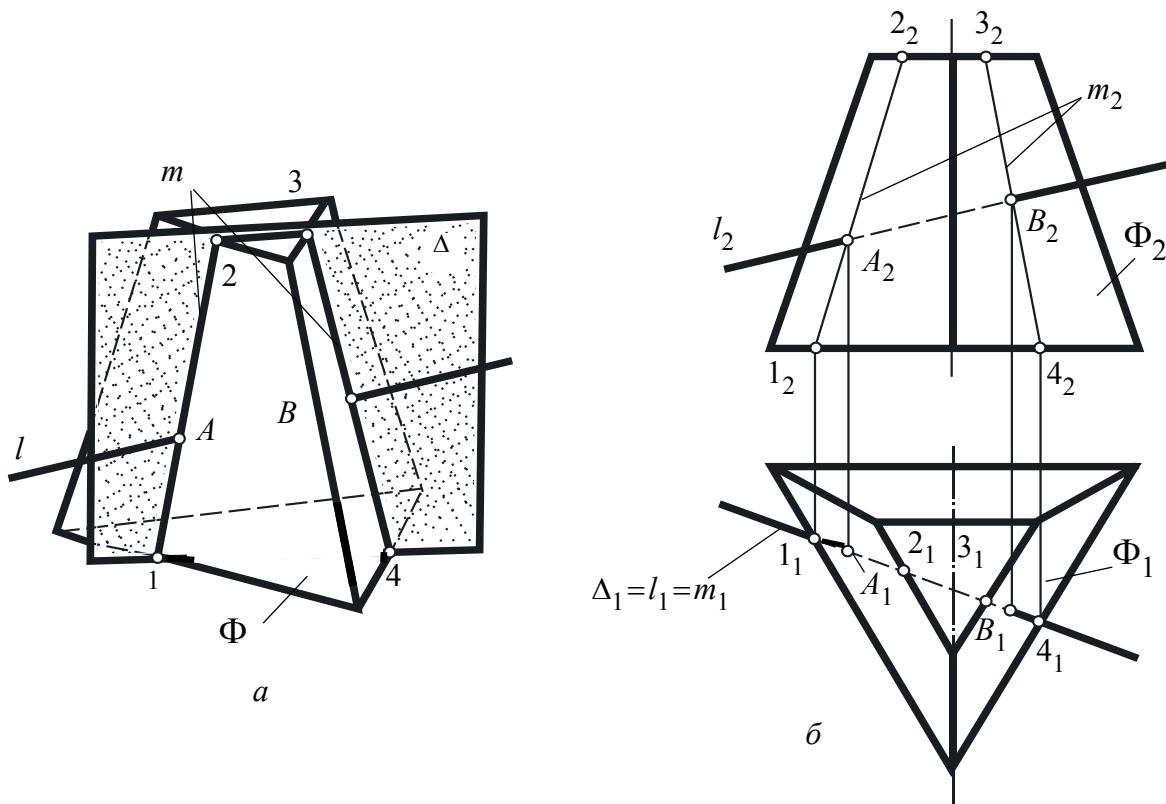


Рис. 49

Алгоритм:

- 1)  $\Delta \supset l, \Delta \perp \Pi_1$ , т. е. через прямую  $l$  проводим горизонтально-проецирующую плоскость  $\Delta$ ;
- 2)  $1-2-3-4-1 = \Phi \cap \Delta$ , т. е. определяем звенья ломаной линии пересечения поверхности пирамиды  $\Phi$  с плоскостью  $\Delta$ ;
- 3)  $A = (1-2) \cap l, B = (3-4) \cap l$ , т. е. отмечаем точки  $A$  и  $B$  пересечения звеньев  $(1-2)$  и  $l$ ,  $(3-4)$  и  $l$ , которые являются искомыми.

Графическая реализация алгоритма дана на рис. 49, *б*.

**Задача.** Построить точки пересечения фронтали со сферой (рис. 50).

В данной задаче в качестве вспомогательной целесообразно применить фронтальную плоскость уровня  $\Sigma \supset f$ , так как окружность  $m$  сечения сферы  $\theta$  этой плоскостью спроектируется на  $\Pi_2$  в окружность.

Алгоритм:

- 1)  $\Sigma \supset f, \Sigma \parallel \Pi_2$ ,
- 2)  $m = \theta \cap \Sigma$ ,
- 3)  $1 = m \cap f \wedge 2 = m \cap f$ .

Выполнив построения на чертеже (см. рис. 50), определим видимость точек пересечения и участков проекций прямой. Точка 1 принадлежит передней нижней части сферы (видимой на  $\Pi_2$  и невидимой на  $\Pi_1$ ), поэтому фронтальная проекция  $1_2$  точки видима, а горизонтальная  $1_1$  невидима. Точка 2 принадлежит передней верхней части сферы (видимой и на  $\Pi_2$ , и на  $\Pi_1$ ), поэтому фронтальная  $2_2$  и горизонтальная  $2_1$  проекции точки 2 на чертеже видимы.

**Задача.** Построить точки пересечения проецирующих прямых  $k$  и  $d$  с поверхностью конуса (рис. 51).

Если заданная прямая проецирующая, то при решении задачи на пересечение ее с поверхностью вспомогательные плоскости, как правило, не проводят. В этом случае построение проекций искомых точек выполняют на основе принципа принадлежности точки поверхности.

На рис. 51 построение проекций точек 1 и 2 пересечения прямой с конусом выполнено при помощи параллели  $m$  конуса, которой принадлежат искомые точки. Проекции точки 3 пересечения прямой  $d$  с поверхностью построены по принадлежности образующей  $l$  конуса.

На рис. 52 показано построение точек пересечения прямой линии с проецирующими поверхностями цилиндра и призмы. Искомые точки пересечения определены без дополнительных построений.

### 3.4. Сечения и разрезы (ГОСТ 2.305-68)

На чертежах различного назначения для выявления внутренней формы предмета выполняются разрезы и сечения.

Сечение — изображение фигуры, получаемой при мысленном рассечении предмета одной или несколькими плоскостями.

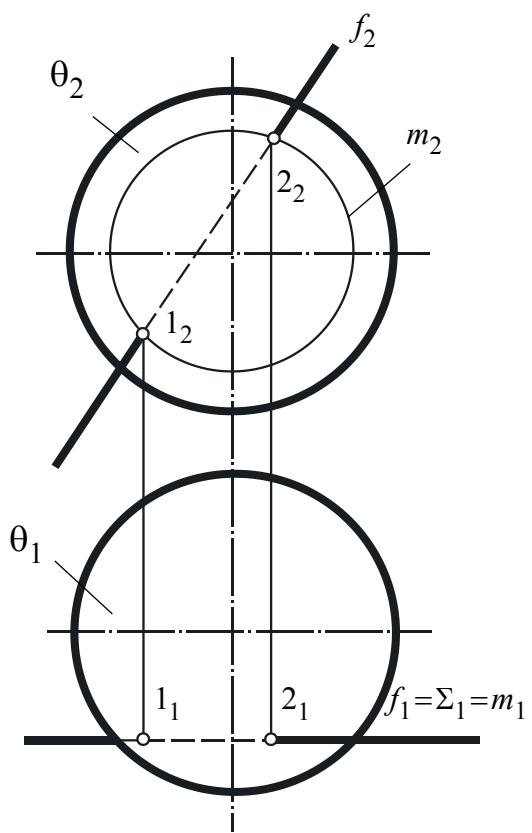


Рис. 50

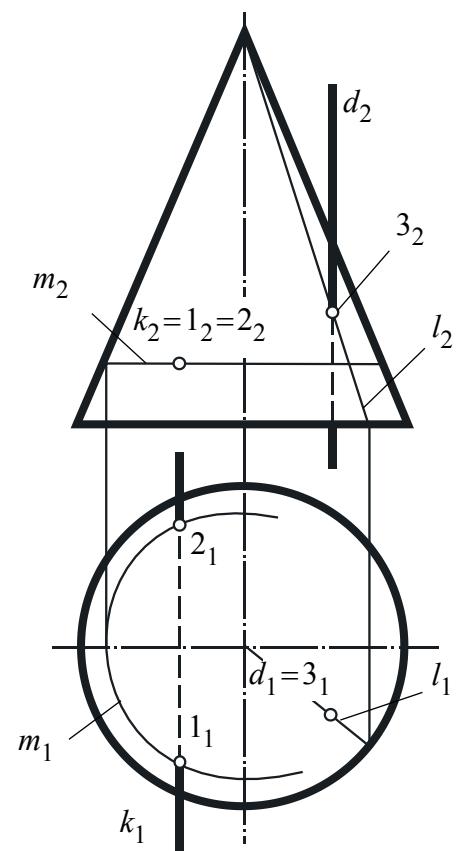


Рис. 51

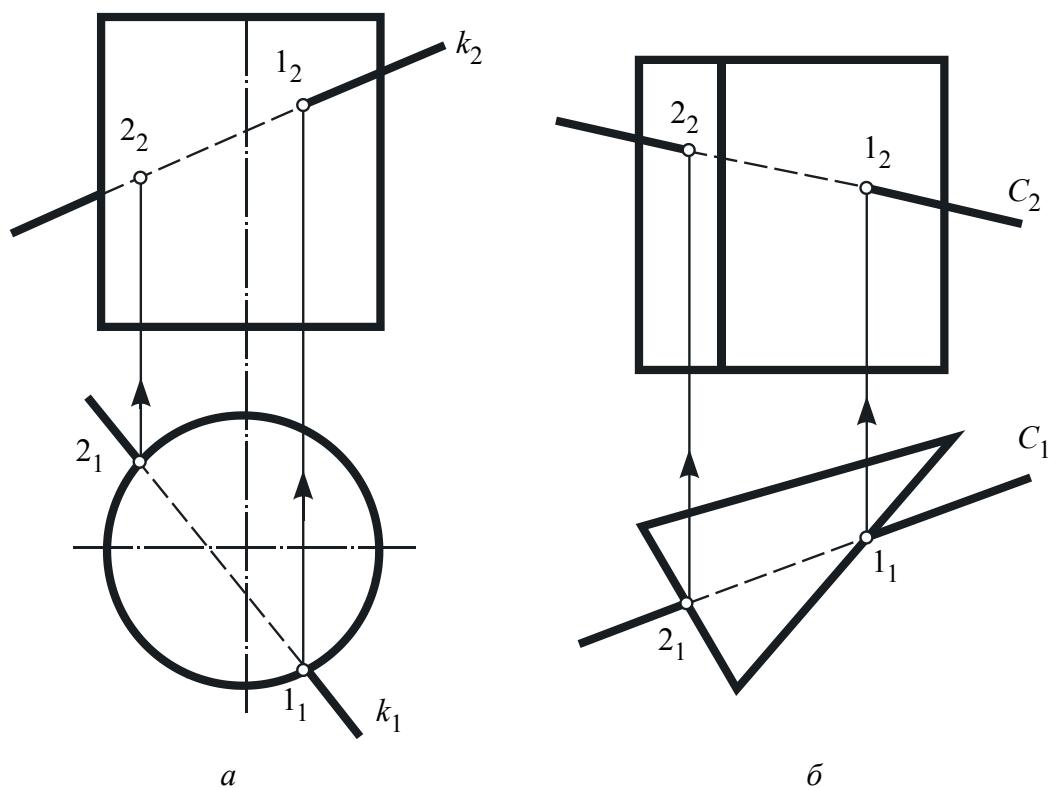


Рис. 52

Сечения разделяются на входящие в состав разреза (рис. 53) и не входящие в состав разреза (рис. 80). Последние, в свою очередь, бывают наложенные и вынесенные. Подробная классификация сечений, их обозначение на чертеже даны в ГОСТ 2.305-68.

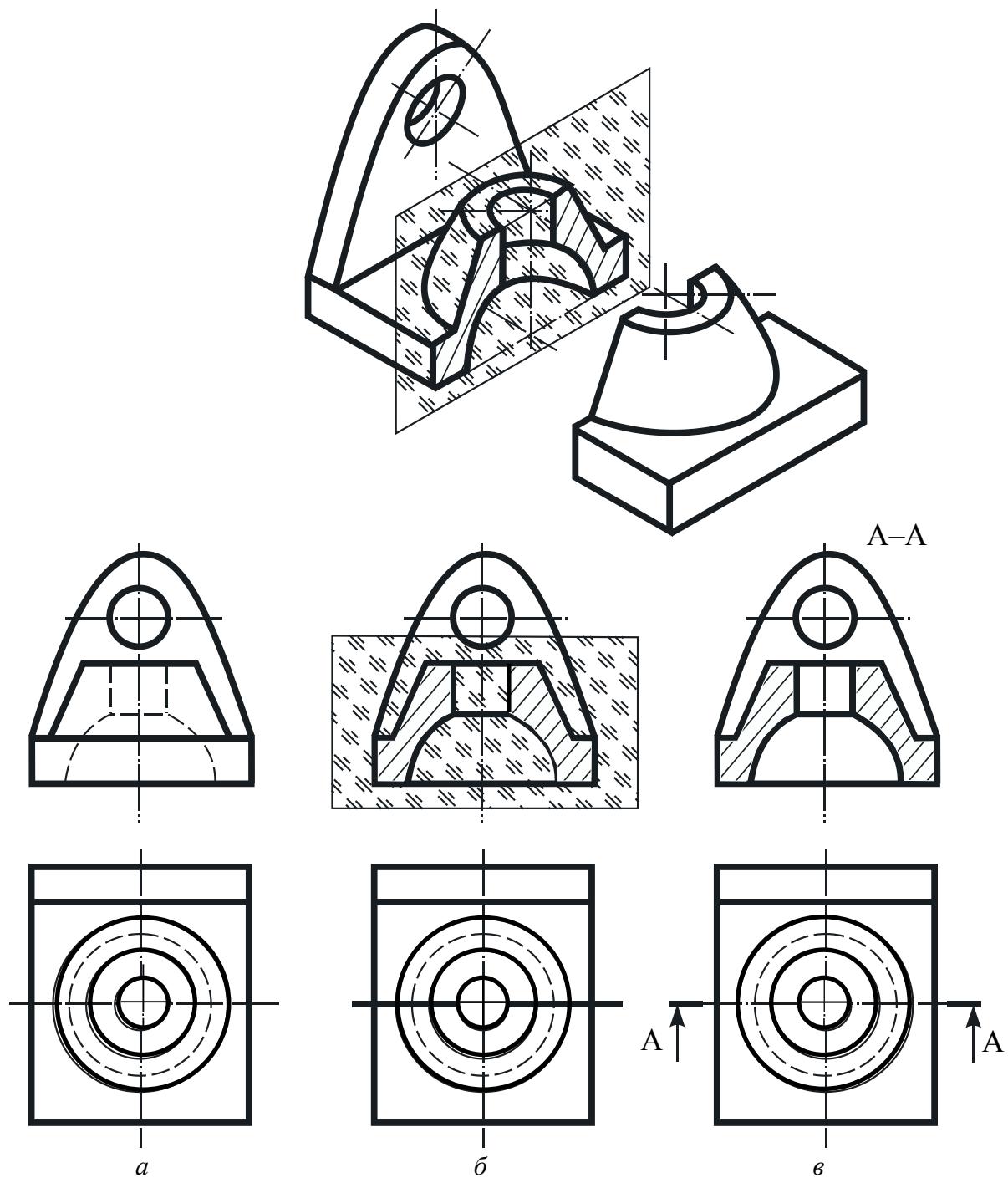


Рис. 53

При выполнении разреза предмет мысленно рассекают плоскостью; часть предмета, расположенную между глазом наблюдателя и секущей плоскостью, мысленно удаляют, а оставшуюся часть проецируют на плоскость, параллельную секущей. Таким образом, разрез есть изображение части предмета, оставшейся после мысленного удаления другой его части, расположенной между наблюдателем и секущей плоскостью.

Разрез является составным изображением, включающим в себя:

- а) сечение (изображение плоской фигуры, получаемой при рассечении предмета секущей плоскостью);
- б) вид (изображение части предмета, расположенной за секущей плоскостью).

Классификация и обозначение разрезов на чертеже даны в ГОСТ 2.305-68.

**Задача.** Дан предмет (рис. 53, а), состоящий из призматического основания, конической бобышки со сквозным цилиндрическим отверстием, переходящим в полусферу, и ушка с цилиндрическим отверстием. Выполнить фронтальный разрез.

Секущая фронтальная плоскость проходит через ось поверхностей вращения, образующих бобышку (рис. 53, б). Мысленно «отбросим» ту часть предмета, которая расположена перед секущей плоскостью.

Фигура сечения состоит из двух симметрично расположенных относительно оси плоских фигур. Каждая из фигур ограничена дугой окружности, получаемой, в результате пересечения секущей плоскости с внутренней полусферой, и ломаной из шести звеньев. Звенья ломаной — это отрезки прямых линий, по которым секущая плоскость пересекает призматическое основание, усеченный конус бобышки и цилиндрическое отверстие в ней.

Изображение части предмета, расположенной за секущей плоскостью, включает в себя изображение оставшихся частей внутренней полусферы и цилиндрической поверхности, а также оставшихся частей нижней и верхней граней призматического основания, верхнего основания усеченного конуса бобышки и ушка.

Вычерчиваем фронтальную проекцию фигуры сечения и вида за нею, выполняем штриховку по ГОСТ 2.306-68 — получаем фронтальный разрез (рис. 53, в).

## § 4. Построение линии пересечения поверхностей

В инженерной практике довольно часто приходится выполнять чертежи различных изделий, формообразующие поверхности которых (многогранные и кривые) взаимно пересекаются.

Чтобы построить проекции линий их пересечения, необходимо уметь анализировать возможные случаи пересечения поверхностей и знать способы построения этих линий.

Общая линия двух поверхностей называется линией их пересечения (рис. 54). В зависимости от вида и взаимного положения поверхностей эта линия может быть плоской или пространственной ломаной, плоской или пространственной кривой.

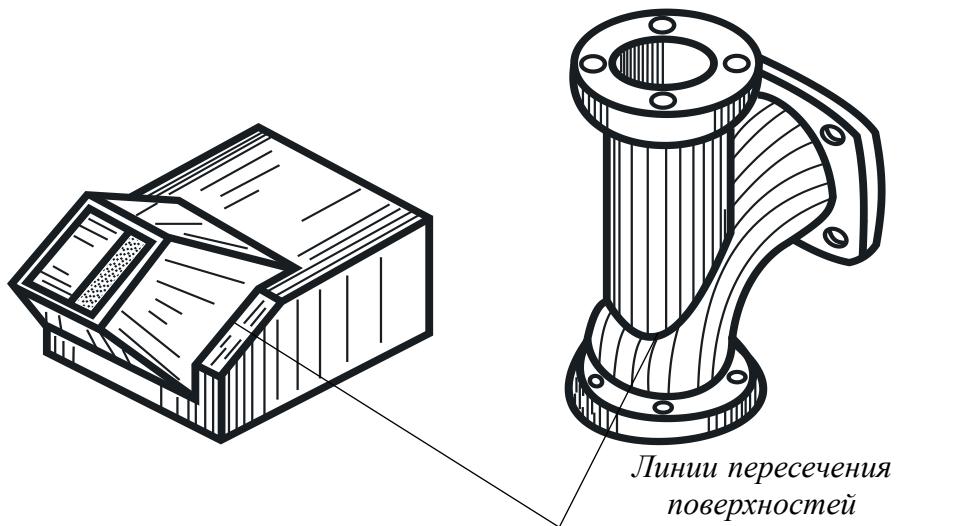


Рис. 54

Пересечение может быть полным (проницание) и частичным (врезание). При полном пересечении (проницании) все образующие (или ребра) одной поверхности пересекаются со второй поверхностью. В этом случае линия пересечения распадается на две замкнутые самостоятельные кривые или ломаные (рис. 57, 58, 62, 63). При частичном пересечении часть образующих (или ребер) одной поверхности пересекается частью образующих (или ребер) другой. В этом случае линия взаимного пересечения представляет собой замкнутую пространственную кривую или ломаную линию (рис. 56, 61, 64). Линию пересечения на чертеже строят по отдельным точкам — опорным и промежуточным, одновременно принадлежащим данным поверхностям.

Для нахождения точек линии пересечения применяют принцип принадлежности или используют вспомогательные поверхности: плоскости или сферы. При решении многих задач эти способы применяют совместно.

#### 4.1. Способ вспомогательных плоскостей

Суть способа вспомогательных плоскостей состоит в следующем (рис. 55):

- 1) проводят вспомогательную плоскость  $\Sigma$ , пересекающую заданные поверхности  $\Phi$  и  $\Psi$ ;
- 2) определяют линии  $m$  и  $n$  пересечения вспомогательной плоскости  $\Sigma$  с каждой из заданных поверхностей;
- 3) отмечают точки 1 и 2 пересечения построенных линий  $m$  и  $n$ , которые являются искомыми, так как одновременно принадлежат заданным поверхностям.

В символическом виде суть способа может быть выражена так:

- 1)  $\Sigma \cap \Phi \wedge \Sigma \cap \Psi$ ,
- 2)  $m = \Sigma \cap \Phi, n = \Sigma \cap \Psi$ ,
- 3)  $1 = m \cap n, 2 = m \cap n$ .

Многократное применение указанного способа позволяет определить достаточное количество точек (опорных и промежуточных), принадлежащих линии пересечения заданных поверхностей.

При решении задач на построение линии пересечения поверхностей вспомогательные секущие плоскости следует выбирать так, чтобы они пересекали каждую заданную поверхность по линиям, проекции которых были бы прямыми или окружностями.

Если одна из заданных поверхностей является проецирующей относительно какой-либо плоскости проекций, то соответствующая проекция линии пересечения совпадает с проекцией этой поверхности. В этом случае другие проекции линии пересечения могут быть определены на основе принципа принадлежности.

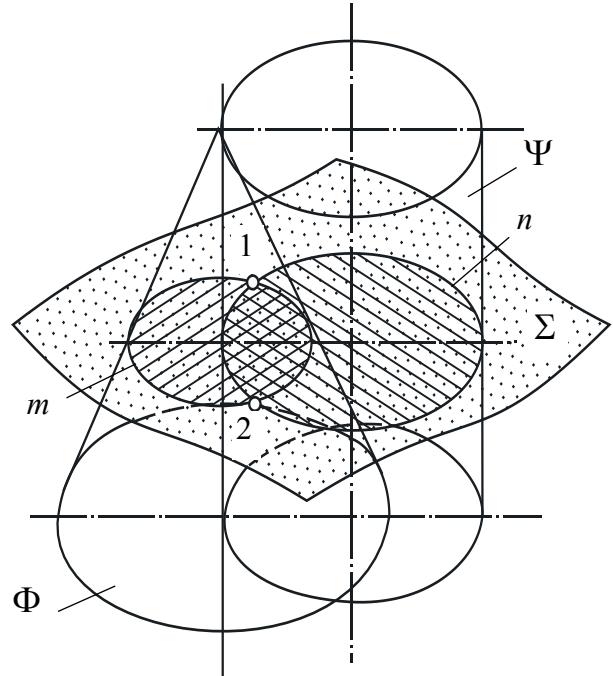


Рис. 55

Независимо от того, как находятся искомые точки линии пересечения (по условиям принадлежности или с помощью вспомогательных поверхностей), общий порядок решения задач на пересечение поверхностей рекомендуется следующим:

- 1) выясняют вид и расположение заданных поверхностей относительно друг друга и плоскостей проекций;
- 2) определяют характер линий пересечения (кривая или ломаная линия, пространственная или плоская и т. п.);
- 3) определяют опорные точки (точки на ребрах, экстремальные и очерковые точки);
- 4) определяют промежуточные точки;
- 5) определяют видимость проекций линий пересечения и очерков поверхностей.

#### 4.2. Построение линии пересечения многогранной и кривой поверхностей

Линия пересечения многогранной и кривой поверхностей является совокупностью нескольких плоских кривых, каждая из которых — результат пересечения кривой поверхности с одной из граней многогранника. Эти плоские кривые попарно пересекаются в точках пересечения ребер многогранника с кривой поверхностью. В случае проницания эта совокупность плоских кривых распадается на две или более части. Отдельные участки линии, получаемые при пересечении, представляют собой кривые: эллипс, гиперболу, параболу, окружность и др. Опорные точки — это точки пересечения ребер многогранника с кривой поверхностью, экстремальные и точки смены видимости.

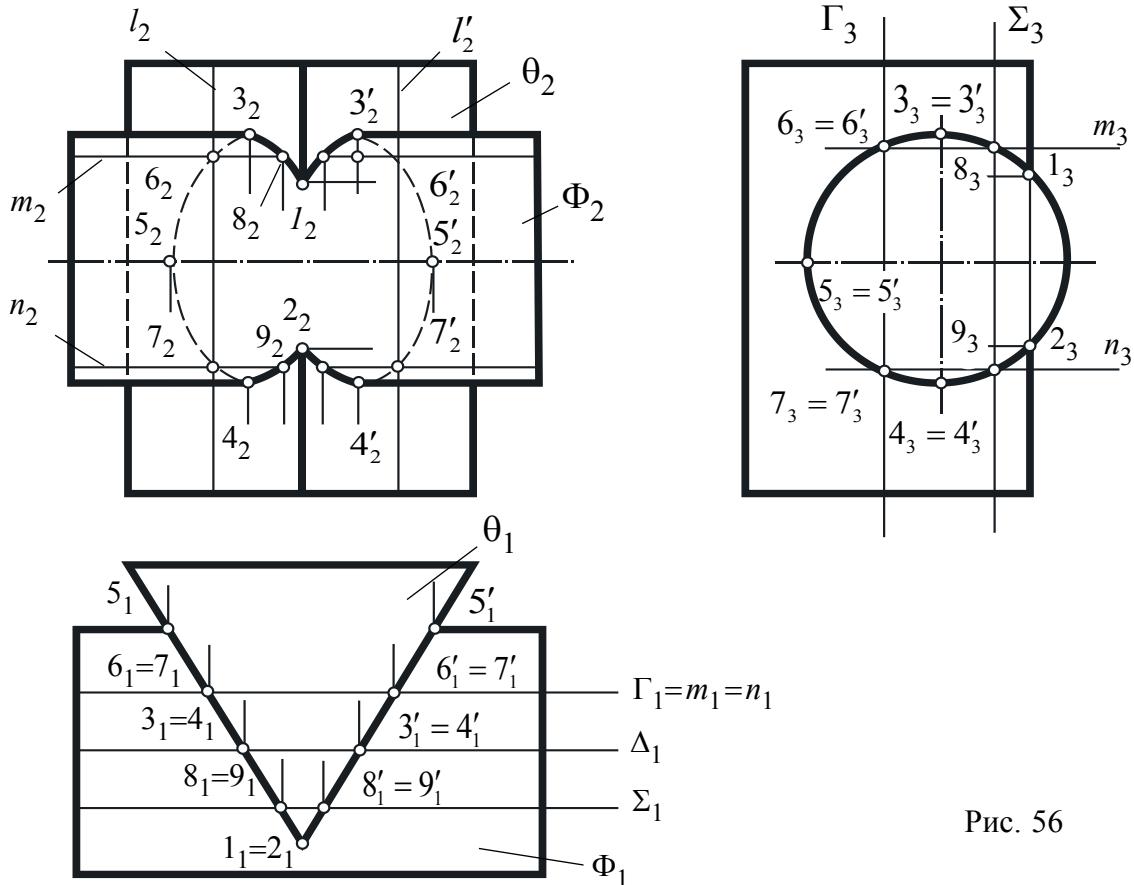
**Задача.** Построить линию пересечения прямой треугольной призмы с цилиндром (рис. 56).

Решение задачи нужно выполнять в рекомендованном порядке (см. п. 4.1).

1. Боковые грани призмы являются горизонтально-проецирующими плоскостями, а ось цилиндра перпендикулярна плоскости  $\Pi_3$ , т. е. цилиндрическая поверхность профильно-проецирующая.

2. По горизонтальной проекции видно, что поверхность цилиндра пересекается с двумя боковыми гранями призмы, которые наклонены к оси, поэтому линии пересечения представляют собой части эллипсов. Пересечение поверхностей частичное (врезка).

На горизонтальную плоскость проекций линия пересечения проецируется в виде двух отрезков, совпадающих с проекцией боковых граней призмы, а на профильную — в виде дуги окружности, совпадающей с проекцией боковой поверхности цилиндра. Поэтому горизонтальную и профильную проекции линии пересечения строить не надо: они на чертеже уже имеются. Фронтальная проекция линии пересечения представляет собой части эллипсов, которые строятся по точкам (опорным и промежуточным).



4. Для более точного построения линии пересечения на чертеже необходимо найти промежуточные точки. Алгоритм для нахождения точек 6 и 7, 6' и 7' составляется на основании общей схемы (см. п. 4.1):

- 1)  $\Gamma \parallel \Pi_2$ ,
- 2)  $\Gamma \cap \Phi = m \wedge n; \Gamma \cap \theta = l \wedge l'$ ;
- 3)  $6 = m \cap l \wedge 7 = n \cap l$ ;
- $6' = m \cap l' \wedge 7' = n \cap l'$

После составления алгоритма выполняют построения на чертеже (рис. 56).

5. Фронтальные проекции найденных опорных и промежуточных точек соединяют двумя плавными кривыми с учетом видимости. Видимыми на  $\Pi_2$  являются участки  $3_2 - 1_2 - 3'_2$  и  $4_2 - 2_2 - 4'_2$ , так как они принадлежат одновременно передней части поверхности цилиндра и боковым граням призмы, видимым на  $\Pi_2$ .

На рис. 57 и 58 построены изображения цилиндра и конуса со сквозными призматическими отверстиями; на рис. 59 — изображение шара с призматическим вырезом.

### 4.3. Построение линии пересечения двух многогранных поверхностей

Две многогранные поверхности пересекаются по замкнутой пространственной ломаной линии (случай врезания), которая может распадаться на две замкнутые ломаные (случай проницания). Во всех случаях вершинами ломаной будут точки пересечения ребер первого многогранника с гранями второго и ребер второго многогранника с гранями первого, а сторонами — отрезки прямых, по которым пересекаются грани обоих многогранников (рис. 60).

Таким образом, задача сводится к многократному построению точки пересечения прямой (ребра) с плоскостью (гранью). После определения вершин ломаной, которые являются опорными точками, с учетом видимости соединяют отрезками прямых те пары вершин, которые принадлежат одной и той же грани первого многогранника и одновременно одной и той же грани второго.

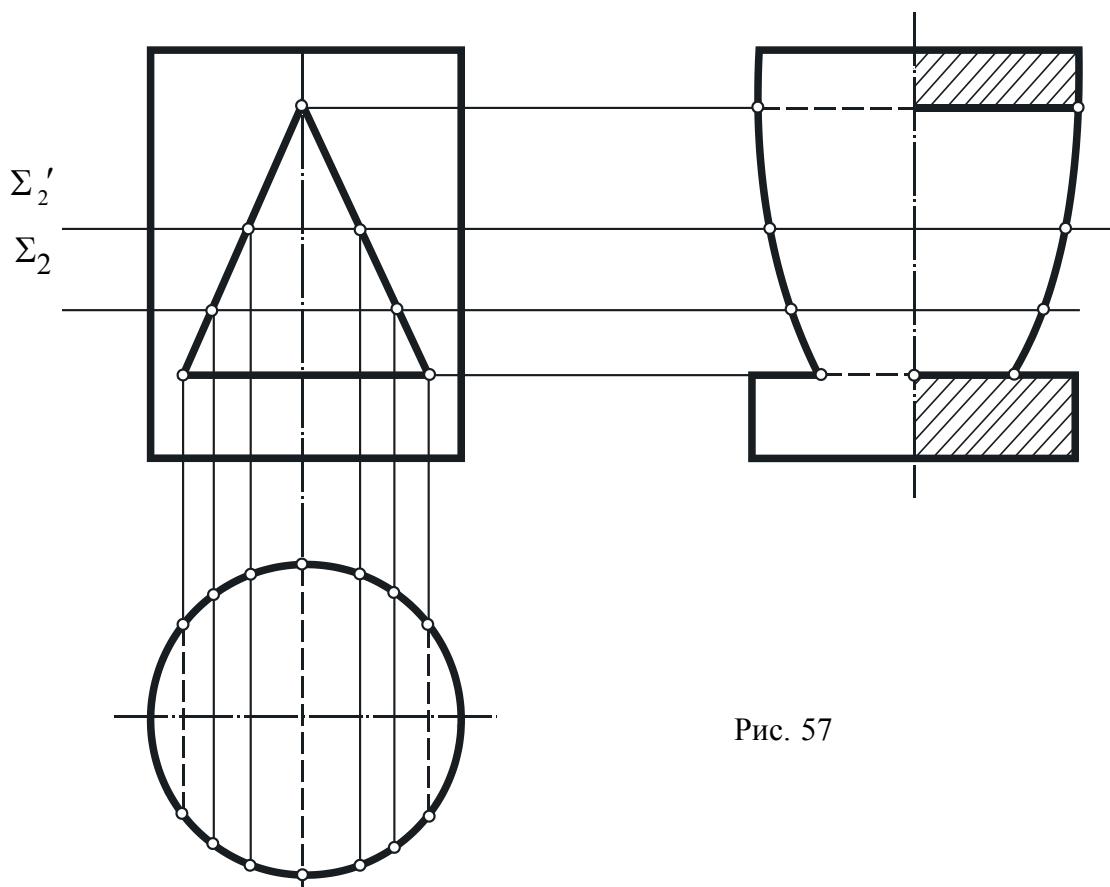


Рис. 57

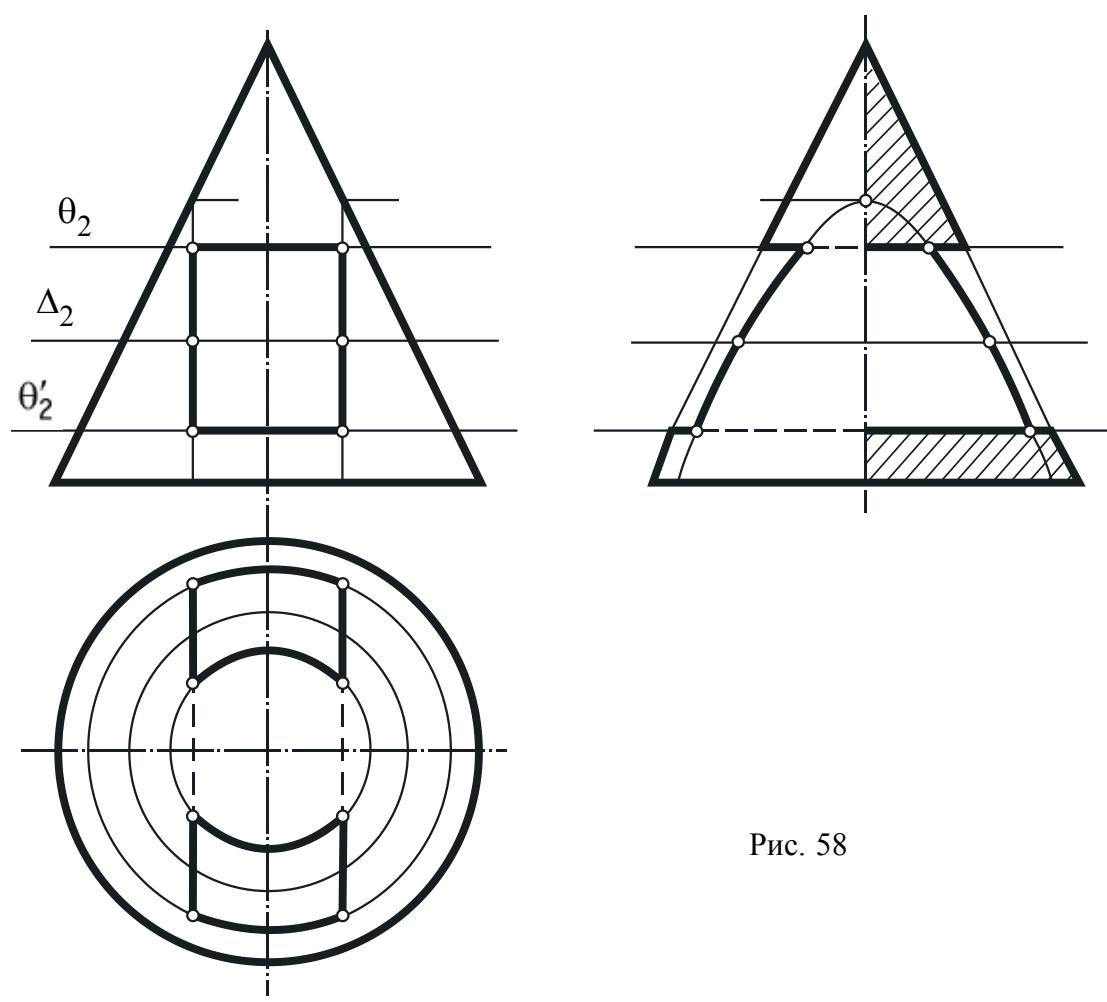


Рис. 58

**Задача.** Построить линию пересечения двух прямых призм (рис. 61).

Линия пересечения призм представляет собой пространственную ломаную, так как вид пересечения — врезание. Поверхность вертикальной призмы является горизонтально-проецирующей, а поверхность горизонтально расположенной призмы — профильно-проецирующей. Поэтому горизонтальная и профильная проекции линии пересечения совпадают с соответствующими проекциями вертикальной и горизонтальной призм в зонах наложения их проекций.

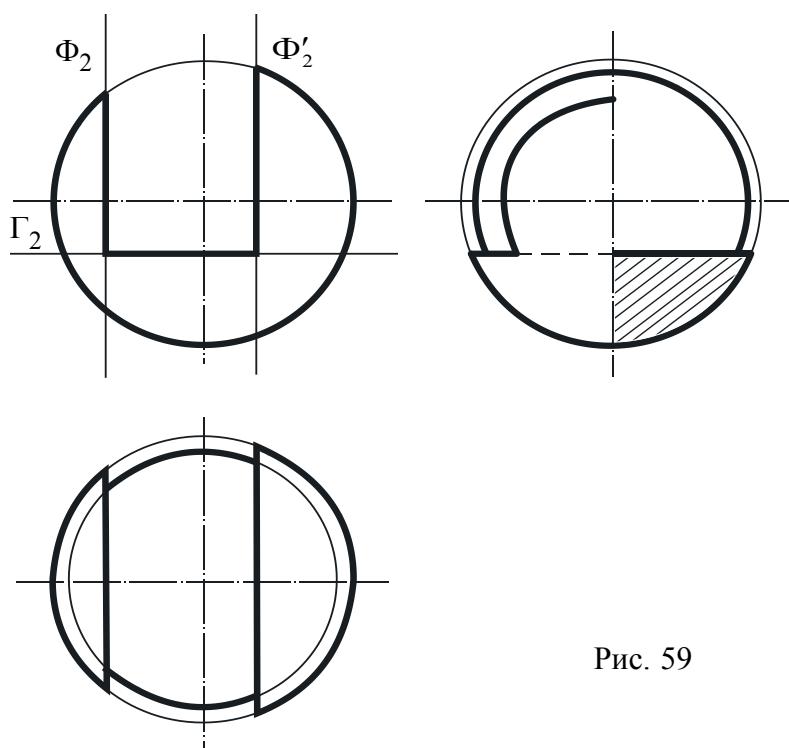


Рис. 59

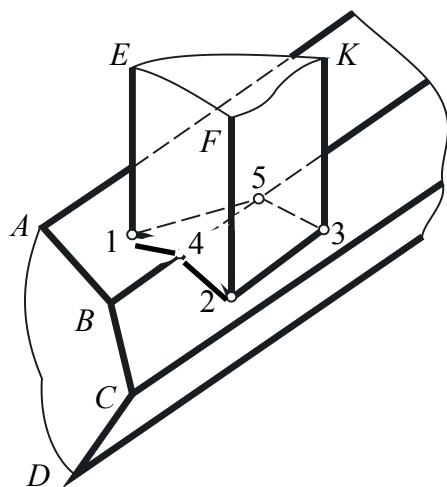


Рис. 60

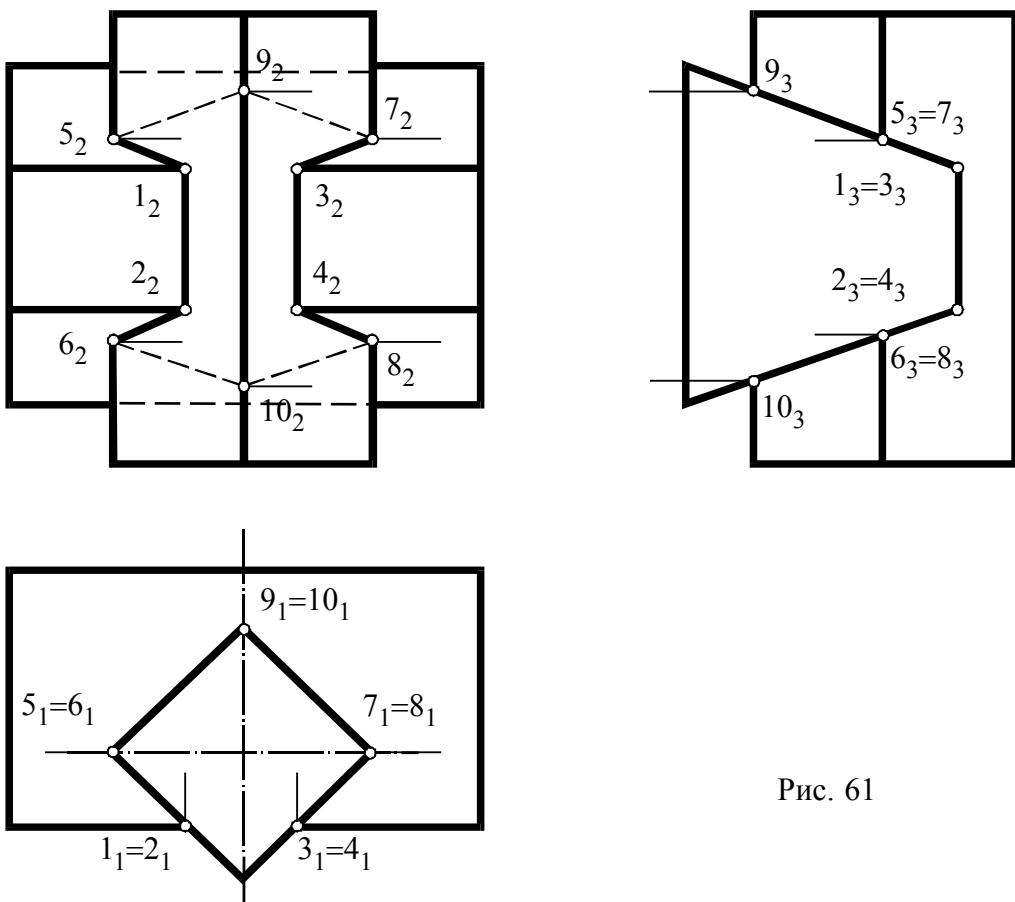


Рис. 61

Опорные точки — точки пересечения ребер вертикальной призмы с гранями горизонтальной ( $5, 6, 7, 8, 9, 10$ ) и точки пересечения ребер горизонтальной призмы с гранями вертикальной ( $1, 2, 3, 4$ ). Отмечаем их горизонтальные и профильные проекции, а фронтальные проекции строим по условию принадлежности точек соответствующим ребрам обеих призм.

В установленном ранее порядке соединяем найденные точки отрезками прямых линий. Видимы относительно фронтальной плоскости проекций звенья  $5-1-2-6$  и  $7-3-4-8$ , так как они являются результатом пересечения видимых относительно  $\Pi_2$  граней заданных призм.

На рис. 62 представлено изображение треугольной пирамиды с призматическим сквозным отверстием. Вид пересечения — проникание, при котором линия пересечения распадается на плоскую замкнутую ломаную ( $2-6-10-5-2$ ) и пространственную ( $1-7-8-9-4-3-1$ ). При решении задачи применен способ вспомогательных секущих плоскостей.

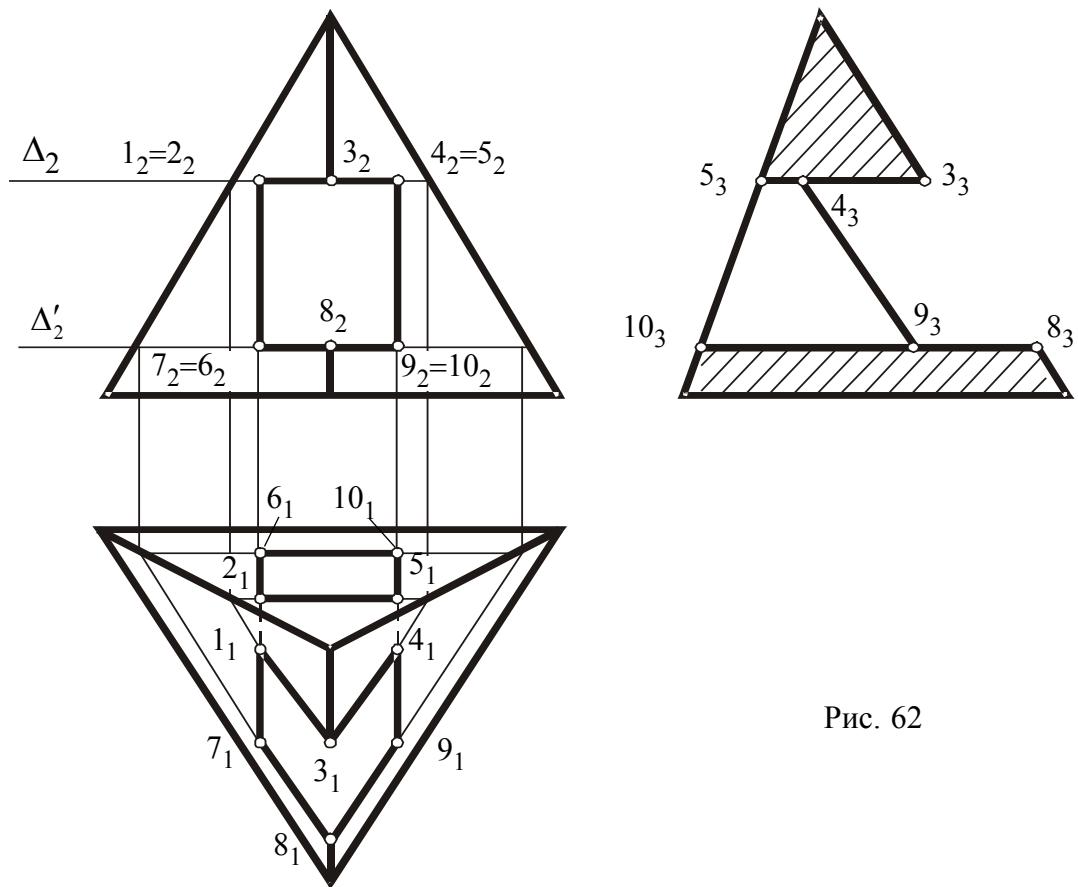


Рис. 62

#### 4.4. Построение линий пересечения кривых поверхностей

##### 4.4.1. Общий случай

Линия пересечения двух кривых поверхностей в случае частичного пересечения (врезания) представляет собой пространственную кривую, которая при полном пересечении (проницании) может распадаться на две или более части. Опорные и промежуточные точки этой линии определяют способом вспомогательных секущих плоскостей, способом сфер или из условия принадлежности точек поверхности.

При выполнении машиностроительных чертежей наиболее часто встречается случай пересечения двух цилиндрических поверхностей, оси которых пересекаются под углом  $90^\circ$ .

**Задача.** Построить линию пересечения двух прямых круговых цилиндров, оси которых перпендикулярны к плоскостям проекций (рис. 63).

Из чертежа (см. рис. 63) видно, что имеет место случай проницания (две симметрично расположенные замкнутые линии пересечения). Поверхности заданных цилиндров занимают проецирующее положение. В этом случае две проекции линии пересечения строить не надо, так как профильная проекция совпадает с проекцией боковой поверхности малого цилиндра, а горизонтальная проекция — с проекцией боковой поверхности большого цилиндра. Таким образом, остается построить фронтальную проекцию линии пересечения.

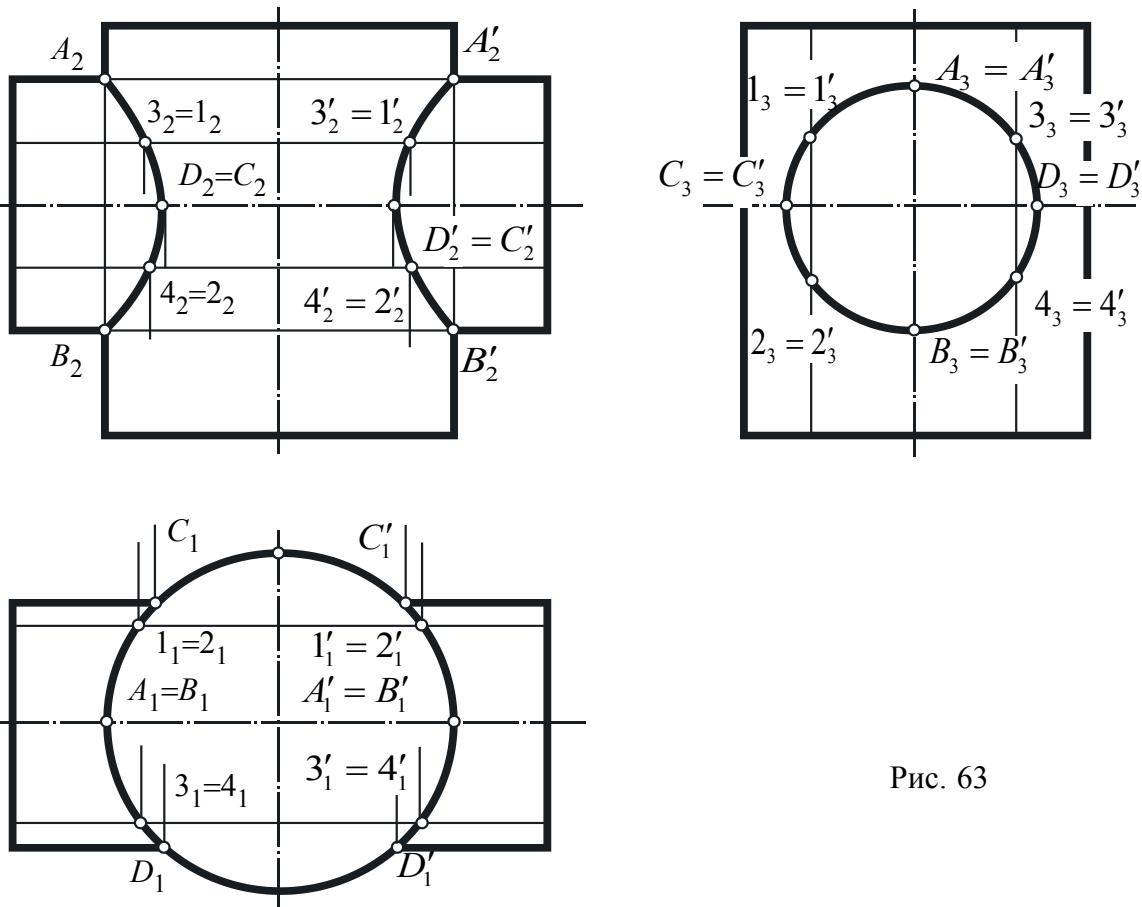


Рис. 63

Опорные точки — высшие  $A, A'$  и низшие  $B, B'$ , крайние левые  $C, C'$  и крайние правые  $D, D'$  — определяем на основании принципа принадлежности этих точек образующим вертикального или горизонтального цилиндров. Фронтальные проекции промежуточных точек  $1_2, 2_2, 3_2, 4_2$  и  $1'_2, 2'_2, 3'_2, 4'_2$  можно построить по принадлежности их соответствующим образующим.

Соединив последовательно фронтальные проекции найденных точек плавной кривой, получим фронтальную проекцию линии пересечения. Проекция видимой части линии, расположенная на передней части цилиндра, совпадает с проекцией невидимой.

**Задача.** Построить линию пересечения конуса и цилиндра (рис. 64).

По заданному расположению поверхностей на комплексном чертеже установили, что имеет место случай врезания. Так как цилиндрическая поверхность фронтально-проецирующая, то фронтальная проекция линии пересечения совпадает с фронтальной проекцией цилиндра.

Для построения горизонтальной проекции линии пересечения используем вспомогательные горизонтальные плоскости уровня  $\Gamma$ . Такие плоскости рассекают конус по окружностям, а цилиндр — по прямолинейным образующим. Точки пересечения этих линий проецируются в точки пересечения проекций этих линий.

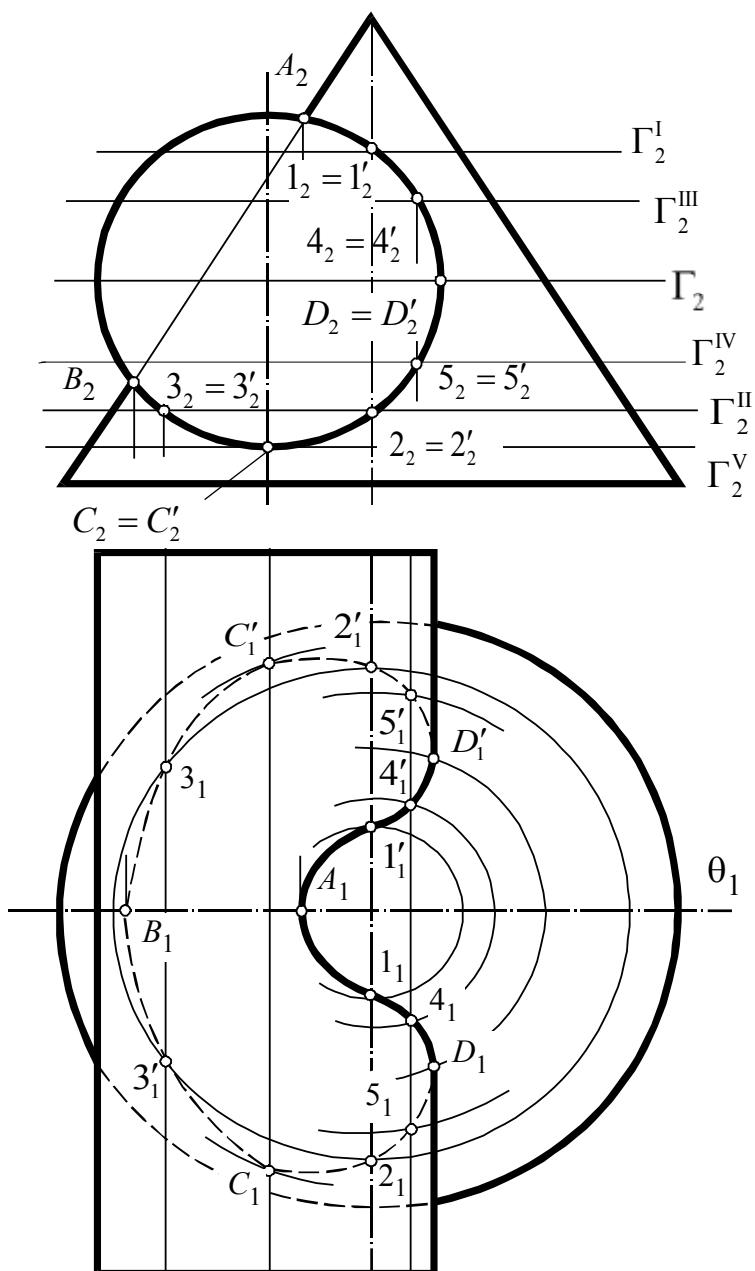


Рис. 64

При решении в первую очередь определяем опорные точки:  $A$  и  $B$  на левой образующей конуса (используем принцип принадлежности точки поверхности),  $C$  и  $C'$  — экстремальные точки (нижние),  $D$  и  $D'$  — точки на правой образующей цилиндра (точки смены видимости относительно горизонтальной плоскости проекций).

Промежуточные точки, принадлежащие линии пересечения, строим, проводя вспомогательные плоскости уровня симметрично по отношению к оси цилиндра.

Соединяя полученные точки плавной кривой, учитывая видимость.

#### 4.4.2. Пересечение соосных поверхностей вращения

Поверхности вращения, имеющие общую ось, называются соосными (рис. 65). Меридианы  $m$  и  $n$  соосных поверхностей вращения, расположенные в одной осевой плоскости  $\Sigma$ , пересекаются в некоторых точках 1 и 2 (рис. 65,  $a$ ). Точки 1 и 2 при вращении меридианов  $m$  и  $n$  описывают окружности, одновременно принадлежащие каждой из образованных поверхностей

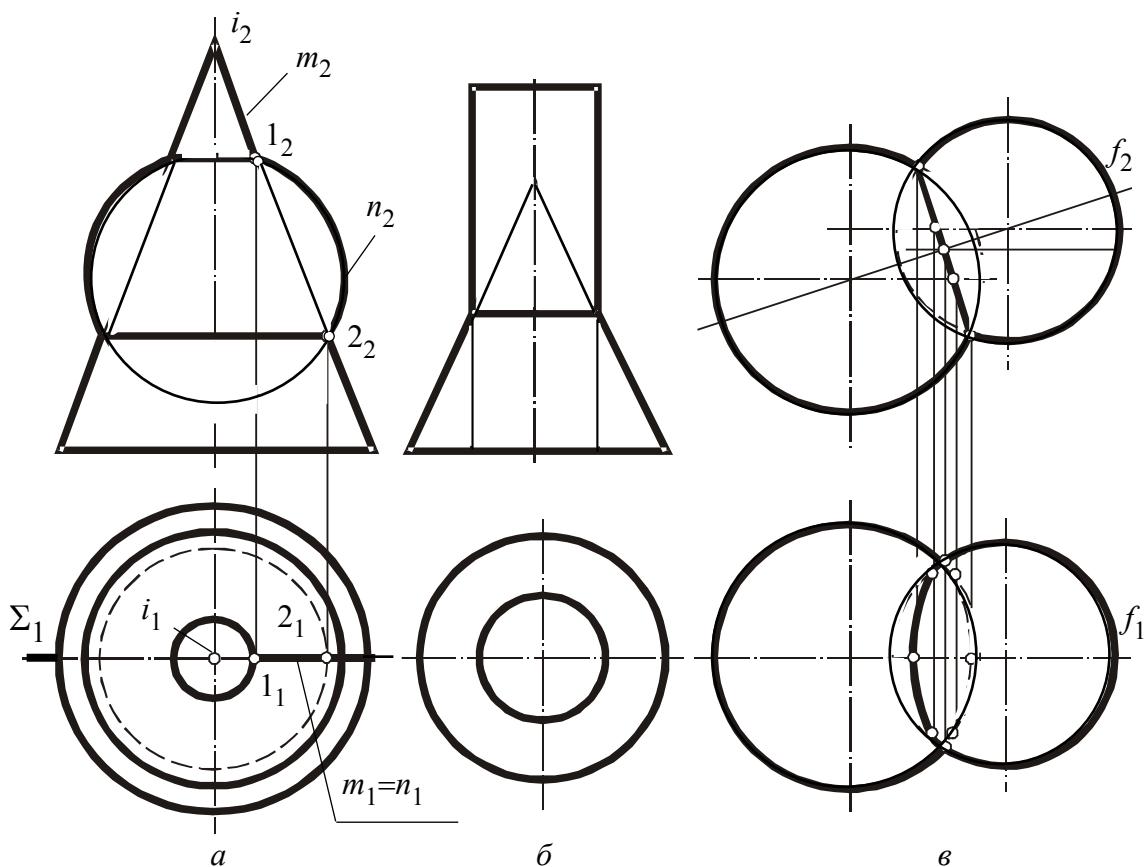


Рис. 65

вращения. Таким образом, соосные поверхности вращения пересекаются по окружностям. Количество окружностей равно числу точек пересечения, описывающих поверхности меридианов, расположенных в одной осевой плоскости и по одну сторону от оси вращения (рис. 65). Например, соосные поверхности вращения, изображенные на рис. 65, *а*, пересекаются по двум окружностям, так как их меридианы *m* и *n* имеют две общие точки: 1 и 2. На рис. 65, *в* показан случай взаимного пересечения соосных сфер, общая ось которых  $f(f_1f_2)$  является фронтально. В этом случае окружность пересечения сфер принадлежит фронтально-проецирующей плоскости и на  $\Pi_1$  спроектируется в эллипс, а на  $\Pi_2$  в прямую линию.

На рис. 66 изображено глухое сверленое отверстие с конической фаской. Поверхности, образующие отверстие, представляют собой соосные поверхности вращения (усеченный конус 1, цилиндр 2, конус 3), которые пересекаются по окружностям. Проекции этих окружностей на фронтальную плоскость представляют собой отрезки прямых линий.

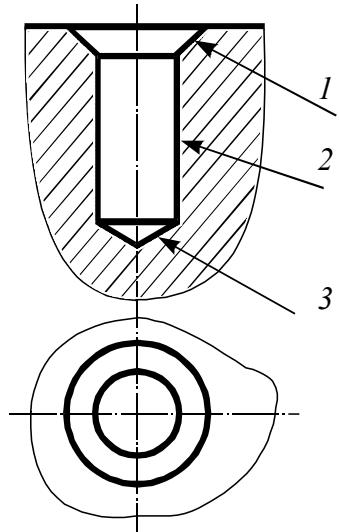


Рис. 66

#### 4.4.3. Способ вспомогательных сфер

Применение вспомогательных сфер при построении линий пересечения кривых поверхностей основано на свойстве соосных поверхностей вращения пересекаться по окружностям. Сфера с центром в точке  $O$  пересечения осей двух поверхностей вращения будет соосна с каждой из этих поверхностей и пересечет их по окружностям *l* и *m* (рис. 67, *б*). Точки 1 и 2 пересечения этих окружностей являются общими для обеих поверхностей, т. е. принадлежат линии их пересечения. Построение этих точек показано на чертеже (рис. 67, *а*). Плоскость симметрии  $\Sigma$  данных поверхностей параллельна фронтальной плоскости проекций, и окружности *l* и *m* спроектируются на  $\Pi_2$  в виде прямолинейных отрезков  $l_2$  и  $m_2$ . Точки  $1_2=2_2$  их пересечения являются фронтальной проекцией точек 1 и 2.

Этот способ построения линии пересечения поверхностей называется способом концентрических сфер. Для его применения необходимо наличие следующих условий в решаемой задаче:

- 1) пересечение поверхностей вращения;
- 2) оси поверхностей — пересекающиеся прямые — параллельные одной из плоскостей проекций, т. е. имеется общая плоскость симметрии;
- 3) невозможность использования способа вспомогательных секущих плоскостей, так как они не дают графически простых линий на поверхностях.

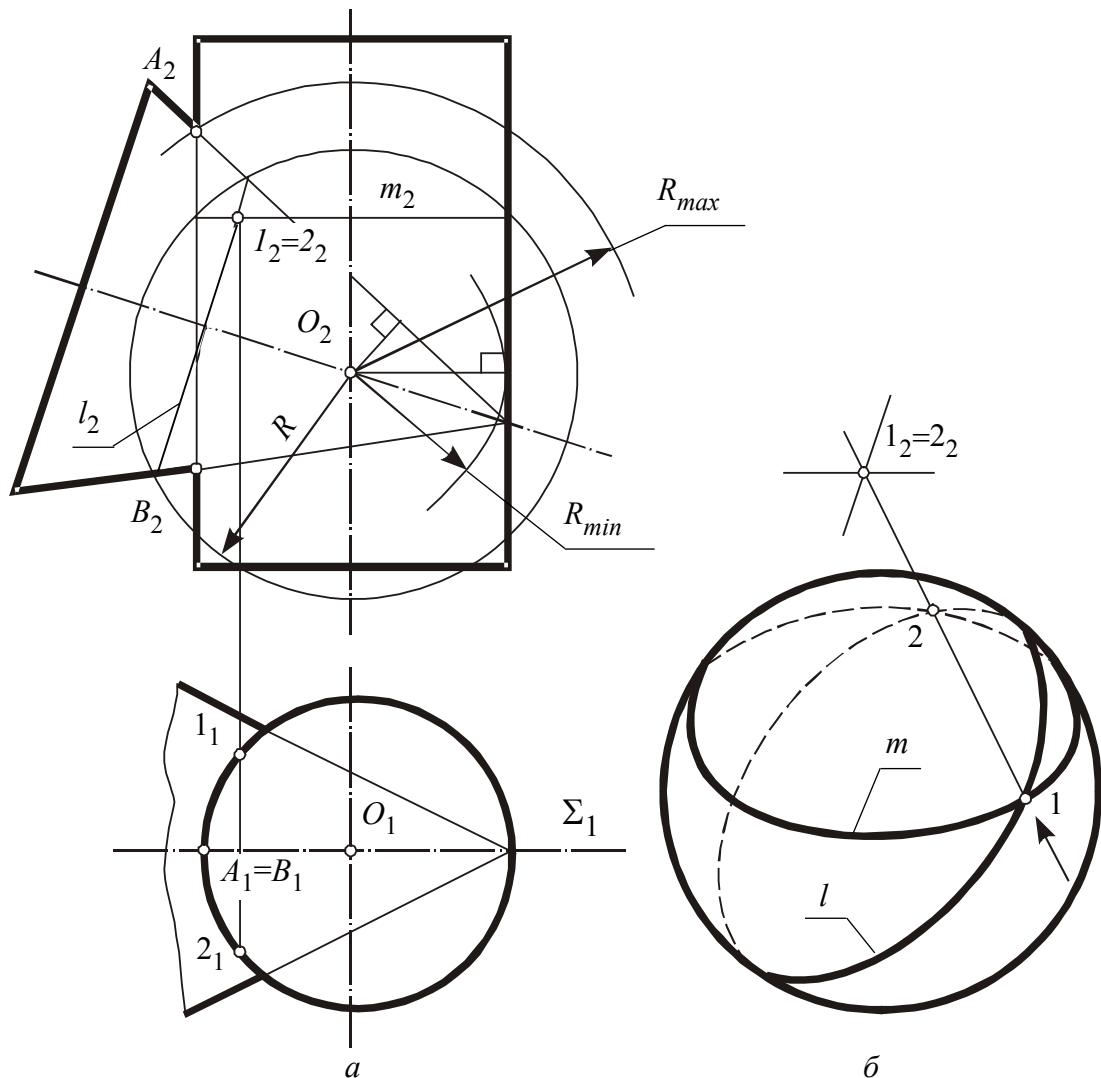


Рис. 67

Для нахождения ряда точек линии пересечения используют сферы с различными радиусами, центр которых — в точке пересечения осей данных

поверхностей. При этом минимальный радиус  $|R_{min}|$  равен радиусу наибольшей из сфер, вписанных в эти поверхности, а максимальный  $|R_{max}|$  — длине отрезка, выражающего расстояние от проекции центра сферы до наиболее удаленной точки пересечения очерковых образующих (рис. 67, а).

Построение линии пересечения поверхностей тора и конуса вращения способом концентрических сфер показано на рис. 68.

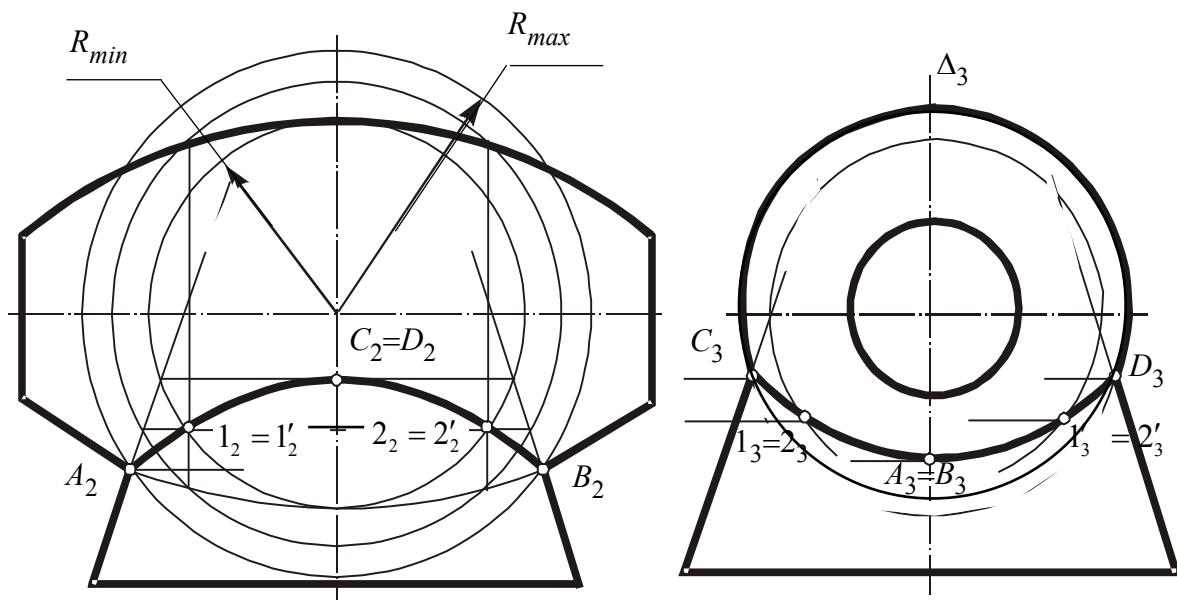


Рис. 68

Очерковые относительно  $\Pi_2$  точки  $A$  и  $B$  (они же низшие) определены с помощью общей плоскости симметрии  $\Delta \parallel \Pi_2$ . Применение вспомогательных плоскостей для построения других точек не дает графически простого решения. Так как оси заданных поверхностей вращения пересекаются и параллельны  $\Pi_2$  (принадлежат общей плоскости симметрии  $\Delta$ ), в качестве вспомогательных поверхностей могут быть выбраны сферы с общим центром в точке пересечения осей заданных поверхностей. Высшие точки  $C$  и  $D$  (они же — самая близкая и самая удаленная относительно  $\Pi_2$ ) определены с помощью сферы минимального радиуса, вписанного в тор. Промежуточные точки 1 и 2 — с помощью сферы с радиусом  $R$ , меньшим  $|R_{max}|$  и большим  $|R_{min}|$ .

Когда оси пересекающихся поверхностей скрещиваются, а не пересекаются, то способ концентрических сфер применить нельзя. Если при этом: 1) каждая из поверхностей имеет круговые сечения; 2) имеется общая плоскость симметрии, параллельная одной из плоскостей проекций, то можно применить способ эксцентрических сфер.

На рис. 69 показаны поверхности тора и конуса, имеющие семейство круговых сечений. Каждое из сечений может быть получено как результат пересечения со сферой. Тор пересекается плоскостями  $\Gamma$ ,  $\Gamma'$ , ..., проходящими через ось вращения  $i$ , по окружностям  $l$ ,  $l'$ , ... Геометрическим местом центров сфер, дающих круговые сечения тора, является перпендикуляр, восстановленный из центра этой окружности к ее плоскости (рис. 69,  $a$ ). Конус вращения пересекается плоскостями  $\Lambda$ ,  $\Lambda'$ , ..., параллельными основанию, по окружностям  $m$ ,  $m'$ , ... Геометрическим местом центров сфер, дающих эти круговые сечения, является ось вращения конуса (рис. 69,  $b$ ).

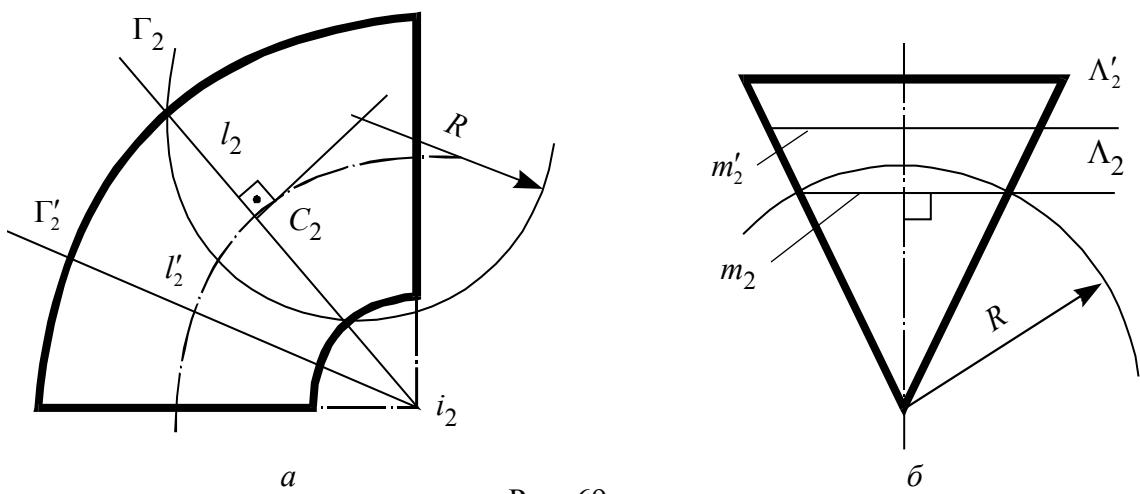


Рис. 69

Для построения линии пересечения поверхностей тора и конуса (рис. 70) можно использовать эксцентрические сферы. Центр каждой сферы, пересекающей одновременно тор и конус по окружностям, находится в точке  $O$  пересечения перпендикуляра, восстановленного из центра  $C$  окружности к плоскости кругового сечения  $l$ , с осью конуса.

Проведем сферу с центром в точке  $O$  такого радиуса  $R$ , чтобы она пересекла тор по уже построенной окружности  $l$ . Эта сфера пересечет конус по окружности  $m$ . Точки 1 и 2 пересечения окружностей  $l$  и  $m$  принадлежат одновременно обеим поверхностям. Аналогично можно найти другие центры  $O'$ ,  $O''$ , ... и построить достаточное количество точек, принадлежащих линии пересечения. Построение экстремальных точек  $K$  и  $L$  линии пересечения очерковых относительно  $\Pi_2$ , а также точек  $M$  и  $N$  видно из чертежа.

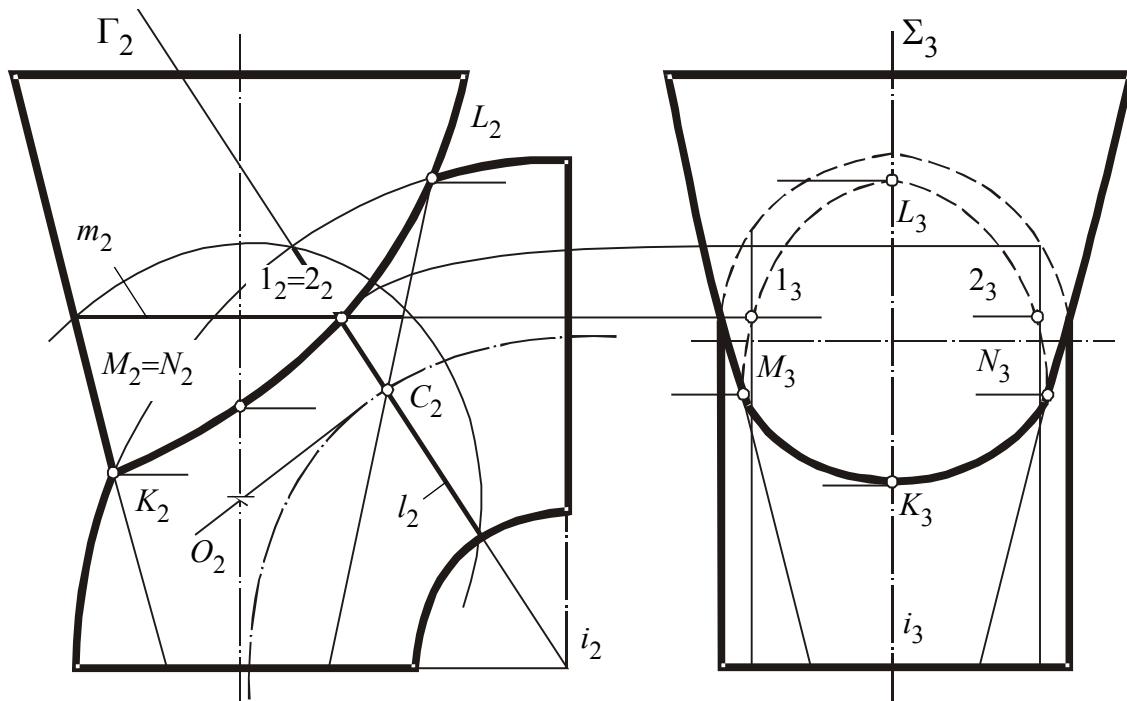


Рис. 70

#### 4.5. Особые случаи пересечения поверхностей второго порядка

Линия пересечения двух поверхностей второго порядка в общем случае представляет собой алгебраическую кривую четвертого порядка. В частных случаях она может распадаться на линии низших порядков, сумма порядков которых равна четырем. Особый интерес представляют случаи ее распадения на пару кривых второго порядка. Существует несколько теорем, определяющих условия такого распадения. Рассмотрим одну из них — теорему Монжа.

Если две поверхности второго порядка описаны около третьей или вписаны в нее, то линия их пересечения распадается на две кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки пересечения линий касания.

На рис. 71 цилиндр и конус описаны около одной и той же сферической поверхности. Согласно теореме Монжа линия их пересечения распадается на две плоские кривые — два эллипса, плоскости которых проходят через прямую  $KL$ , соединяющую точки  $K$  и  $L$  пересечения окружностей касания 1–2 и 3–4, а также через точки  $A, B, C$  и  $D$  — точки пересечения очерковых

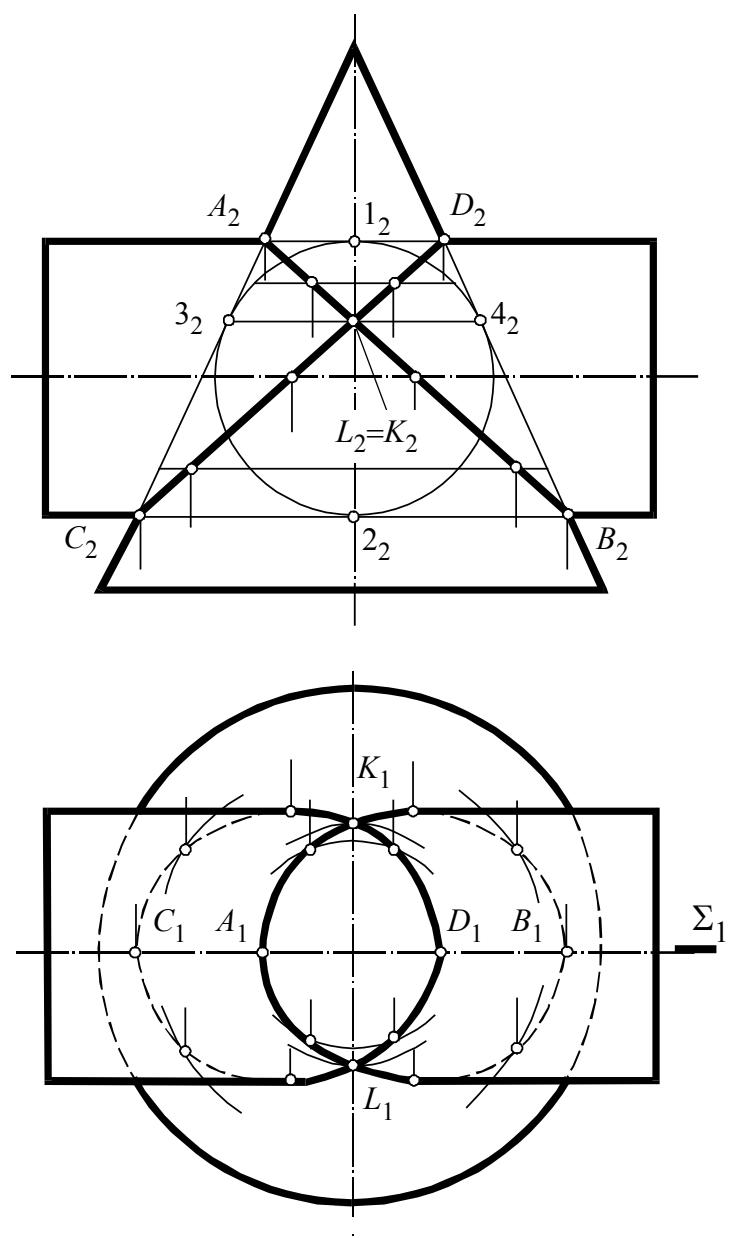


Рис. 71

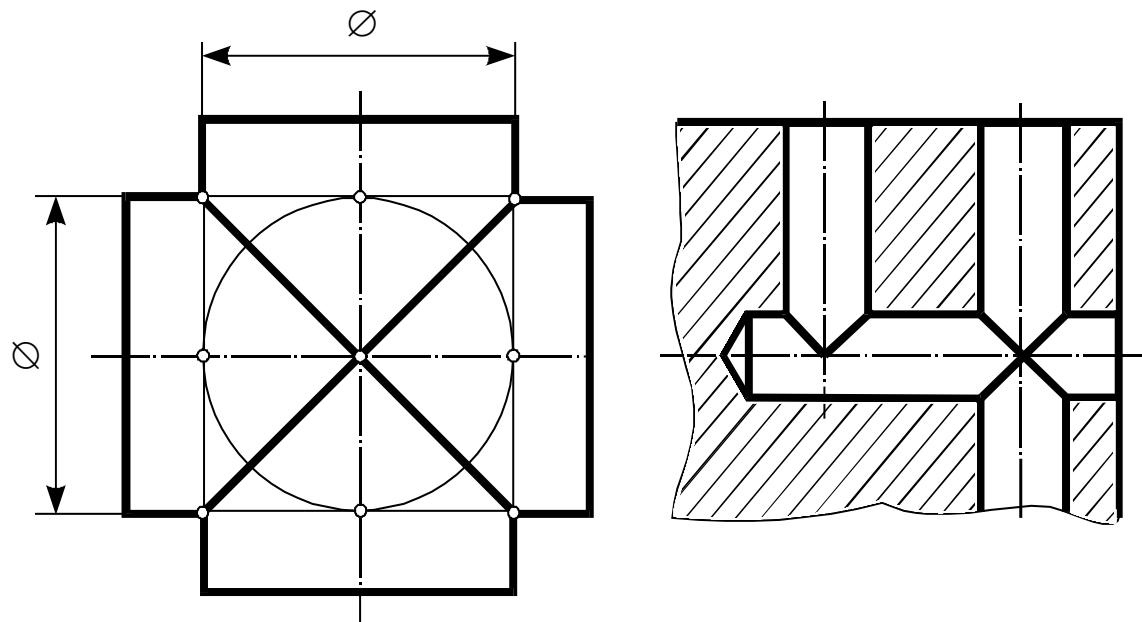


Рис. 72

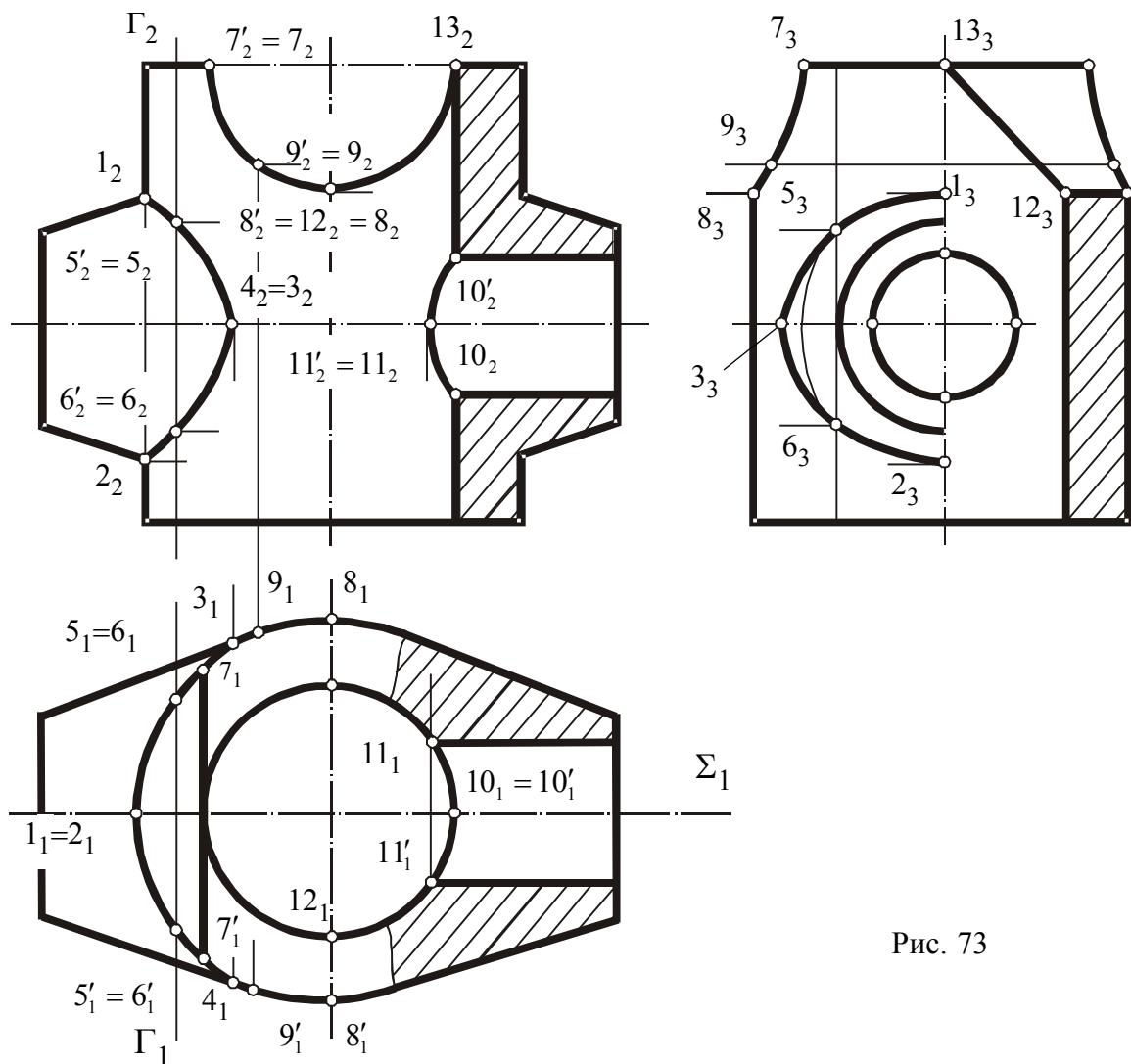


Рис. 73

образующих. На плоскость  $\Pi_2$  эллипсы проецируются в прямые линии, так как прямая  $KL \perp \Pi_2$ , а на плоскость  $\Pi_1$  — в эллипсы, точки которых строят по принципу принадлежности их поверхности конуса.

На рис. 72 показано пересечение цилиндров одинакового диаметра (см. теорему Монжа).

**Задача.** Построить проекции линий пересечения поверхностей, образующих заданный предмет. Выполнить разрезы.

Данный предмет (рис. 73) образуют цилиндр с вертикальной осью и два прилегающих к нему конуса с горизонтальными осями; внутри имеются вертикальное цилиндрическое отверстие и горизонтальный полуцилиндр одинаковых диаметров, а также два сквозных горизонтальных цилиндрических отверстия в прилегающих конусах.

Задача состоит из совокупности четырех простых задач на построение линий пересечения поверхностей.

Выполняем построения линий пересечения:

- 1) вертикального наружного цилиндра с прилегающим конусом, имеющим горизонтальную ось (линия 1–5–3–6–2–6'–4–5'–1);
- 2) горизонтального полуцилиндра с наружной цилиндрической поверхностью (линия 7–9–8);
- 3) горизонтального полуцилиндра с внутренним вертикальным цилиндрическим отверстием одинаковых диаметров (линия 12–13);
- 4) горизонтальных цилиндрических отверстий в конусах с внутренним вертикальным цилиндрическим отверстием (линия 10–11–10'–11').

Каждая из задач решается на основе изложенной теории построения линии пересечения поверхностей в рекомендованном порядке (см. п. 4.1).

## Глава 3

### ЧЕРТЕЖИ ПРЕДМЕТОВ

#### § 1. Эскизирование

В условиях производства и при конструировании новых изделий иногда возникает необходимость в чертежах временного характера — эскизах. Эскиз — чертеж, выполненный без помощи чертежных инструментов (от руки), без соблюдения масштаба, но с сохранением пропорциональности элементов детали и содержащий изображения детали и другие данные, необходимые для ее изготовления и контроля (размеры, допуски, обозначения шероховатости поверхностей, указания о материале и т. д.).

Эскиз модели (детали) должен содержать:

- 1) три изображения — совокупность трех видов с указанными разрезами. (Три изображения независимо от формы модели выполняются в учебных целях). При выполнении эскиза детали количество изображений выбирают в зависимости от ее формы, обеспечивая обратимость чертежа (см. гл. 1, § 1);
- 2) размеры, необходимые для изготовления модели (детали) и контроля;
- 3) основную надпись по форме 1 ГОСТ 2.104-68.

Рекомендуется следующая последовательность выполнения эскизов моделей (деталей).

1. Подготовить лист бумаги формата А3 (ГОСТ 2.301-68), вычертить внутреннюю рамку и в правом нижнем углу — основную надпись.
2. Внимательно осмотрев модель (деталь), проанализировать ее форму путем мысленного расчленения на простейшие геометрические фигуры или их части (см. гл. 1, § 3).
3. Выбрать положение модели (детали) для построения ее главного изображения (см. гл. 1, § 3).
4. Определить соотношение габаритных размеров модели (детали) и тонкими сплошными линиями нанести габаритные прямоугольники, соответствующие изображениям модели (детали), в целях равномерного заполнения поля формата. Провести осевые линии (оси поверхностей вращения, оси симметрии изображений).
5. Построить три вида модели в тонких линиях, соблюдая проекционную связь. Штриховыми линиями показать внутренний контур модели (если имеется достаточный навык выполнения чертежей, то штриховые линии можно не чертить).

6. Выполнить заданные разрезы тонкими линиями.

7. Нанести штриховку разрезов согласно ГОСТ 2.306-68.

8. Нанести выносные и размерные линии, стрелки, проставить знаки диаметров, радиусов, уклонов и конусности (ГОСТ 2.307-68).

При выполнении заданий по инженерной графике используется упрощенный геометрический принцип задания размеров на чертеже:

а) задают размеры, определяющие каждую из простейших геометрических форм, образующих деталь — размеры формы;

б) задают размеры положения — это размеры, характеризующие относительное положение геометрических форм, образующих деталь.

Расстояния между крайними точками детали по длине, высоте и ширине называют габаритными размерами. Габаритные размеры являются суммой размеров формы или совпадают с ними.

9. Обозначить разрезы, если это необходимо (ГОСТ 2.305-68).

10. Проверить правильность выполненных изображений, убрать лишние линии.

11. Обмерить деталь и записать размерные числа.

12. Обвести эскиз линиями требуемой толщины по ГОСТ 2.303-68.

13. Заполнить основную надпись.

14. Вторично проверить правильность выполненного эскиза.

Задача. Выполнить эскиз детали, представленной на рис. 74.

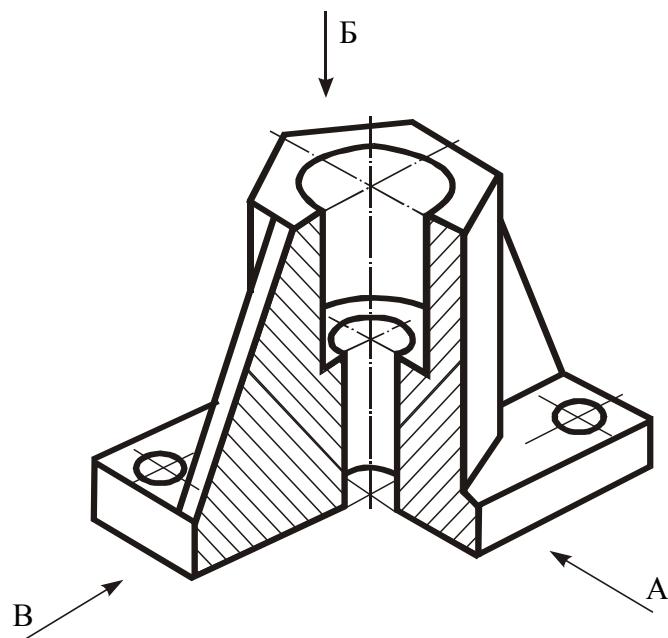
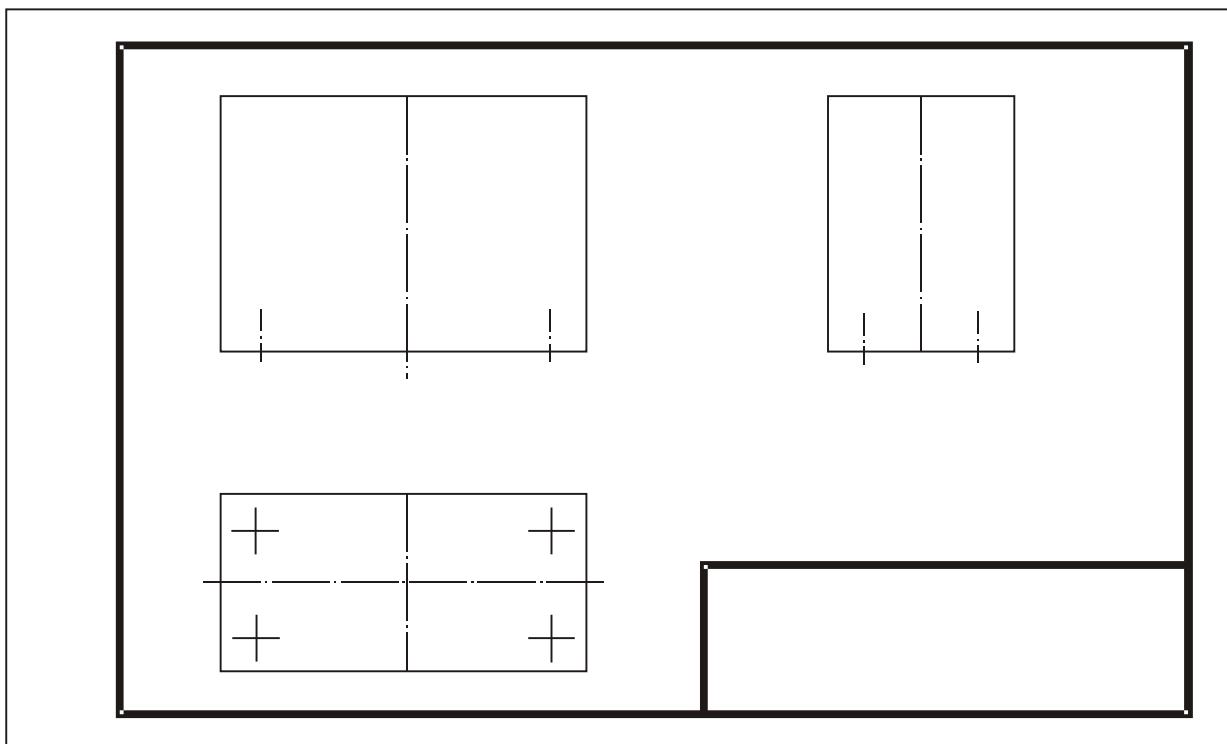
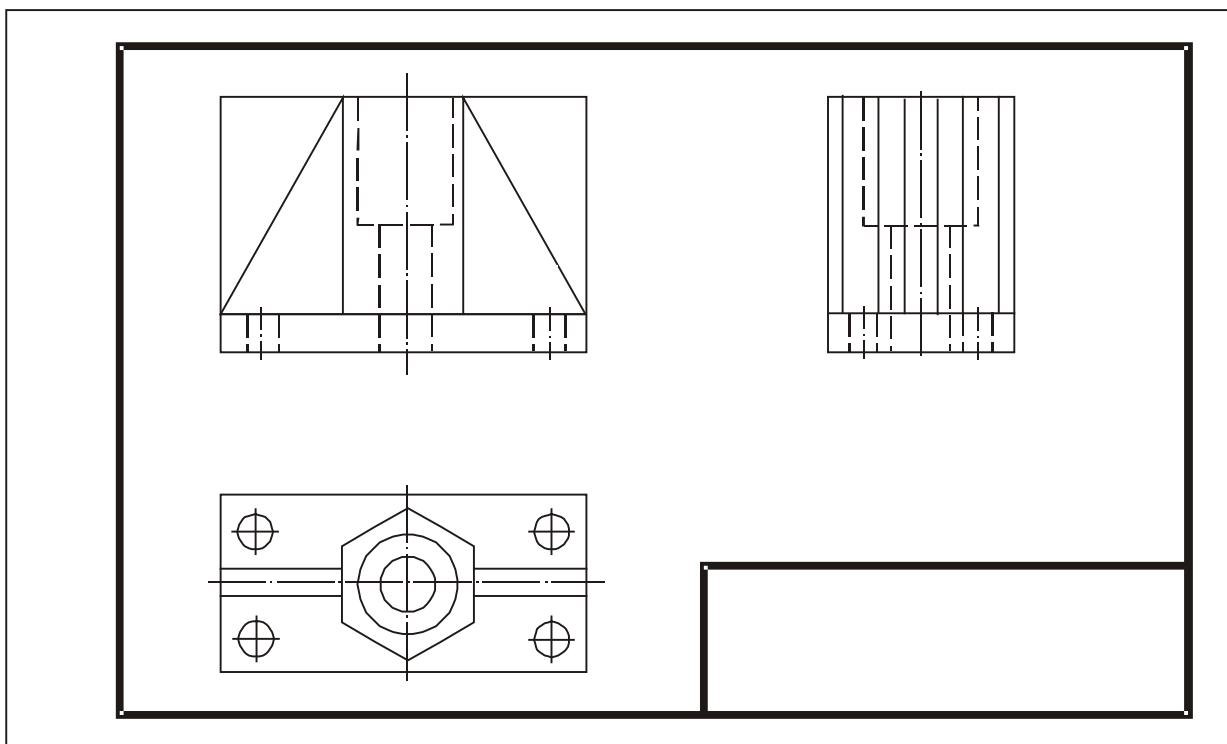


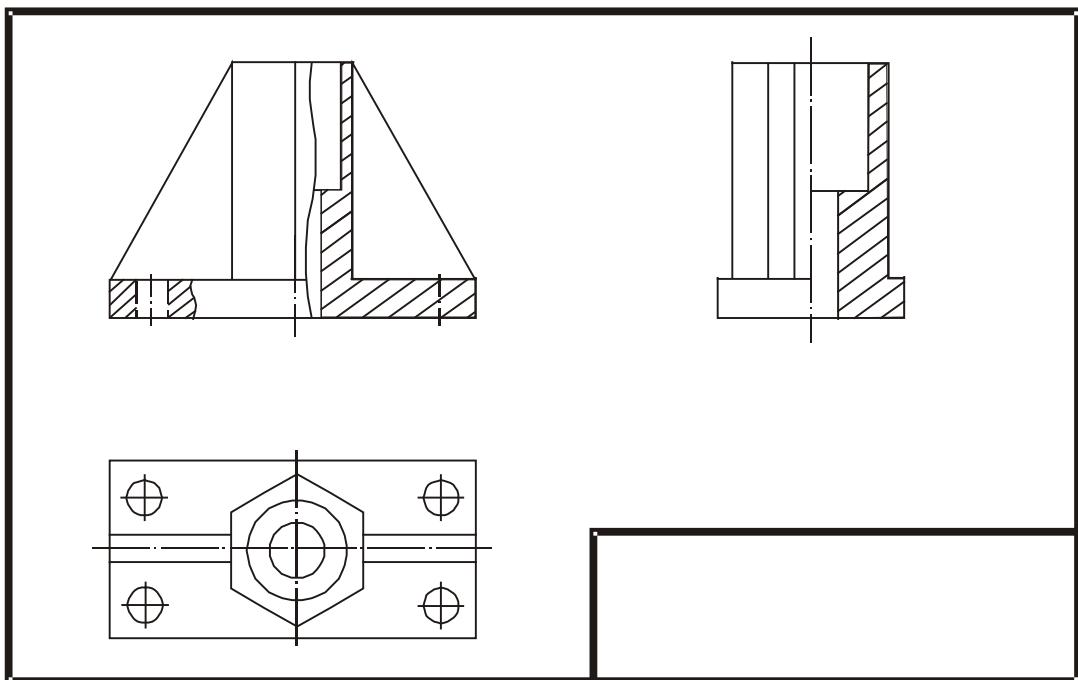
Рис. 74



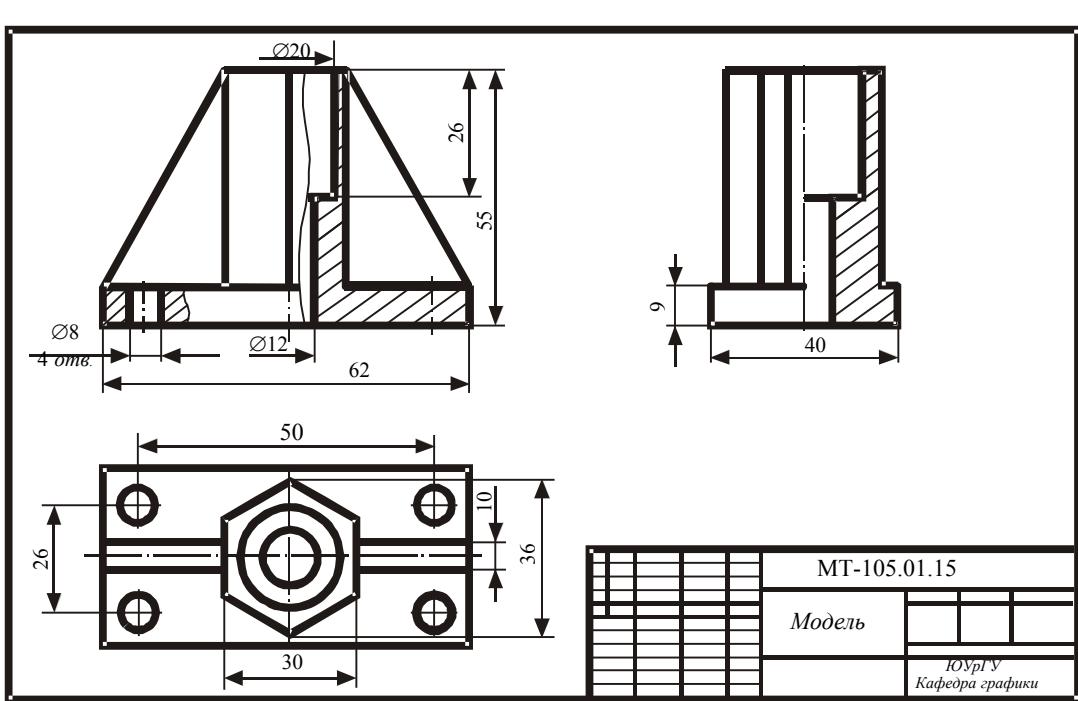
*a*



*δ*



6



2

Рис. 75

Анализируем форму детали. Ее образуют: основание — параллелепипед с четырьмя цилиндрическими отверстиями, шестиугольная призма и прилегающие к ней две треугольные призмы (ребра жесткости). Внутри детали имеется два соосных цилиндрических отверстия. Выбираем главное изображение.

Наиболее полное представление о наружной форме детали дает вид по стрелке А (рис. 74). На подготовленный формат наносим габаритные прямоугольники для каждого из трех видов (рис. 75, а). Проводим осевые линии. Строим три вида детали в проекционной связи тонкими линиями. Штриховыми линиями показываем внутренний контур детали (рис. 75, б).

Для выявления внутренней формы достаточно выполнить фронтальный разрез плоскостью, совпадающей с плоскостью симметрии детали. Вид по стрелке А и фронтальный разрез являются симметричными изображениями, но совмещение половины вида с половиной разреза выполнить нельзя, так как с осью симметрии совпадает проекция ребра наружной поверхности шестиугольной призмы. Поэтому основное изображение должно состоять из соединения части вида (больше половины) и части фронтального разреза (меньше половины). Границей между частью вида и частью разреза является тонкая волнистая линия (рис. 75, в).

Вид слева и профильный разрез являются симметричными изображениями, поэтому можно выполнить соединение половины вида слева с половиной профильного разреза. Границей между ними является ось симметрии (см. рис. 75, в). Часть разреза на главном изображении и половина разреза на виде слева располагается справа от оси. Выполняем штриховку разрезов. Разрезы не обозначаются, так как секущие плоскости совпадают с плоскостями симметрии модели. Для выявления глубины отверстий в основании детали необходимо выполнить местный разрез (см. рис. 75, в).

Дальнейшие построения проводим в указанной ранее последовательности (рис. 75, г).

## § 2. Построение третьего вида предмета по двум заданным

Построение третьего вида предмета (обычно вида слева) по двум заданным выполняется в следующем порядке.

I этап — подготовительный.

1. Прочитать чертеж, т. е. мысленно разделить предмет на отдельные образующие его простейшие геометрические фигуры и поверхности.

2. Мысленно представить, как изображаются на третьем виде геометрические фигуры, составляющие предмет, а затем весь предмет полностью.

3. Определить, какие ограничивающие предмет поверхности пересекаются между собой, какие линии получаются в их пересечении и как они будут изображаться на третьем виде.

4. Определить, какие разрезы и сечения необходимо выполнить для выявления внутренних форм предмета (обычно в задачу на построение третьего вида по двум заданным включается построение разрезов и сечения).

5. Определить, какие линии и поверхности целесообразно принять за базовые для простановки размеров при построении изображений. В большинстве случаев это осевые, центровые линии и плоскости оснований.

II этап — графический.

1. На поле формата листа выделить (наметить в виде прямоугольников) места для каждого из трех изображений, учитывая их проекционную связь; заполнение поля чертежа должно быть равномерным. Провести базовые и осевые линии каждого изображения.

2. Построить заданные два вида (тонкими линиями).

3. Постепенно вычертить тонкими линиями третий вид: для этого необходимо найти проекции простейших геометрических фигур, образующих предмет, и их элементов (граней, ребер, вершин и т. п.) на заданных проекциях, а затем приступить к построению их профильных проекций, сохраняя проекционную связь и переходя поэтапно от одного элемента к другому.

4. Выполнить требуемые разрезы на всех изображениях.

5. Нанести штриховку разрезов и сечений.

6. Обозначить разрезы, если это необходимо, в соответствии с ГОСТ 2.305-68.

7. Проверить правильность выполненных изображений, убрать лишние линии.

8. Обвести чертеж линиями требуемой толщины по ГОСТ 2.303-68.

9. Вторично проверить правильность чертежа.

Задача. Построить вид слева предмета, заданного на рис. 76, а, и выполнить необходимые разрезы.

I этап (рис. 76, *a, б*).

1. Заданный предмет состоит из цилиндра I и четырехугольной призмы III. Внутри предмета имеется вертикальное призматическое отверстие V и цилиндрическое отверстие IV. В верхней части предмета имеется сквозное горизонтальное цилиндрическое отверстие II.

2. Каждая из этих геометрических фигур на виде слева будет изображаться соответствующим четырехугольником.

3. Горизонтальное цилиндрическое отверстие II будет пересекаться с наружной поверхностью цилиндра I по кривой линии *m*, с внутренним цилиндрическим отверстием — по кривым *n*.

4. Для выявления внутренних форм предмета достаточно выполнить два простых разреза: фронтальной и профильной плоскостями, совпадающими с плоскостями симметрии предмета. На главном изображении и на виде слева следует вычертить соединение части вида (меньше половины) с частью соответствующего разреза (больше половины), так как с осевыми линиями изображений совпадают проекции ребер внутреннего призматического отверстия V.

5. За базовые линии отсчета размеров целесообразно принять плоскости оснований предмета и вертикальную осевую линию.

II этап (рис. 76, *в*).

1. На поле формата листа отмечаем места (прямоугольники) для каждого из трех изображений (на рис. 76, *в* они не показаны). Проводим осевые линии каждого изображения.

2. Чертим заданные виды: вид спереди и сверху (тонкими линиями).

3. Последовательно строим вид слева: вначале изображение цилиндра I, затем призмы III и горизонтального цилиндрического отверстия II, после этого — призматического отверстия V и цилиндрического отверстия IV. Линию пересечения *m* горизонтального цилиндрического отверстия II с наружной поверхностью цилиндра I строим, используя точки 1, 2, 3.

4. В правой части главного изображения выполняем разрез фронтальной плоскостью, совпадающей с плоскостью симметрии предмета. В правой части вида слева — разрез профильной плоскостью, совпадающей с плоскостью симметрии предмета. Строим проекции линий пересечения горизонтального отверстия II с вертикальным цилиндрическим отверстием IV — линия *n*. Границей между разрезом и видом на главном изображении и

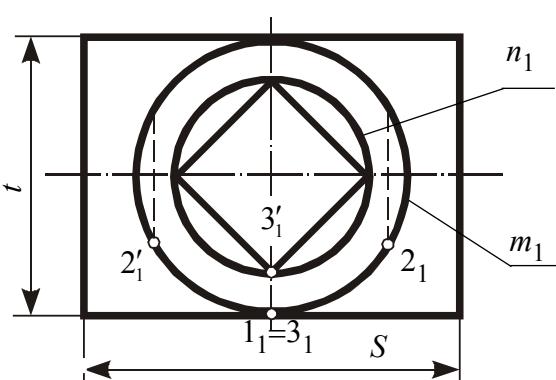
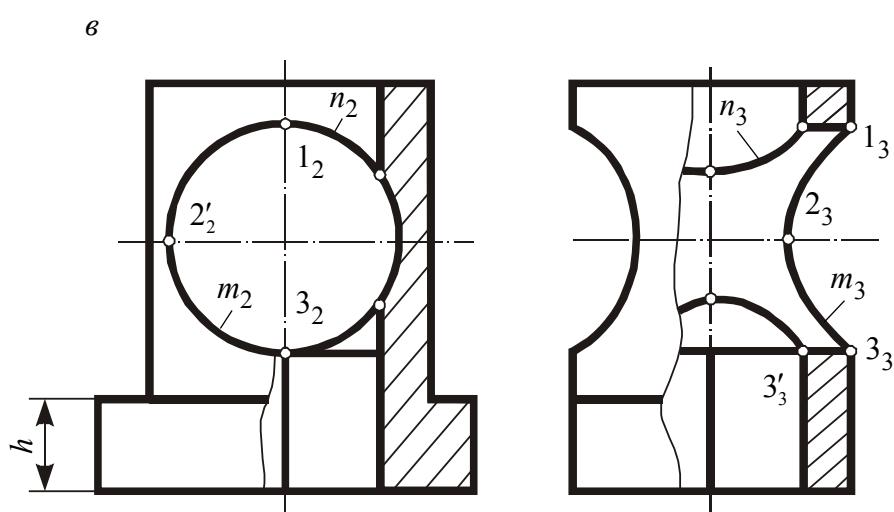
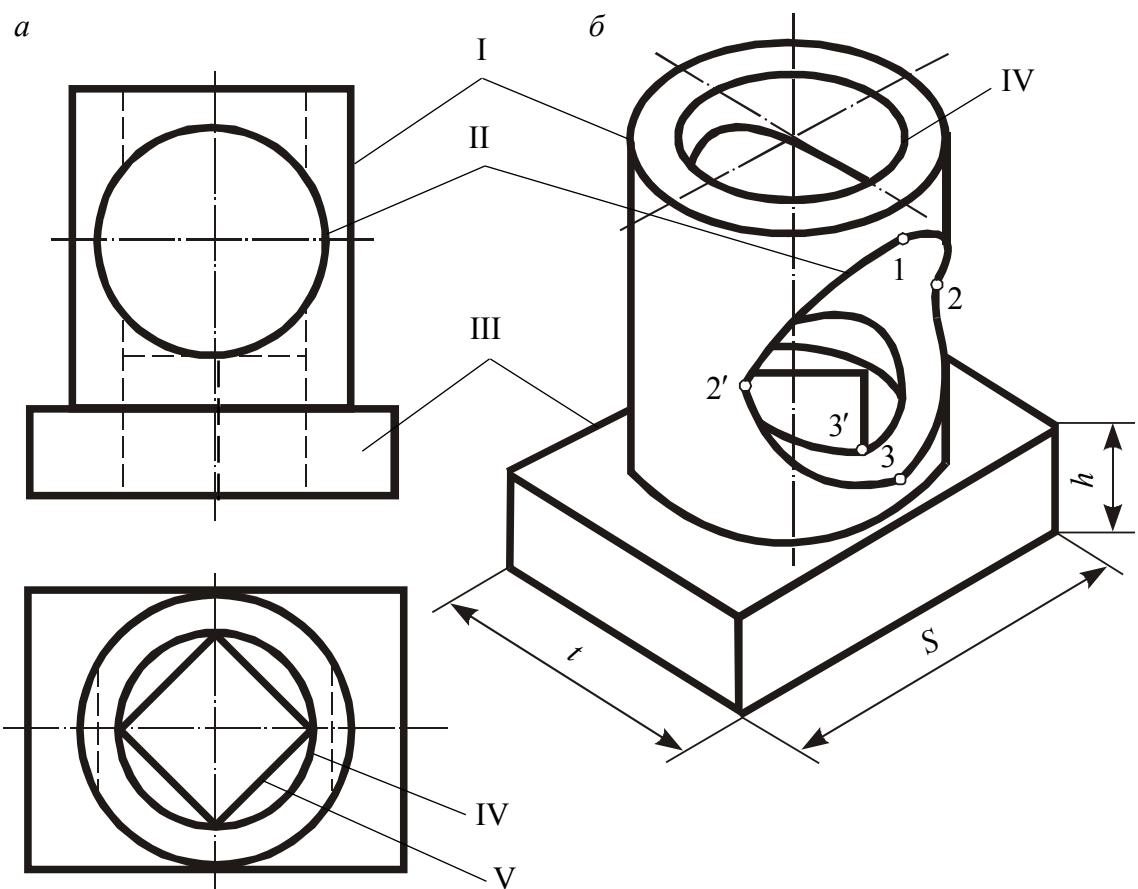


Рис. 76

слева является тонкая волнистая линия, так как с осевыми линиями совпадает изображение ребер призматического отверстия V.

5. Выполняем штриховку разрезов.

6. Удаляем лишние линии изображений и обводим чертеж линиями требуемой толщины.

7. Проверяем правильность выполненного чертежа.

### § 3. Построение истинного вида наклонного сечения предмета способом замены плоскостей проекций

Наклонное сечение получается в результате пересечения предмета плоскостью, составляющей с основными плоскостями проекций угол, отличный от прямого. Истинный вид наклонного сечения определяют способом замены плоскостей проекций, который заключается в том, что геометрическую фигуру, не изменяя ее положения в пространстве, проецируют на новую плоскость, заменяющую одну из основных. Положение дополнительной плоскости проекций выбирают в зависимости от поставленной задачи (параллельно геометрической фигуре). Дополнительная плоскость обязательно должна быть перпендикулярна к другой, не заменяемой, плоскости проекций.

Сущность способа замены плоскостей проекций рассмотрим на примере определения длины отрезка  $[AB]$  прямой общего положения (рис. 77). Известно, что отрезок прямой проецируется на плоскость проекций в равный ему отрезок, если он ей параллелен. Поэтому для определения длины отрезка необходимо дополнительную плоскость расположить параллельно отрезку  $[AB]$ . Заменим плоскость  $\Pi_2$  плоскостью  $\Pi_4$ , перпендикулярной к плоскости  $\Pi_1$  и параллельной отрезку  $[AB]$ . Расстояние от плоскости  $\Pi_4$  до отрезка  $[AB]$  произвольное (рис. 77, a). Плоскости проекций  $\Pi_1$  и  $\Pi_4$  образуют новую систему плоскостей проекций и пересекаются по прямой  $x_{14}$  — новой оси проекций, которая в данном случае параллельна горизонтальной проекции отрезка, т. е.  $x_{14} \parallel [A_1B_1]$ . При этом  $|A_{12}A_2| = |A_{14}A_4|$  и  $|B_{12}B_2| = |B_{14}B_4|$ ,  $A_4B_4$  — ортогональная проекция отрезка  $[AB]$  на плоскость  $\Pi_4$ ,

$$[AB] \parallel \Pi_4 \Rightarrow |A_4B_4| = |AB|$$

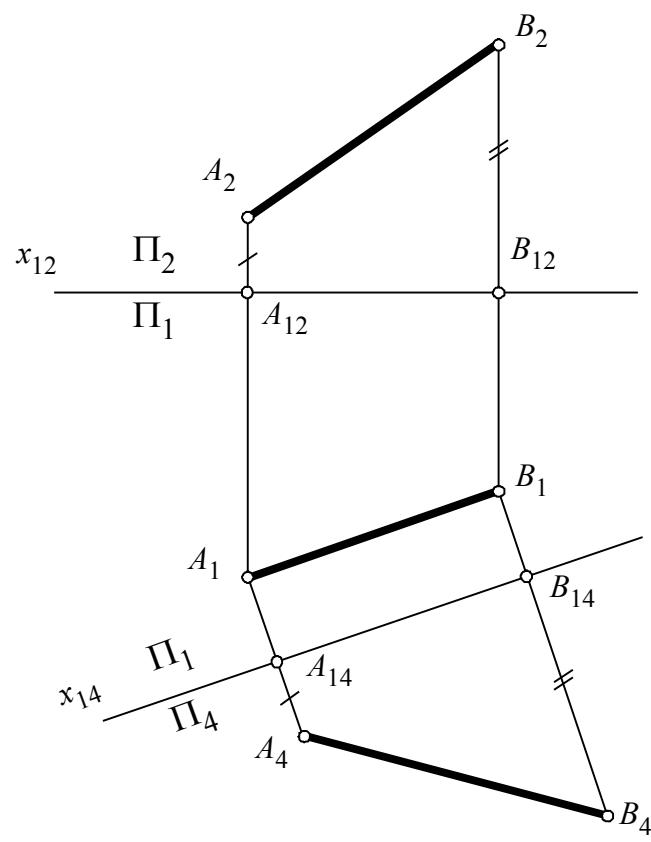
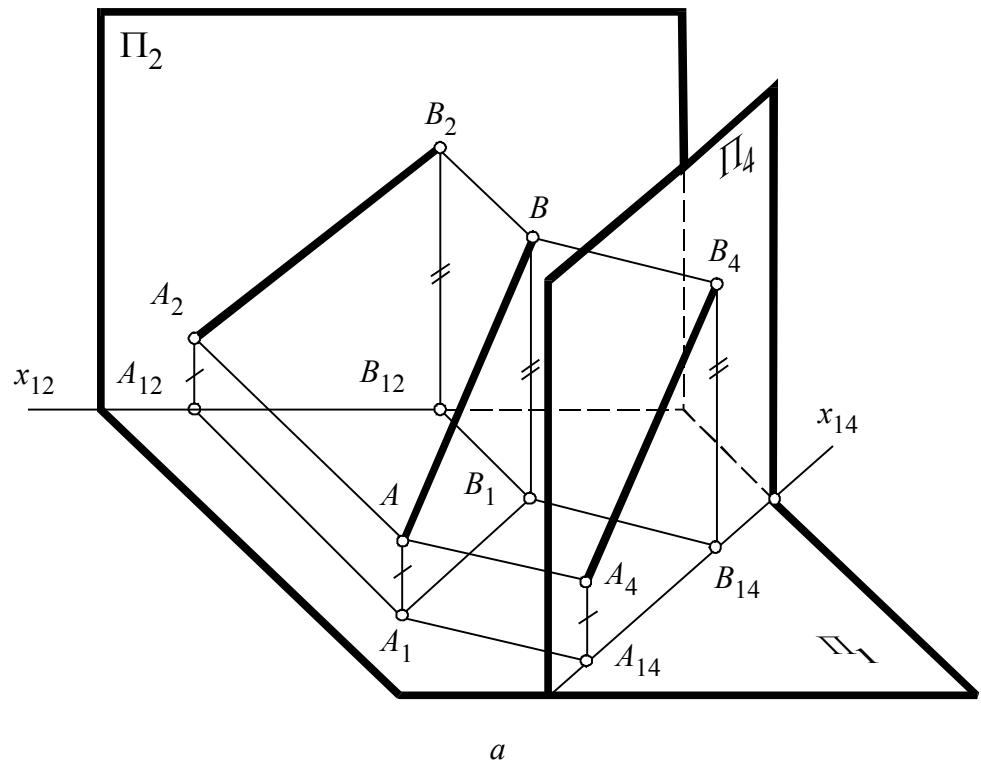


Рис. 77

Чтобы построить проекцию  $A_4B_4$  отрезка  $[AB]$  на чертеже, поступают следующим образом. Проводят новую ось  $x_{14}$  параллельно горизонтальной проекции отрезка  $[A_1B_1]$  на произвольном расстоянии от нее. Через горизонтальные проекции концов отрезка (точка  $A_1$  и  $B_1$ ) проводят линии связи, перпендикулярные к оси  $x_{14}$ . На этих линиях связи от оси  $x_{14}$  откладывают отрезки  $|A_{14}A_4|=|A_{12}A_2|$  и  $|B_{14}B_4|=|B_{12}B_2|$ . Соединив прямой точки  $A_4$  и  $B_4$ , получают проекцию  $A_4B_4$  отрезка  $[AB]$  на плоскость  $\Pi_4$  (рис. 77, б).

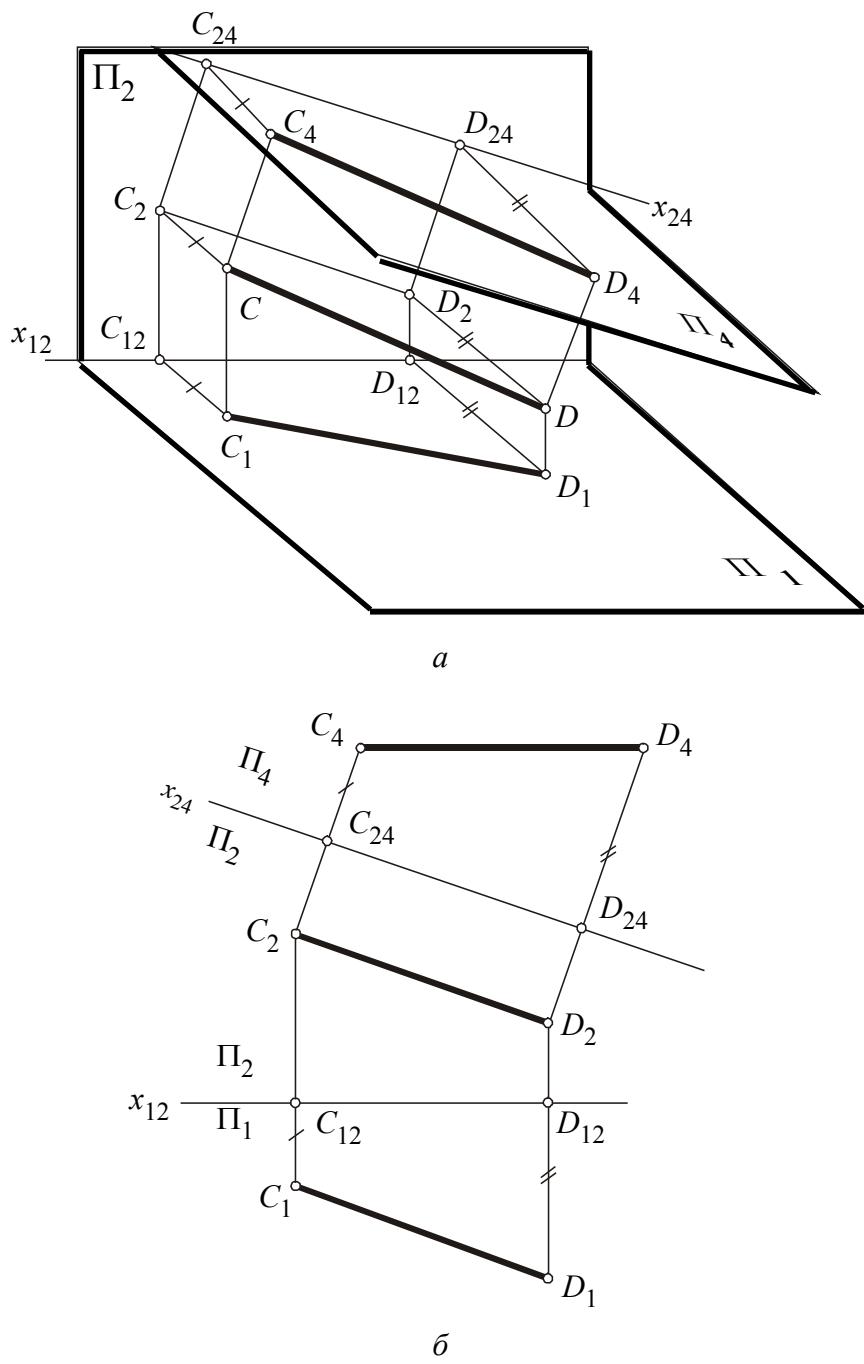


Рис. 78

Задача на определение истинной длины отрезка прямой общего положения может быть решена также с помощью дополнительной плоскости проекций, взятой вместо плоскости  $\Pi_1$ , перпендикулярной к плоскости  $\Pi_2$  и параллельной отрезку (рис. 78).

Плоская геометрическая фигура проецируется на плоскость проекций в конгруэнтную ей фигуру, если она расположена параллельно этой плоскости. Поэтому для определения истинной величины плоской геометрической фигуры надо новую дополнительную плоскость расположить параллельно фигуре.

**Задача.** Определить истинную величину треугольника  $ABC \perp \Pi_2$  (рис. 79).

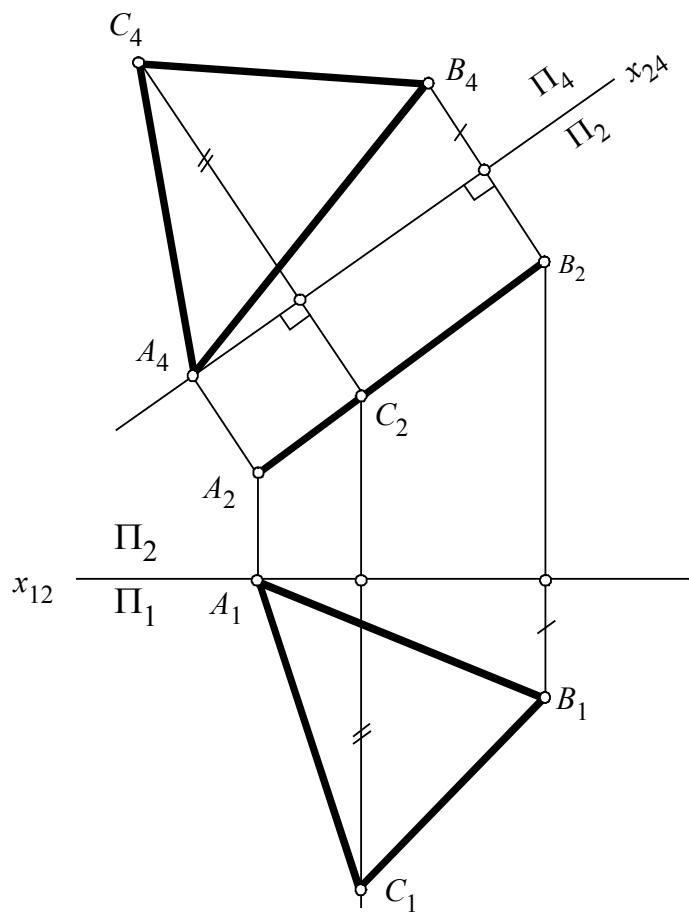


Рис. 79

Воспользуемся дополнительной плоскостью  $\Pi_4$ , которую расположим параллельно плоскости треугольника и перпендикулярно плоскости  $\Pi_2$ .

Новую ось проекций  $x_{24}$  проведем параллельно фронтальной проекции треугольника  $ABC$ . Новые проекции  $A_4, B_4$  и  $C_4$  вершин  $A, B$  и  $C$  получим, откладывая на линиях связи от оси  $x_{24}$  отрезки, равные расстоянию от точек  $A_1, B_1$  и  $C_1$  до оси  $x_{12}$ .

Полученная новая проекция  $A_4B_4C_4$  представляет собой истинную величину треугольника  $ABC$ .

Задача. Построить истинный вид сечения комбинированной геометрической фигуры фронтально-проецирующей плоскостью  $A-A$  (рис. 80).

Мысленно расчленяем предмет на отдельные составляющие его простейшие геометрические фигуры: усеченный конус, часть шара и две призмы. Внутри сквозное цилиндрическое отверстие. Соосные коническая и сферическая поверхности пересекаются по окружности. Линии пересечения призматических поверхностей со сферой — совокупность частей окружностей.

Фронтально-проецирующая плоскость  $A-A$  пересекает усеченный конус по части эллипса, сферу — по двум дугам окружности, а призму — по ломаной. Внутреннее цилиндрическое отверстие пересекается плоскостью по эллипсу. Все эти линии в совокупности ограничивают фигуру сечения  $A-A$ , истинный вид которой можно получить, заменив горизонтальную плоскость проекций  $\Pi_1$  на дополнительную  $\Pi_4$ , расположенную параллельно секущей плоскости.

Выполняем построения на чертеже (рис. 80, *a*).

1. На фронтальной плоскости проекций обозначаем проекции опорных точек линий пересечения — точек, в которых линия сечения  $A-A$  пересекает очерки проекций наружных и внутренних поверхностей предмета (точки  $1_2, 2_2, 4_2, 5_2, 7_2$ ), а также осевую линию изображения, (точки  $3_2 = 3'_2 = 3''_2 = 3'''_2$ ). В точках  $4_2$  и  $6_2$ , отмеченных на проекциях линий пересечения поверхностей, образующих предмет, меняется характер линии, ограничивающей фигуру сечения.

Отмечаем проекцию  $O_2$  центра  $O$  окружности пересечения сферы с заданной плоскостью  $A-A$ . Радиус  $R$  этой окружности определяется построением, если провести линию очерка фронтальной проекции сферы до пересечения с линией  $A-A$ .

2. Горизонтальные проекции отмеченных опорных точек строим по принадлежности их соответствующим поверхностям.

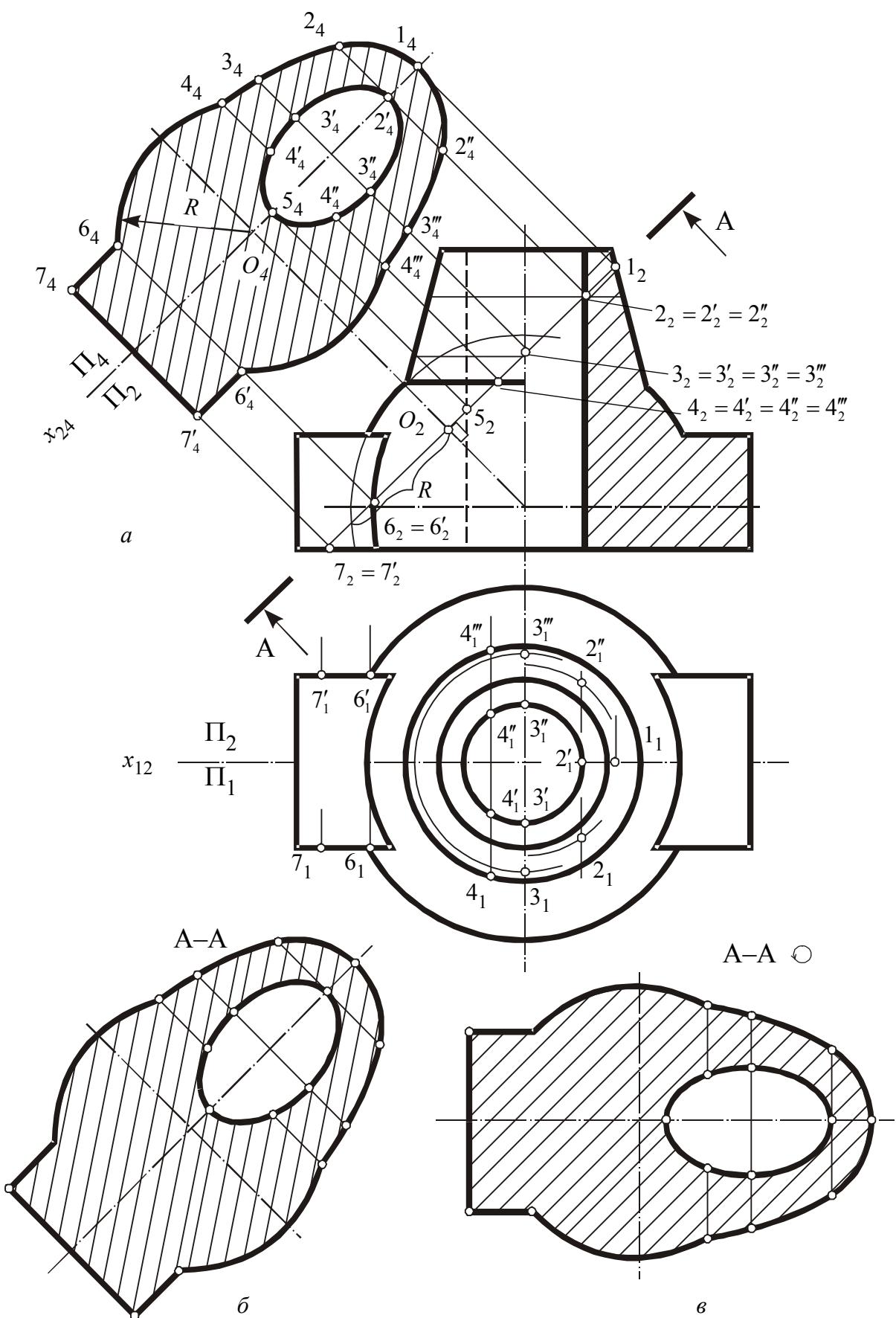


Рис. 80

3. Проводим ось проекций  $x_{12}$  через ось симметрии фигуры (для удобства построений).

4. На свободном месте поля чертежа проводим новую ось проекций  $x_{24}$  параллельно линии А–А.

5. Новые линии связи в системе плоскостей  $\frac{\Pi_2}{\Pi_1}$  проводим перпендикулярно оси  $x_{24}$ .

6. На построенных линиях связи находим положение каждой отмеченной точки линии сечения (наружного и внутреннего контура), откладывая по обе стороны от оси симметрии сечения отрезки, взятые с горизонтальной проекции. Например,  $|2'_1 2_1| = |2'_4 2_4|$  и  $|2'_1 2''_1| = |2'_4 2''_4|$ .

7. Соединяем построенные точки, принадлежащие как внутреннему, так и наружному контурам линии сечения, с учетом формы этой линии.

8. Выполняем штриховку сечения по правилам, изложенными в ГОСТ 2.306-68.

9. Обводим сечение линиями требуемой по ГОСТ 2.303-68 толщины.

На машиностроительных чертежах, содержащих сечения предмета на клонной плоскостью, оси проекций и линии связи не проводят, проекции точек линий сечения не обозначают, а фигуру сечения в соответствии с ГОСТ 2.305-68 можно расположить на любом месте поля чертежа. Ось сечения проводится параллельно линии сечения, а расстояния между точками 1–7 и их взаимное положение остаются неизменными. Сечение обозначается А–А (рис. 80, б). Допускается располагать сечение с поворотом. В этом случае к надписи добавляют знак «○» (рис. 80, в).

## § 4. Изображение предмета в аксонометрических проекциях

### 4.1. Основные понятия и определения

Аксонометрическая проекция — изображение геометрической фигуры, которое получается путем параллельного проецирования ее на некоторую плоскость  $\Pi'$  вместе с декартовой системой прямоугольных координат  $Oxyz$ , к которой она отнесена в пространстве.

Обратимость аксонометрического изображения обусловлена тем, что на аксонометрическую плоскость проекций проецируется не только геометрическая фигура вместе с декартовой системой прямоугольных координат, но и одна из ее ортогональных проекций на координатные плоскости.

На рис. 81 показан пример построения аксонометрии точки  $A$ , отнесенной к декартовой системе координат  $Oxyz$ . Направление проецирования  $S$  выбирается так, чтобы оно не было параллельным ни одной из координатных осей. Произвольная плоскость  $\Pi'$ , на которую производится проецирование, называется плоскостью аксонометрических проекций. Оси  $x', y', z'$  — проекции координатных осей  $x, y, z$  — называются аксонометрическими осями. Точка  $A'_1$  — аксонометрическая проекция точки  $A$ , а точка  $A'$  — ее вторичная проекция. Проекции  $A'$  и  $A'_1$  обеспечивают обратимость аксонометрического чертежа.

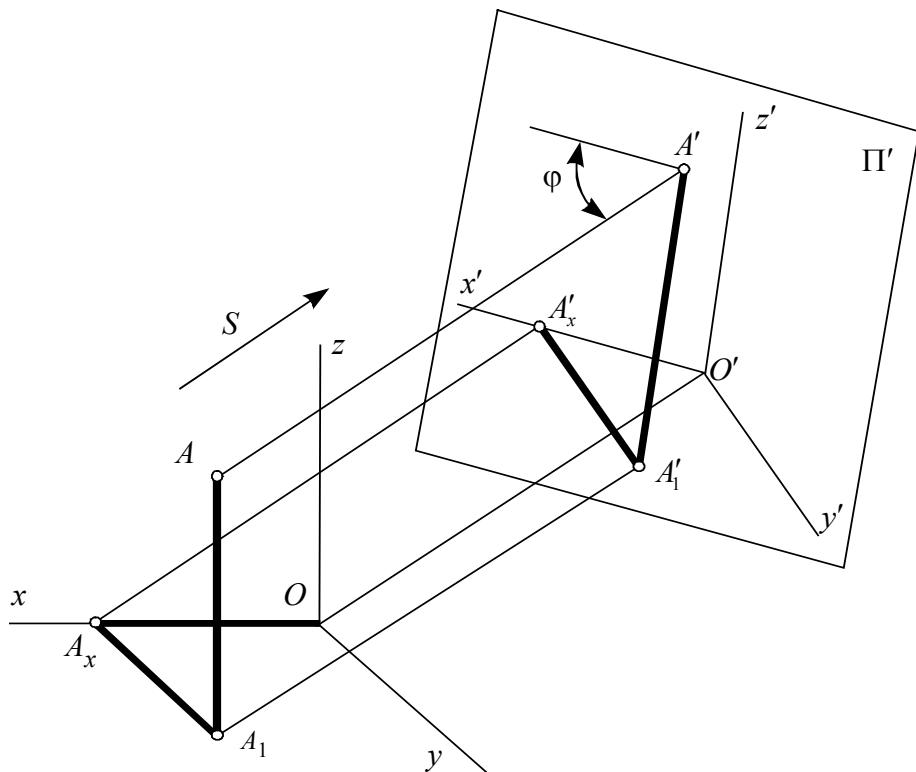


Рис. 81

Так как плоскость  $\Pi'$  в общем случае не параллельна ни одной из координатных осей  $x, y, z$ , то очевидно, отрезки осей или отрезки, им параллельные, проецируются на плоскость  $\Pi'$  с искажением. Отношение длины аксонометрической проекции отрезка координатной оси или отрезка, параллельного этой оси, к длине самого отрезка называют коэффициентом искажения по осям и обозначают:

$$\text{по оси } x \text{ — } u = \frac{O'A'_x}{OA_x},$$

$$\text{по оси } y — v = \frac{A'_x A'_l}{A_x A_l},$$

$$\text{по оси } z — w = \frac{A'_l A'}{A_l A}.$$

## 4.2. Виды аксонометрии

В зависимости от направления проецирования аксонометрические проекции разделяются на прямоугольные — направление проецирования перпендикулярно к плоскости  $\Pi'$ , и косоугольные — направление проецирования не перпендикулярно к плоскости  $\Pi'$ .

В зависимости от сравнительной величины коэффициентов искажения по осям различают три вида аксонометрии:

1) изометрия, когда все три коэффициента искажения равны между собой:  $u=v=w$ ;

2) диметрия, когда два коэффициента искажения равны между собой, а третий им не равен, например,  $u=w \neq v$ ;

3) триметрия, когда все три коэффициента искажения не равны между собой:  $u \neq v \neq w$ .

Основное предложение аксонометрии сформулировано немецким геометром К. Польке, а позднее обобщено Г. Шварцем:

Любые три отрезка, выходящие из одной точки на плоскости, могут быть приняты за параллельные проекции трех равных и взаимно перпендикулярных отрезков в пространстве.

Согласно этой теореме любые три прямые в плоскости, исходящие из одной точки и не совпадающие между собой, можно принять за аксонометрические оси. Любые произвольной длины отрезки на этих прямых, отложенные от точки их пересечения, можно принять за аксонометрические масштабы. Коэффициенты искажения при этом связаны следующим соотношением:

$$u^2 + v^2 + w^2 = 2 + ctg\varphi,$$

где  $\varphi$  — угол между направлением проецирования и плоскостью аксонометрических проекций. Для прямоугольной аксонометрии, когда  $\angle\varphi=90^\circ$ , это соотношение принимает вид

$$u^2 + v^2 + w^2 = 2, \quad (1)$$

т. е. сумма квадратов коэффициентов искажения равна двум.

ГОСТ 2.317-69 устанавливает следующие виды аксонометрических проекций, применяемых на чертежах всех отраслей промышленности и строительства:

- 1) прямоугольные — изометрическую и диметрическую проекции;
- 2) косоугольные — фронтальную и горизонтальную изометрические проекции, фронтальную диметрическую проекцию.

#### 4.3. Прямоугольная изометрия

Положение аксонометрических осей приведено на рис. 82, а. Из соотношения (1) для прямоугольной изометрии получаем

$$3u^2=2 \text{ или } u = v = w = \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0,82,$$

т. е. отрезок координатной оси длиной 100 мм в прямоугольной изометрии изобразится отрезком аксонометрической оси длиной 82 мм.

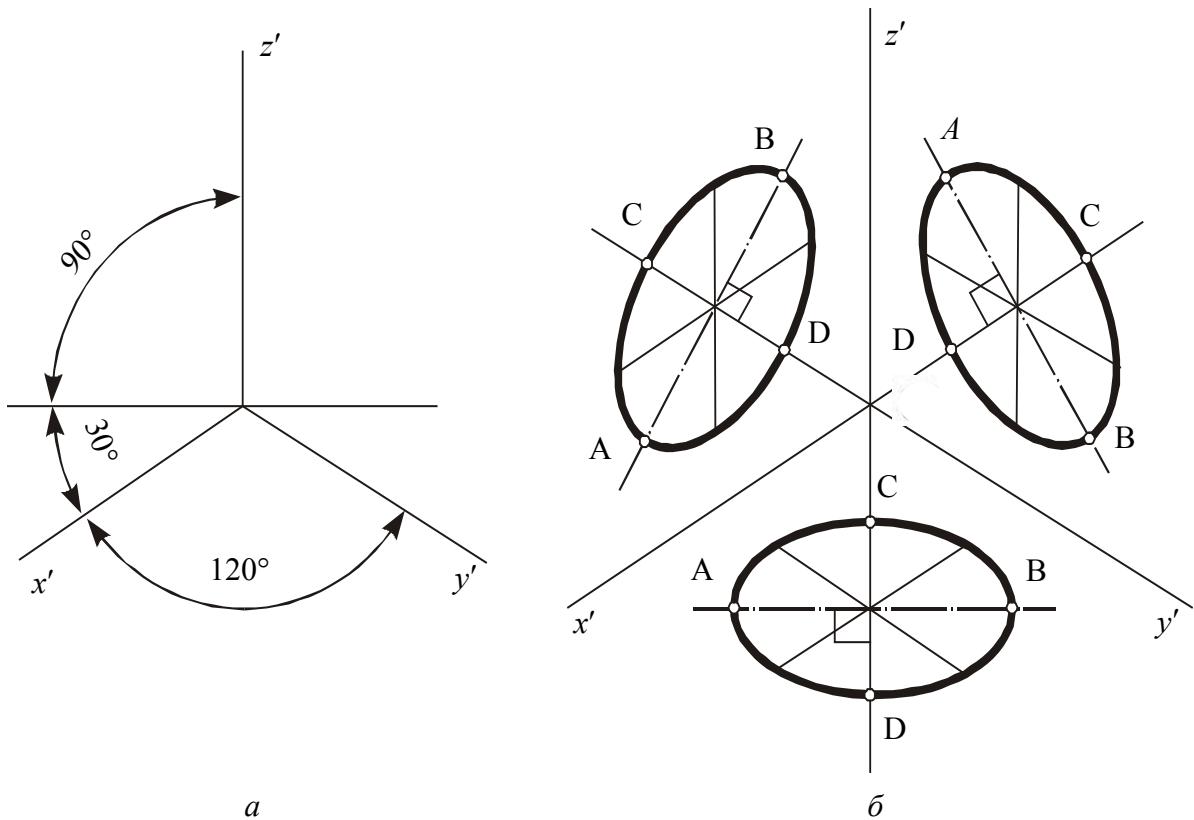


Рис. 82

На практике с целью упрощения изометрическую проекцию, как правило, выполняют без искажения по осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , т. е. приняв  $u=v=w=1$ . Построенное таким образом изображение будет больше самого предмета в 1,22 раза, т. е. масштаб изображения в прямоугольной изометрии будет  $M 1,22:1$ .

Окружности, принадлежащие плоскостям проекций или плоскостям, им параллельным, проецируются на аксонометрическую плоскость проекций в эллипсы. Если изометрическую проекцию выполняют с коэффициентом искажения  $u=v=w=0,82$ , то большая ось эллипсов равна диаметру окружности, а малая ось — 0,58 диаметра окружности. Если  $u=v=w=1$ , то большая ось эллипсов равна 1,22, а малая ось — 0,71 диаметра окружности. Расположение большой и малой осей эллипсов показано на рис. 82, б. Вместо эллипсов, как правило, строят овалы. Такая замена не влияет на наглядность изображения.

На рис. 83 дан один из способов построения четырехцентрового овала, заменяющего эллипс в прямоугольной изометрии.

На рис. 85 изображен в изометрии шестиугольник, расположенный параллельно фронтальной (а), горизонтальной (б) и профильной (в) плоскостям проекций.

#### 4.4. Прямоугольная диметрия

Положение аксонометрических осей приведено на рис. 86, а. Из соотношения (1) для прямоугольной диметрии

$$u^2 + \left( \frac{u^2}{\sqrt{2}} \right) + u^2 = 2,$$

$$u^2 = \frac{8}{3}, \quad u = w = \sqrt{\frac{8}{3}} \approx 0.94, \quad v = 0.47.$$

На практике, как правило, диметрическую проекцию выполняют без искажения по осям  $x$  и  $z$  и с коэффициентом искажения 0,5 по оси  $y$ . Масштаб изображения в прямоугольной диметрии будет  $1,06:1$ .

Окружности, принадлежащие плоскостям проекций или плоскостям, им параллельным, проецируются на аксонометрическую плоскость проекций

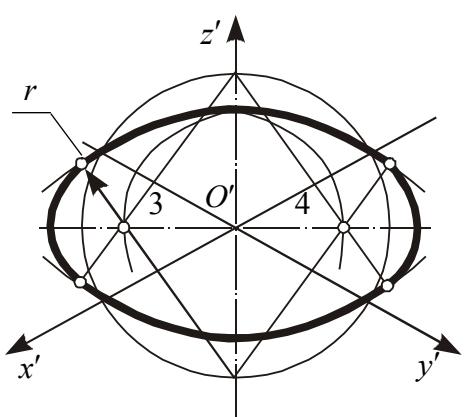
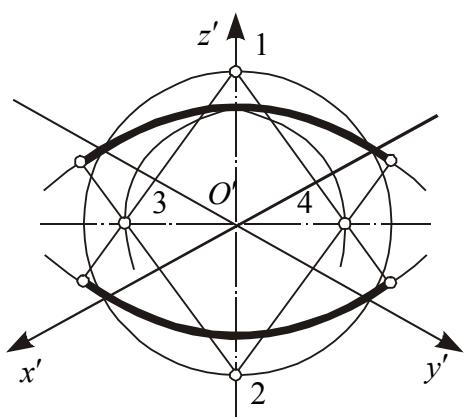
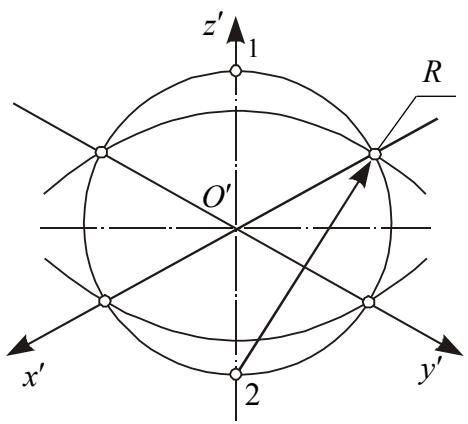
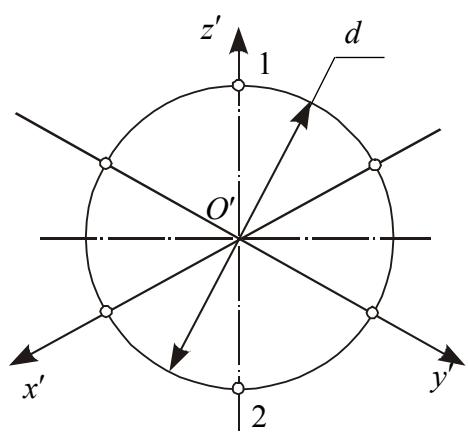


Рис. 83

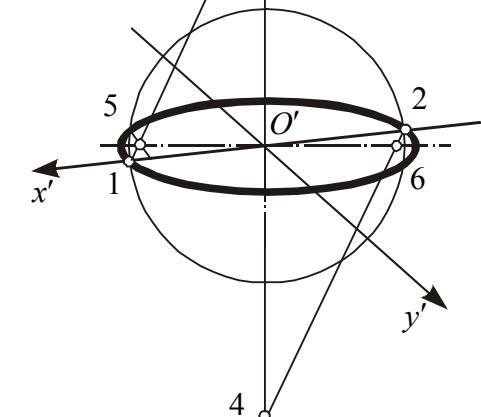
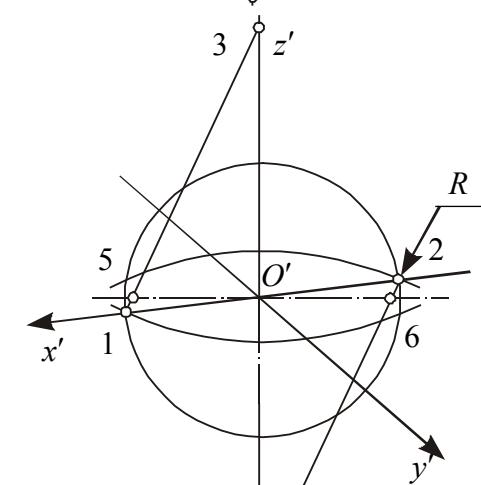
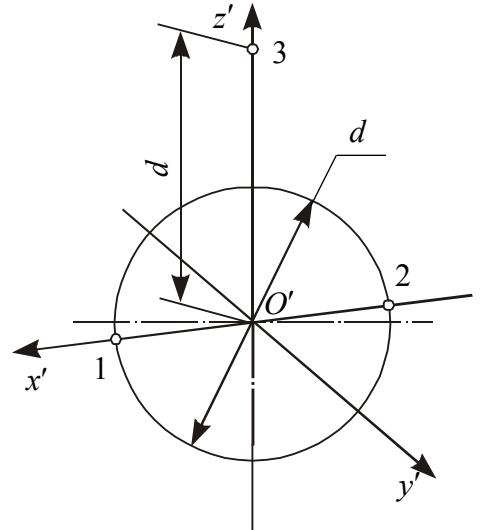


Рис. 84

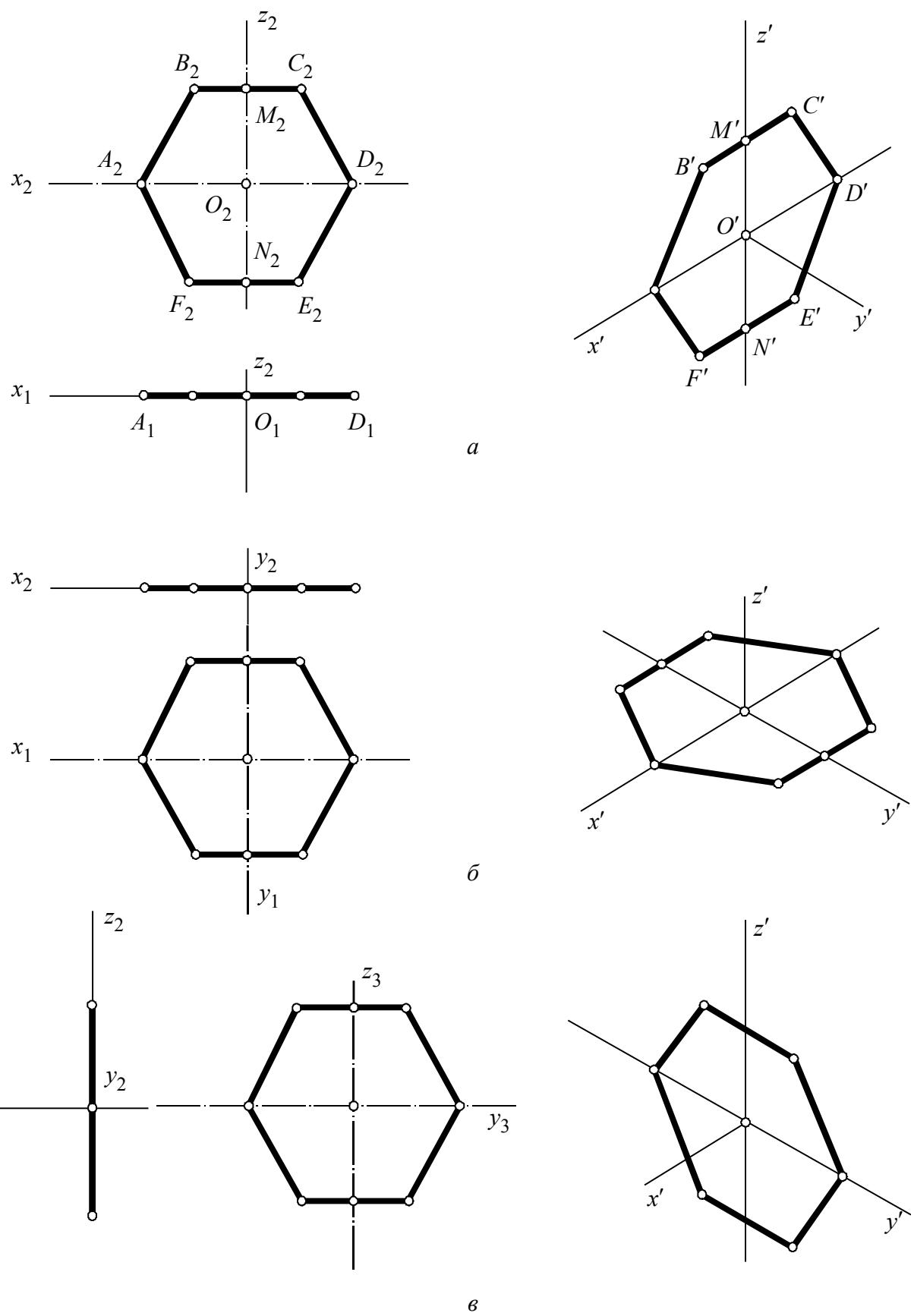


Рис. 85

в эллипсы. Если диметрическая проекция выполняется с коэффициентами искажения  $u=w=1$  и  $v=0,5$ , то большая ось эллипсов 1, 2, 3 (рис. 86, б)

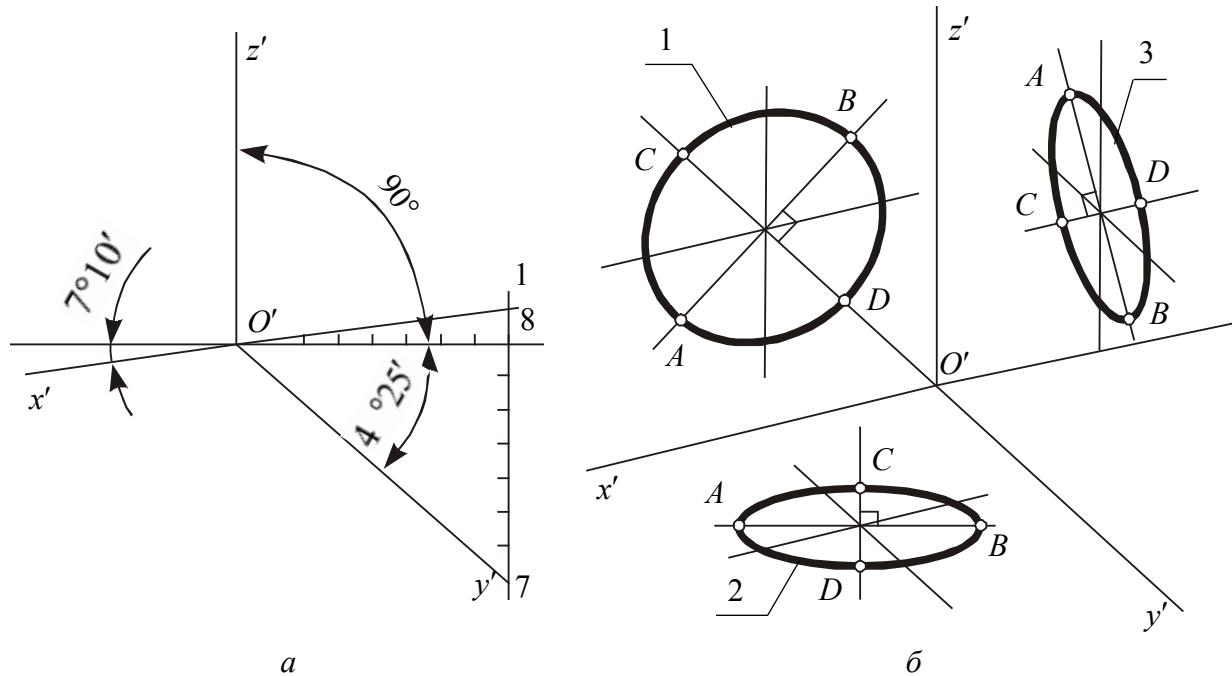


Рис. 86

равна 1,06 диаметра окружности; малая ось эллипса 1 —  $0,95d$ , эллипсов 2 и 3 —  $0,35$  диаметра окружности. Если диметрическая проекция выполняется с коэффициентом искажения  $u=w=0,94$  и  $v=0,47$ , то большая ось эллипсов 1, 2, 3 равна диаметру окружности, а малая ось эллипса 1 —  $0,9d$ , эллипсов 2 и 3 —  $0,33d$ .

Расположение большой и малой осей эллипсов 1, 2 и 3 показано на рис. 86, б.

В целях упрощения построений вместо эллипсов строят овалы. На рис. 84 показан способ построения овала, если  $AB=1,06d$  и  $CD=0,35d$  (овалы 2 и 3 см. на рис. 86, б). Построение овала с большой осью  $AB=1,06d$ , малой осью  $CD=0,94d$  (овал 1 см. на рис. 86, б) показано на рис. 87.

На рис. 88 изображен в диметрии пятиугольник, расположенный параллельно горизонтальной (а), фронтальной (б) и профильной (в) плоскостям проекций.

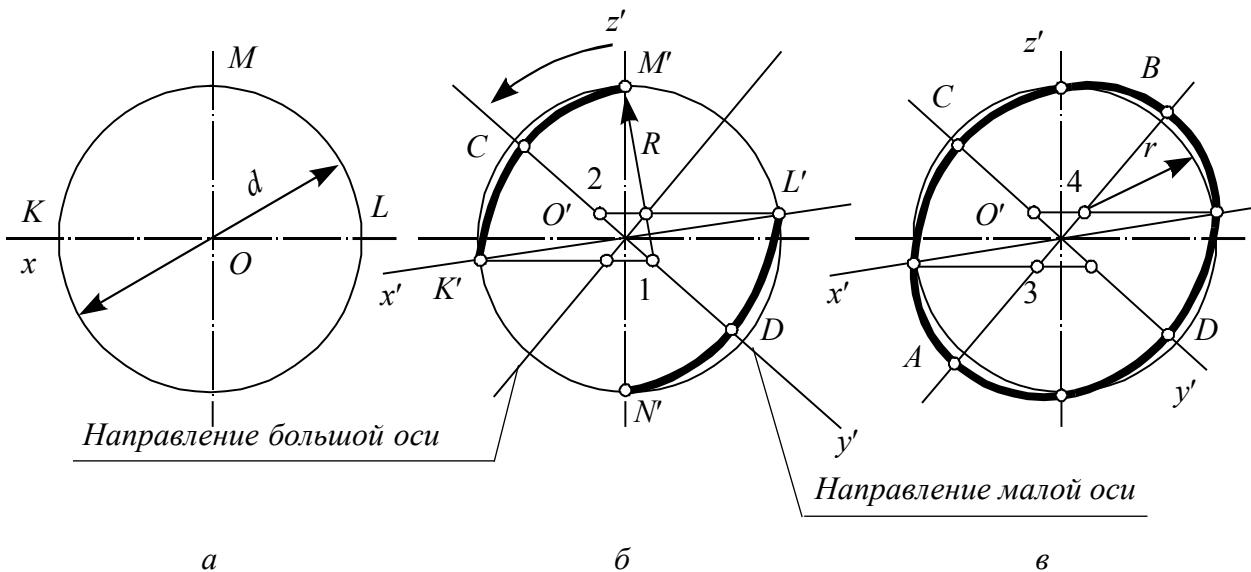


Рис. 87

#### 4.5. Построение аксонометрических проекций кривых линий

Построение аксонометрической проекции кривой линии надо выполнять в следующем порядке (рис. 89):

- 1) отнести данную линию к декартовой системе координат (рис. 89, а);
- 2) отметить на кривой точки 1, 2, 3, ... и определить их координаты (см. рис. 89, а);
- 3) по координатам точек 1, 2, 3, ... построить их вторичные проекции  $1_1, 2_1, 3_1, \dots$  (рис. 89, б);
- 4) через вторичные проекции точек провести прямые, параллельные оси  $z'$ , и отложить на них аппликаты точек;
- 5) соединить найденные аксонометрические проекции  $1, 2, 3, \dots, n'$  точек плавной кривой линией  $l'$ , которая представляет собой аксонометрическую проекцию кривой линии  $l$ .

Построение аксонометрической проекции линии пересечения двух поверхностей выполняется таким же образом (рис. 90).

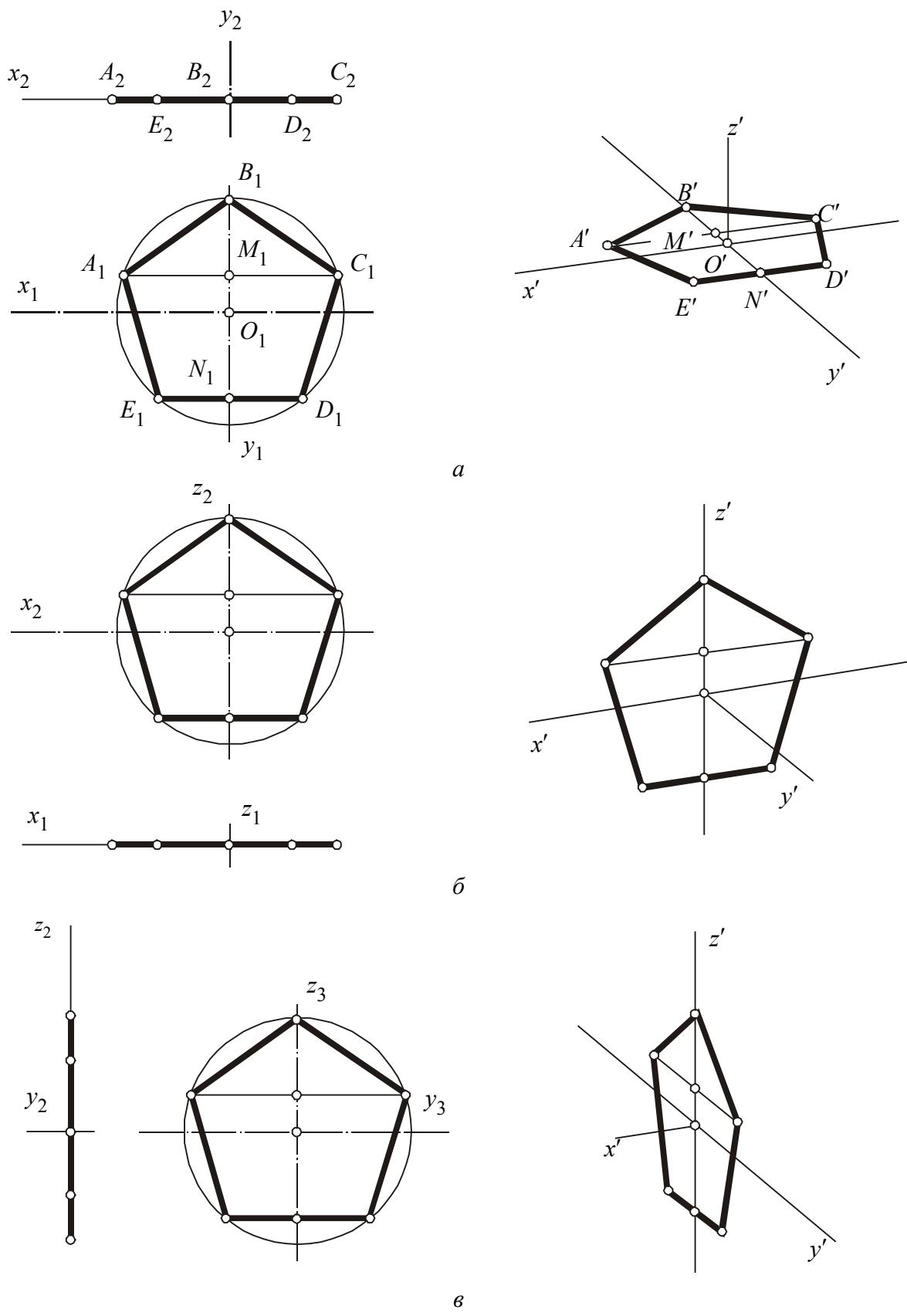


Рис. 88

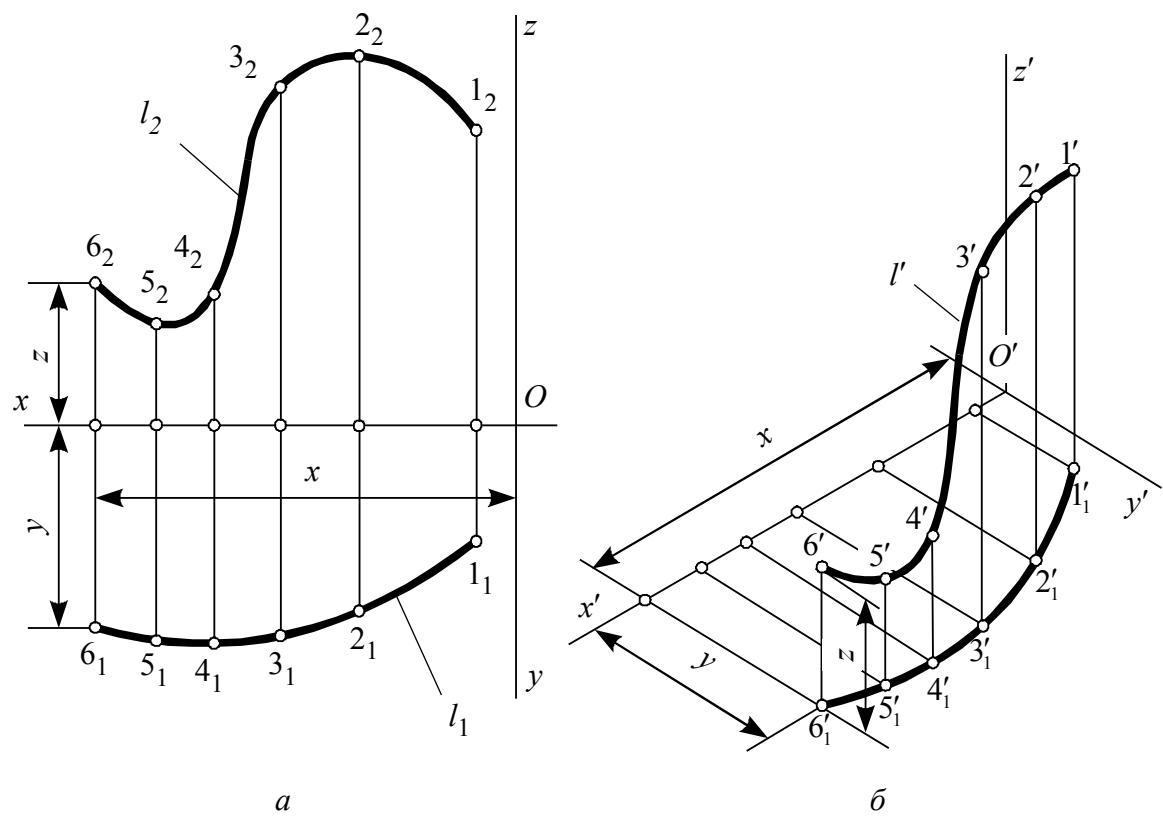


Рис. 89

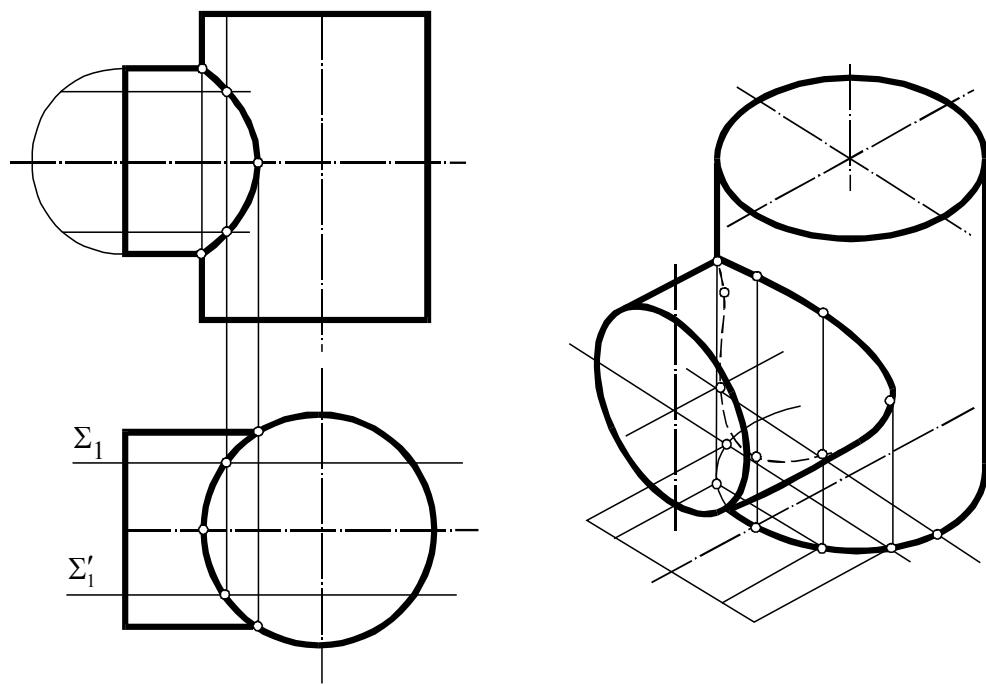


Рис. 90

## 4.6. Последовательность построения аксонометрических проекций предмета

Можно рекомендовать два варианта последовательности построения аксонометрических проекций объектов:

- 1) построение фигур сечения предмета плоскостями, параллельными координатным плоскостям, с последующим дополнением до полного аксонометрического изображения предмета (рис. 91);
- 2) построение аксонометрии всего предмета с последующим выполнением разрезов плоскостями, параллельными координатным плоскостям (рис. 92).

Первый, способ более рационален, т. к. освобождает чертеж от лишних линий.

В любом случае процесс построения целесообразно разбить на два этапа.

I этап — подготовительный:

- 1) прочитать заданный чертеж;
- 2) выбрать вид аксонометрической проекции;
- 3) определить, какие разрезы необходимо выполнить, чтобы выявить внутреннее строение предмета (секущие плоскости должны быть параллельны координатным плоскостям  $x'O'z'$  и  $y'O'z'$ );
- 4) определить очередность построения изображений поверхностей, ограничивающих предмет.

II этап — графический (см. рис. 91):

- 1) отнести данный предмет к декартовой системе координат с нанесением на комплексном чертеже детали проекций координатных осей (рис. 91, *a*);
- 2) построить аксонометрические оси и аксонометрические проекции сечений координатными плоскостями  $x'O'z'$  и  $y'O'z'$ , одновременно нанести аксонометрические проекции центров всех окружностей (рис. 91, *б*);
- 3) построить эллипсы, являющиеся проекциями окружностей оснований, цилиндров и конусов, ограничивающих отдельные части детали (рис. 91, *в*);
- 4) построить прямолинейные участки и обвести линии видимого контура детали (рис. 91, *г*);
- 5) удалить вспомогательные линии построения, выполнить штриховку и окончательно обвести чертеж.

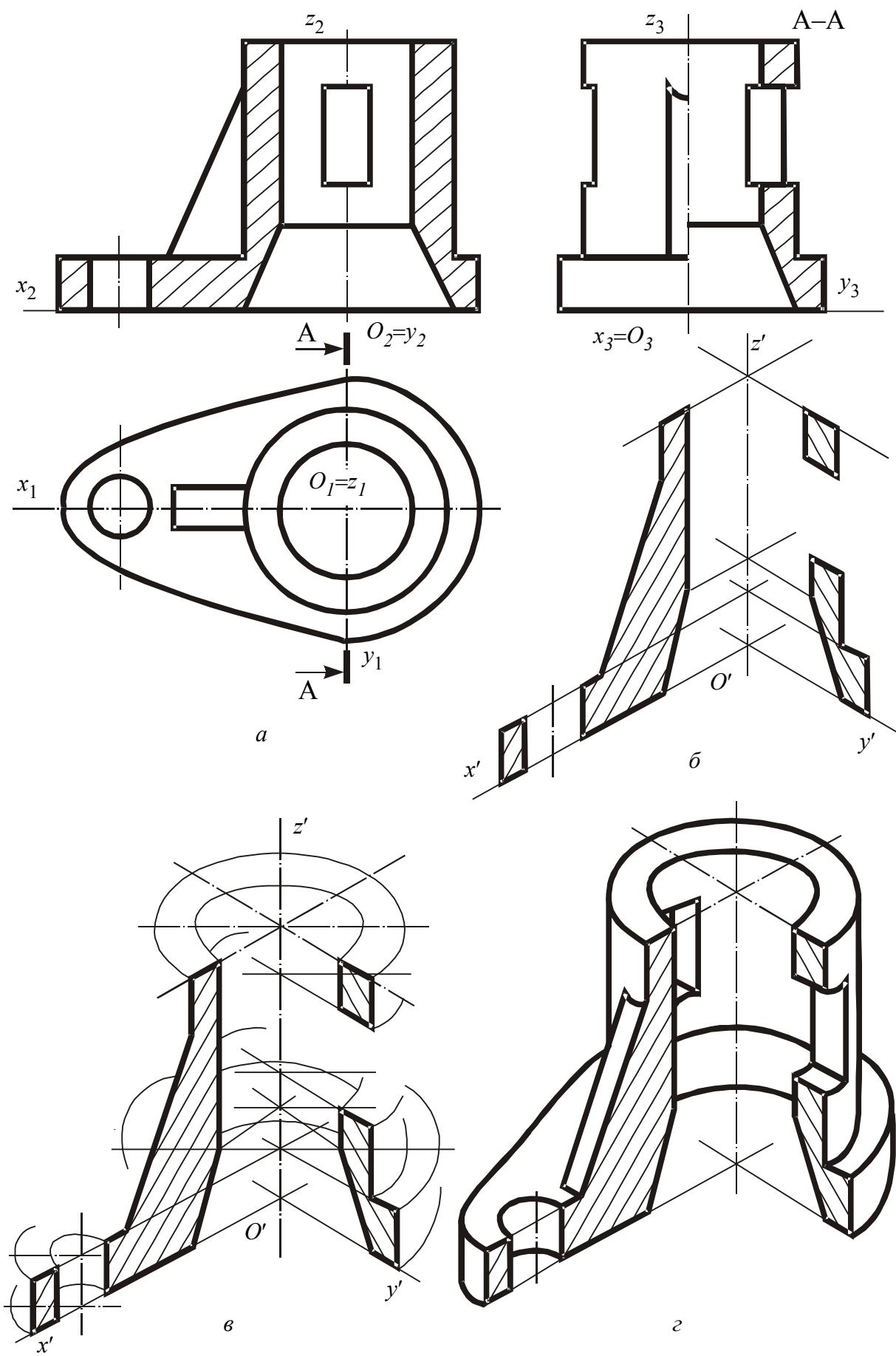


Рис. 91

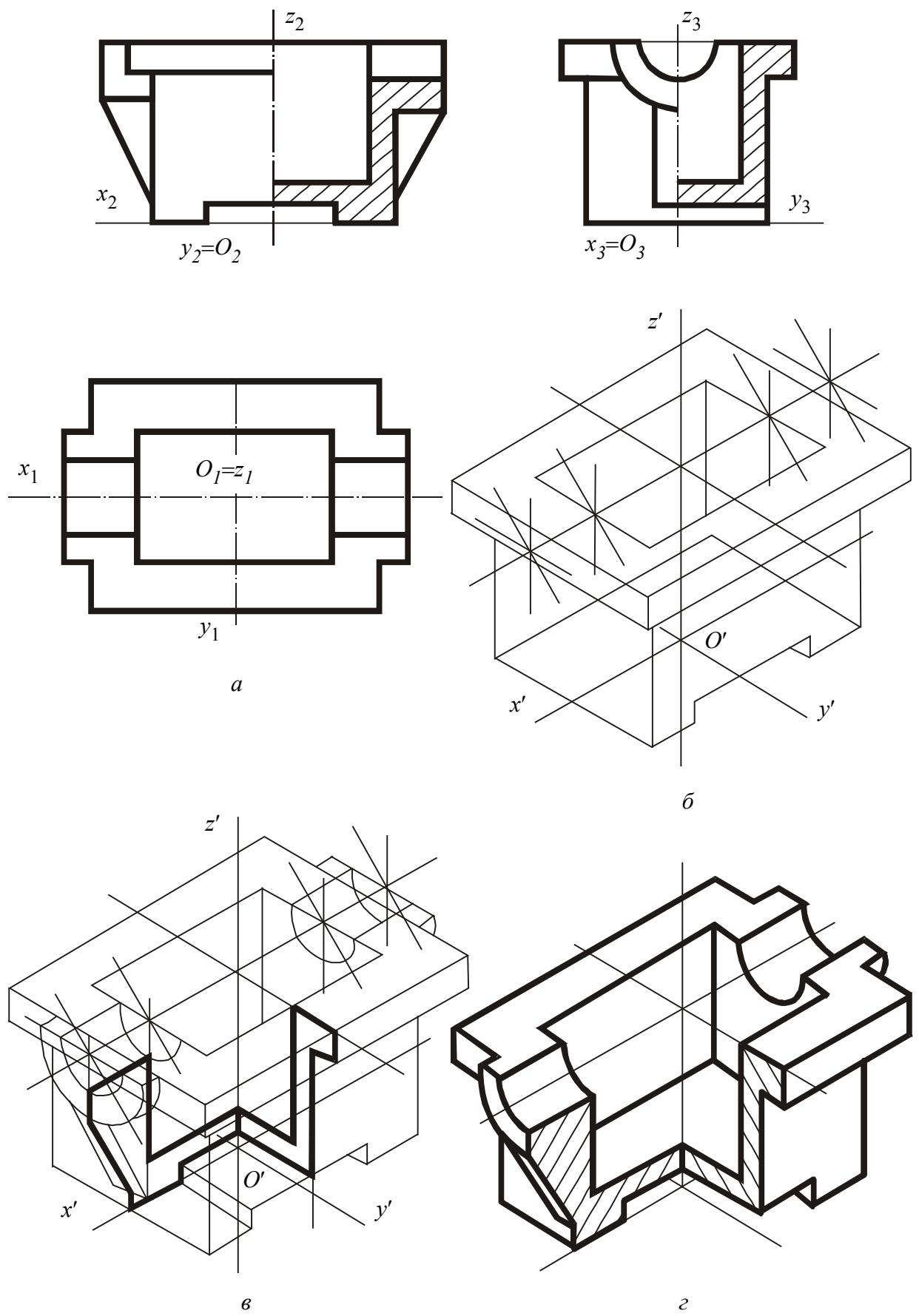


Рис. 92

Графическая реализация второго способа построения аксонометрии детали дана на рис. 92.

В учебной практике иногда бывает необходимо построить аксонометрию плоской фигуры. На рис. 94 построена прямоугольная диметрия плоской фигуры  $\Gamma(\Gamma_1, \Gamma_2)$  (рис. 94, *б*) и прямоугольная изометрия фигуры  $\theta(\theta_2, \theta_3)$  (рис. 94, *в*).

#### 4.7. Условности при выполнении аксонометрических проекций

Линии штриховки сечений наносят параллельно одной из диагоналей проекций квадратов, принадлежащих соответствующим координатным плоскостям, стороны которых параллельны аксонометрическим осям: в прямоугольной диметрии — рис. 93, *а*, в прямоугольной изометрии — рис. 93, *б*.

На разрезах в аксонометрических проекциях ребра жесткости, спицы маховиков и шкивов и подобные элементы штрихуют (рис. 92).

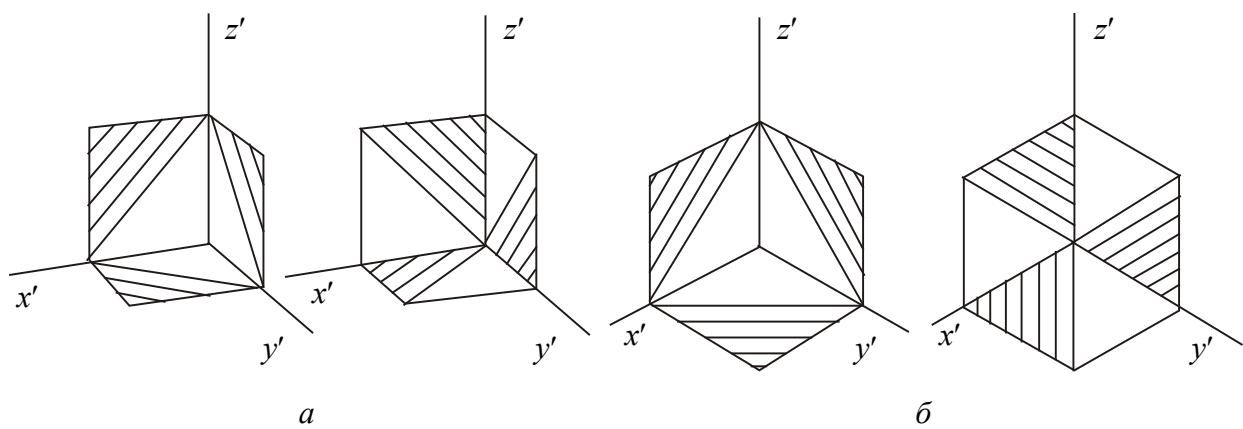
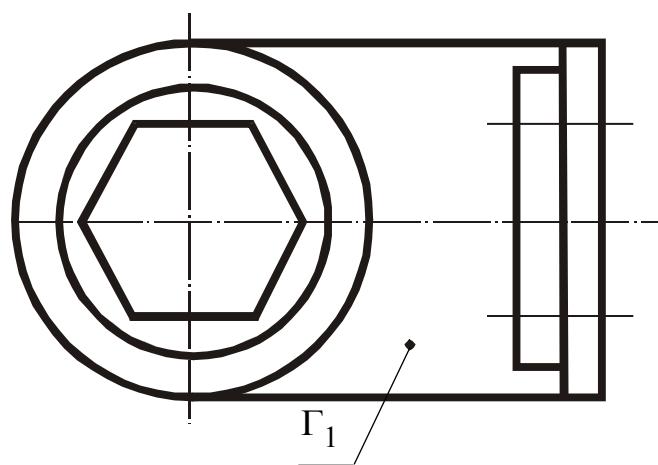
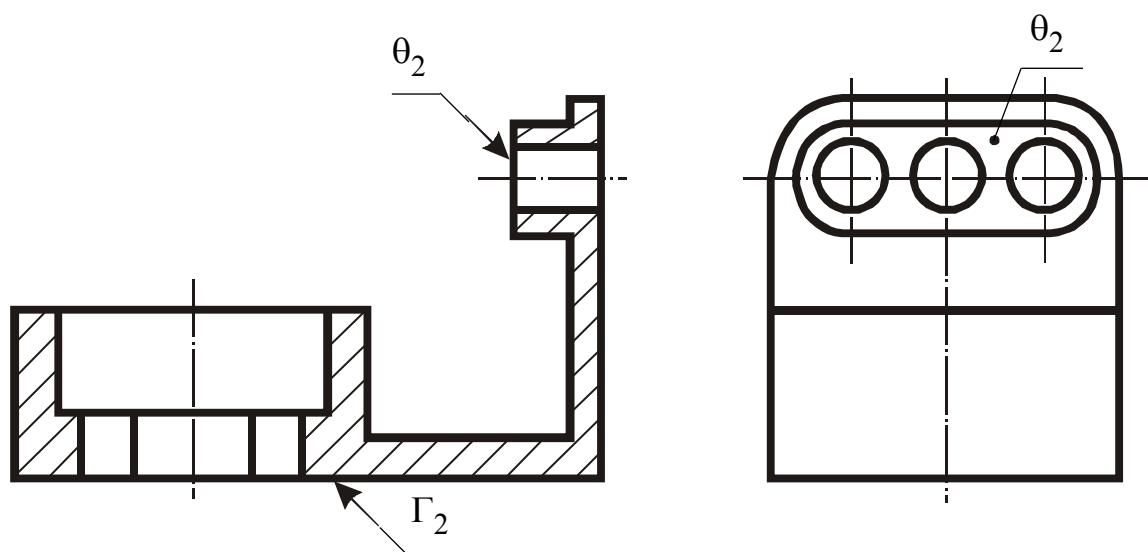
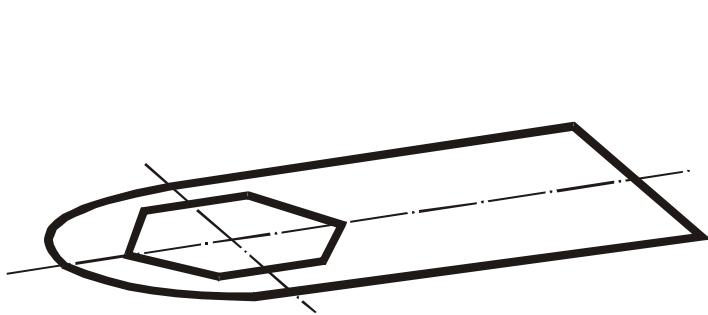


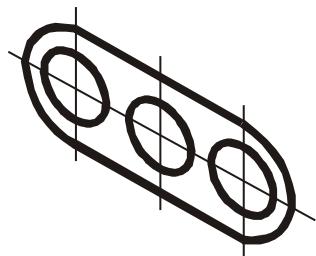
Рис. 93



*a*



*b*



*c*

Рис. 94

## Глава 4

### МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ КУРСА.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ГРАФИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

Программа курса инженерной графики состоит из лекций, практических занятий, самостоятельного изучения курса по учебникам, решения задач в рабочих тетрадях и выполнения контрольных графических заданий.

Приступая к изучению курса инженерной графики, следует повторить стереометрию, обратив особое внимание на главы о прямых, плоскостях и свойствах геометрических фигур.

Основой инженерной графики является начертательная геометрия, которая как наука имеет свои строгие теоретические обоснования. В начертательной геометрии для решения общегеометрических задач используется геометрический способ, при котором свойства фигур изучаются непосредственно по чертежу, в то время как в других частях геометрии чертеж является лишь вспомогательным средством. Теоретический материал на лекциях рассматривается в определенной логической последовательности, используется принцип «от простого к сложному». Круг рассматриваемых вопросов расширяется и углубляется, и непонятое или пропущенное на начальной стадии изучения курса препятствует усвоению последующего материала. Поэтому только при изучении теоретического материала, закреплении его путем решения задач на практических занятиях под руководством преподавателя и самостоятельно, при выполнении в срок контрольных графических заданий можно успешно освоить курс.

Все графические построения при решении задач, должны выполняться при помощи чертежных инструментов и с применением цветных карандашей. Использование цветных карандашей в значительной степени облегчает чтение чертежа. Все точки, линии, плоскости, заданные и полученные в процессе построения, должны быть обозначены.

## § 1. Выполнение и оформление графических заданий

Выполненные задания сдаются преподавателю для проверки в сроки, установленные учебным графиком. Каждое задание студентом защищается. Сроки защиты объявляются на занятиях. При оценке задания на защите учитывается правильность решения задач, входящих в контрольное графическое задание, качество их графического исполнения, степень усвоения основных теоретических положений курса и уровень пространственного мышления студента.

### 1.1. Задание 1. Пересечение поверхностей

Заданы две проекции геометрической фигуры, состоящей из сочетания простейших геометрических фигур.

Требуется построить третью проекцию фигуры и линии пересечения поверхностей.

Работа включает совокупность трех-четырех простейших задач на взаимное пересечение поверхностей. Прежде чем приступить к решению задач, необходимо изучить теоретический материал по темам: «Пересечение многогранных и кривых поверхностей проецирующей плоскостью», «Построение линии пересечения многогранных и кривых поверхностей» (глава 2, § 3 и 4).

#### Методические указания по оформлению задания 1

1. Работа выполняется на листе чертежной бумаги формата А3 (297×420).

2. Исходный комплексный чертеж выполняется в масштабе 1:1 по размерам, данным в приложении. Размеры на комплексном чертеже не проставляются.

3. Графическое исполнение контрольного задания должно соответствовать правилам выполнения и оформления чертежей, содержащимся в сборниках ГОСТов ЕСКД.

4. При выполнении задания следует уделять большое внимание компоновке графических изображений на поле формата. Проекции геометрических образов, построения и надписи должны быть равномерно и рационально размещены на поле формата.

5. Все геометрические образы задач (точки, линии, плоскости), заданные и полученные в результате графических построений, должны быть снабжены буквенными или цифровыми обозначениями. Обозначения и надписи на чертеже выполняются стандартным шрифтом (ГОСТ 2.304-68). Рекомендуется применять шрифты размером 5 и 3,5.

6. На чертеже необходимо сохранить все линии построения и линии связи. Линии невидимого контура вычерчиваются штриховыми.

7. Проекции заданных геометрических образов и все построения выполняются простым карандашом, искомые элементы — цветным.

8. Обязательно должны быть определены опорные точки линий взаимного пересечения поверхностей: экстремальные, очерковые и точки смены видимости, точки на ребрах (для многогранников).

9. Пример оформления и выполнения задания дан на рис. 95.

### Последовательность работы над чертежом

1. Вычертить условие задачи в тонких линиях.

2. Проанализировать, из каких простых геометрических фигур (призм, пирамид, цилиндров, конусов, сфер) состоит заданная фигура.

3. Построить профильную проекцию в тонких линиях.

4. Определить, из совокупности каких задач на взаимное пересечение поверхностей состоит предлагаемая работа.

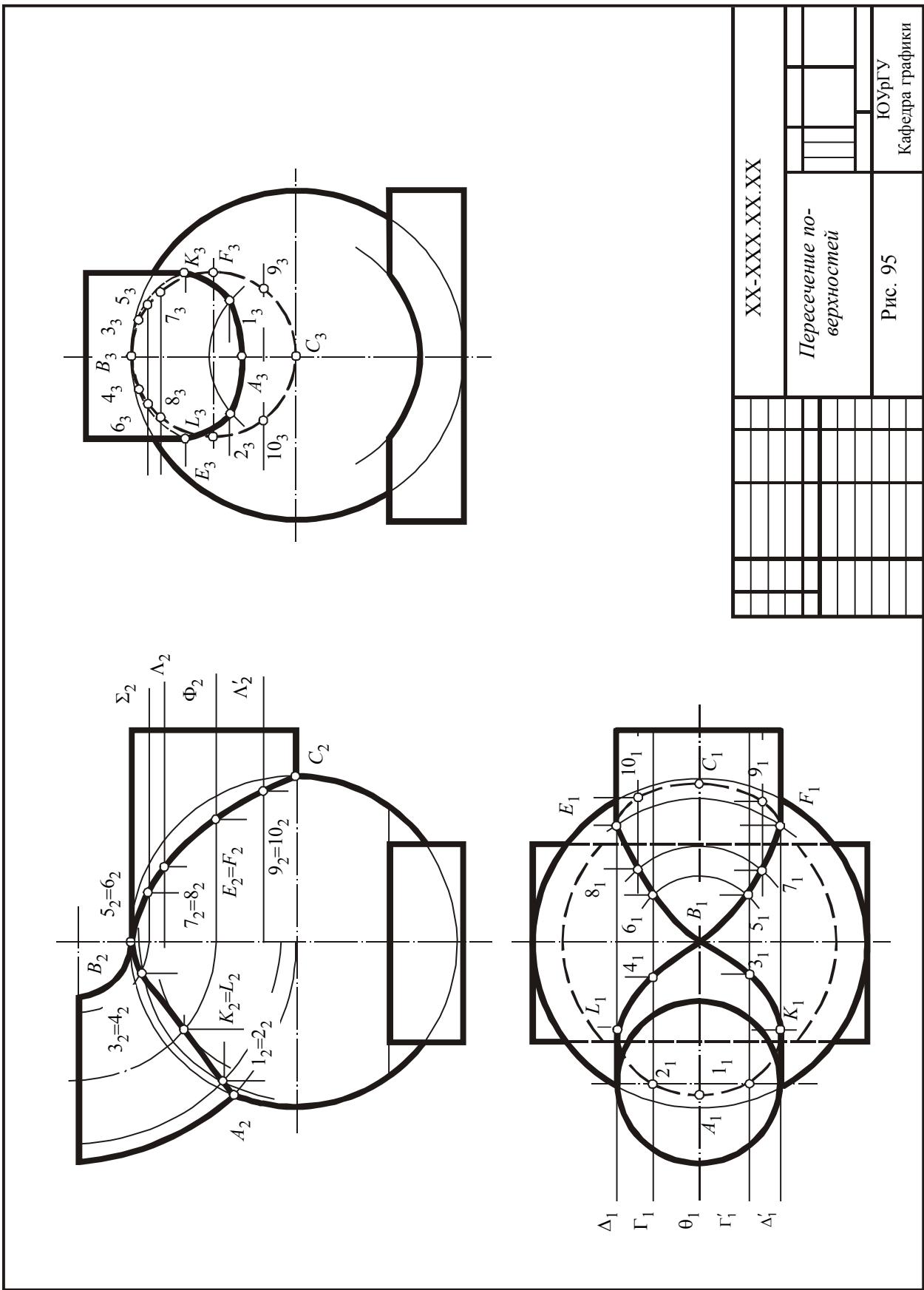
5. Приступить к поэтапному решению этих задач в тонких линиях, применив способы вспомогательных секущих плоскостей или сферических поверхностей, а также принцип принадлежности точки поверхности.

6. Определить видимость линий пересечения и отметить на чертеже.

7. Обвести чертеж линиями требуемой толщины, а проекции линий пересечения поверхностей — цветным карандашом.

### 1.2. Задание 2. Эскизирование моделей

Работа включает в себя оформление титульного листа и выполнение эскизов двух-трех моделей, представляющих собой сочетание простых геометрических фигур — призм, пирамид, цилиндров, конусов, сфер.



Основная цель работы: развить умение решать прямую задачу инженерной графики — имея предмет, построить его изображение с учетом проекционной связи в безосном чертеже, а также осмыслить связь между проекциями предмета и его изображениями, выполненными с условностями, установленными ГОСТ 2.305-68.

### Правила оформления задания

1. Оформление титульного листа — формат А4 (210×297). Все надписи выполняются в карандаше шрифтом типа Б с наклоном согласно ГОСТ 2.304-81. Для выполнения надписей на формате наносится сетка, которая сохраняется и в готовой работе.
2. Эскизы моделей выполняются непосредственно с модели на листе в клетку формата А3 (297×420).

3. Графическое выполнение задания должно соответствовать правилам выполнения и оформления чертежей, содержащимся в сборниках ГОСТов ЕСКД.

Пример выполнения и оформления задания 2 представлен на рис. 75,2.

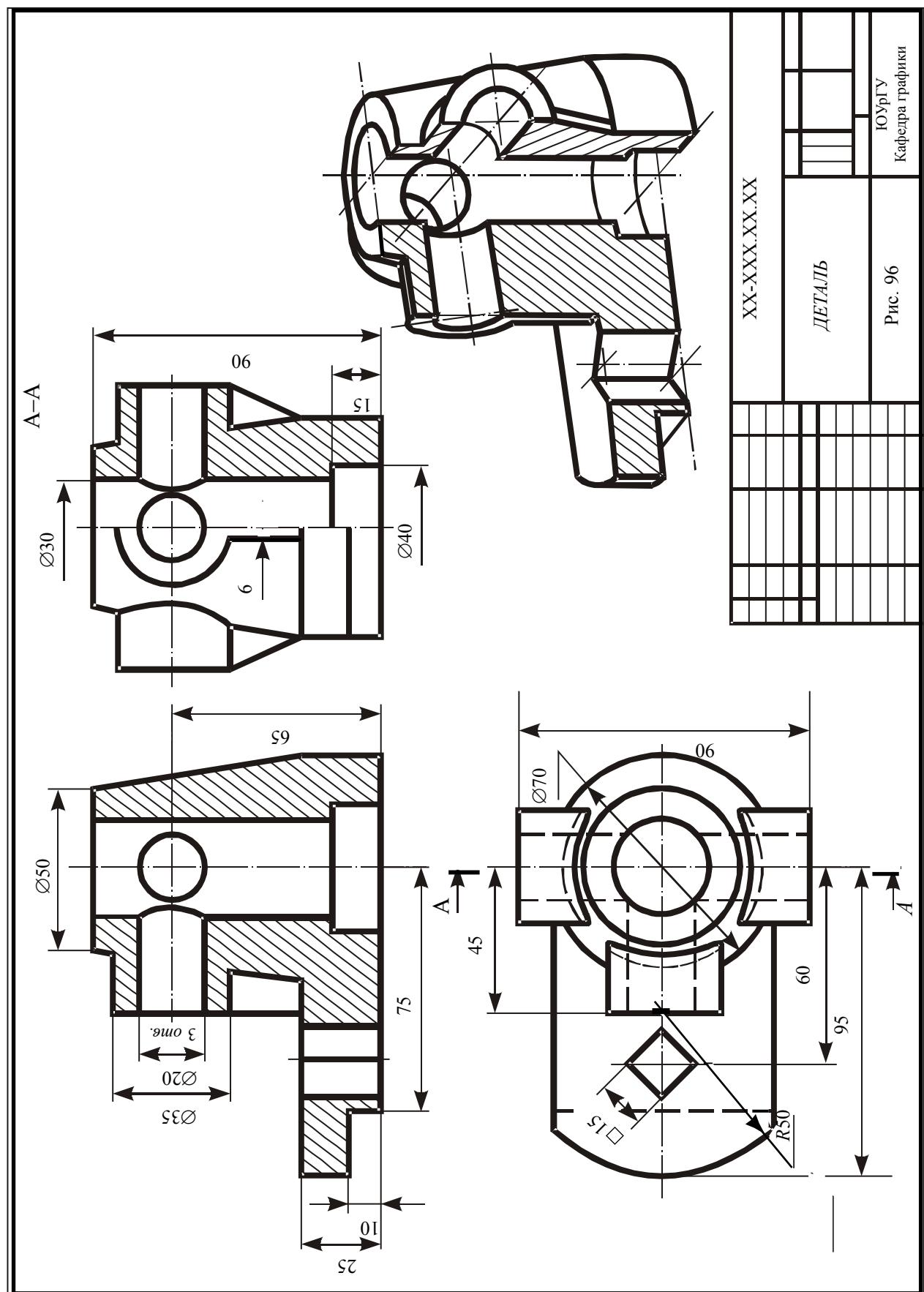
### 1.3. Задание 3. Чертеж детали

Данное задание состоит из трех работ. Каждая работа выполняется на листе ватмана формата А3 (297×420).

Работа 1. По одному из основных видов сконструировать деталь с учетом заданных габаритных размеров. Выполнить чертеж детали, состоящий из трех изображений, содержащих основные виды и необходимые разрезы, нанести размеры. Построить аксонометрические проекции с разрезом плоскостями  $XOY$  и  $YOZ$  (прямоугольную изометрическую и диметрическую проекции).

Следует обратить внимание на компоновку листа. Прямоугольные проекции детали нужно разместить так, чтобы в нижней правой части формата поместилось аксонометрическое изображение детали с вырезом.

Пример выполнения и оформления задания представлен на рис. 96.



Работы 2 и 3. По двум данным видам выполнить чертеж детали, состоящий из трех изображений, расположенных на месте основных видов, построить указанный сложный разрез (в работе 2 — ломаный, в работе 3 — ступенчатый), а также другие необходимые для раскрытия формы разрезы, сечения, местные и дополнительные виды, нанести размеры. Построить истинный вид указанного наклонного сечения.

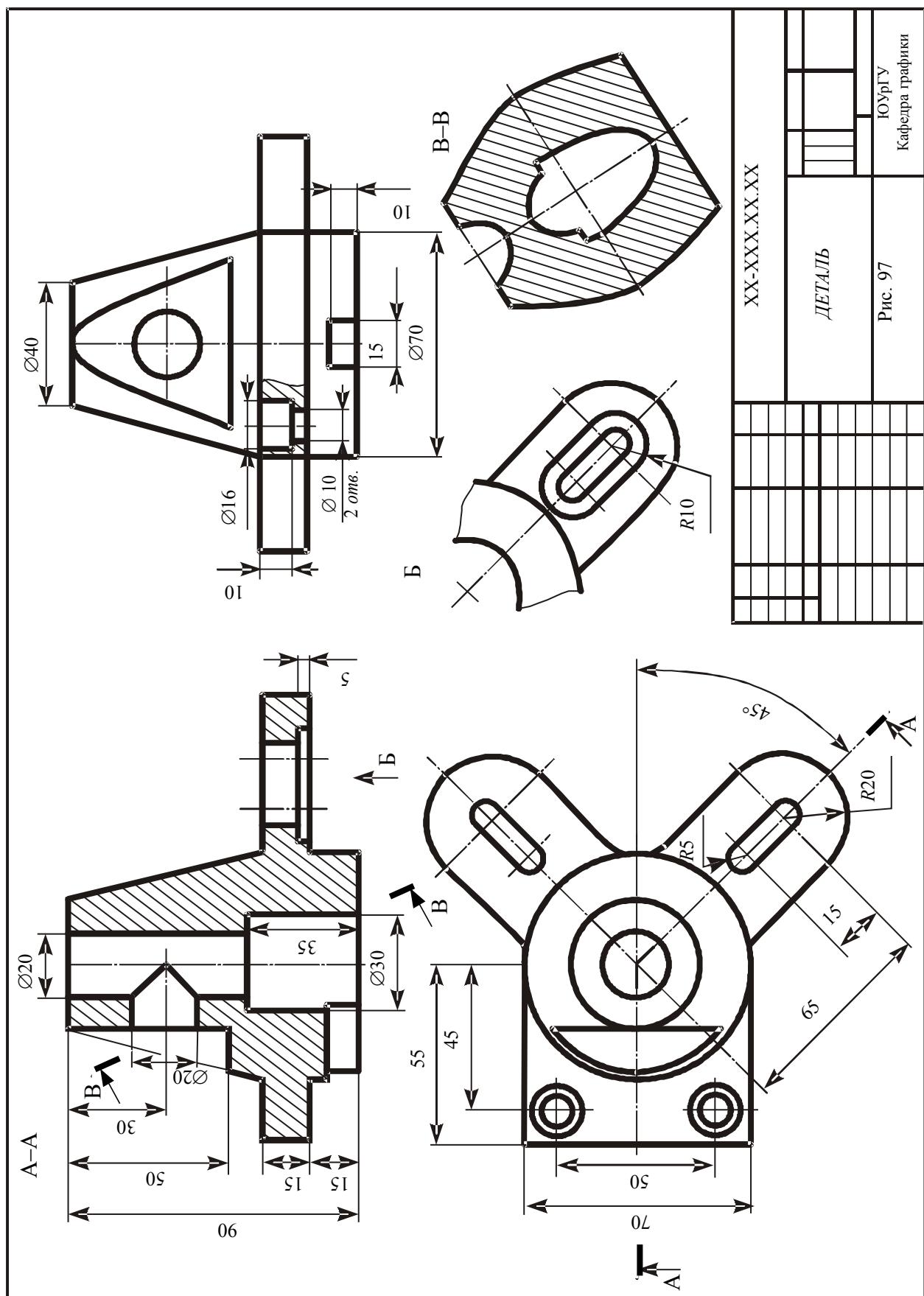
Примеры выполнения и оформления работ 2 и 3 представлены на рис. 97 и 98.

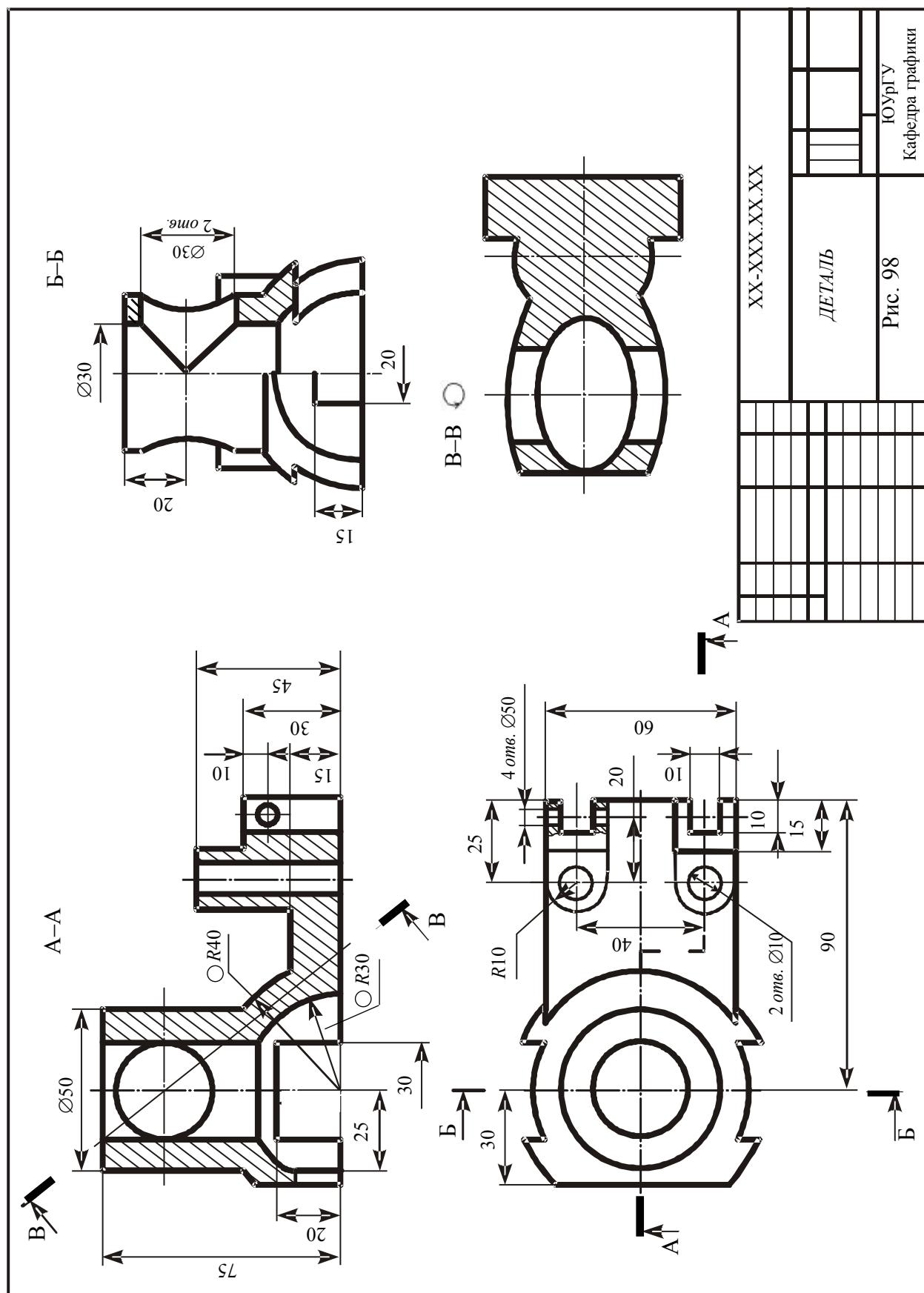
### Методические указания по оформлению задания 3

1. Совокупность изображений (видов, разрезов, сечений), из которых состоит чертеж, должны полностью выявлять форму детали.

2. В вариантах индивидуальных заданий на чертежах-заготовках в ряде случаев размеры нанесены нецелесообразно из-за отсутствия третьего изображения и разрезов. В выполняемых чертежах размерную сетку следует нанести на трех изображениях детали, соблюдая правила, установленные ГОСТ 2.307-68. Размеры, относящиеся к наружной форме предмета, следует нанести со стороны вида, а размеры, относящиеся к внутренним поверхностям — со стороны разреза. Размеры, относящиеся к одному и тому же конструктивному элементу (пазу, выступу, отверстию и т. п.), рекомендуется группировать в одном месте, располагая их на том изображении, на котором геометрическая форма данного элемента показана полностью.

3. Композиция чертежа должна быть рациональной. Композиция заключается в определенном, отвечающем поставленной задаче расположении на листе формата всех элементов чертежа: основных, местных, дополнительных видов, сечений, надписей и т. п. Ясная читаемость чертежа, зрительное равновесие всех его элементов на листе формата и целесообразное использование поля этого формата — необходимые требования, предъявляемые к чертежам любого назначения.





## **§ 2. Подготовка к защите заданий.**

### **Самоконтроль усвоения учебного материала**

#### **2.1. Вопросы к защите задания 1**

1. Что такое чертеж? Значение чертежа в практической деятельности человека. Требования, предъявляемые к чертежу.
2. Для чего Вы изучаете инженерную графику?
3. Какие геометрические фигуры заданы на Вашем чертеже?
4. Что такое линия пересечения двух поверхностей?
5. Какова последовательность решения задач на пересечение поверхностей?
6. В чем суть метода вспомогательных секущих плоскостей?
7. Запишите символическое выражение сути метода вспомогательных секущих плоскостей.
8. Дайте определение полного пересечения (проницания) и частичного (врезания) двух поверхностей.
9. Как выбираются вспомогательные секущие плоскости при решении задачи на пересечение плоскостей?
10. Какие методы используются для определения опорных и промежуточных точек линии пересечения двух поверхностей?
11. Что представляет собой линия пересечения многогранной и кривой поверхностей?
12. Какие точки отмечаются в качестве опорных при пересечении многогранной и кривой поверхностей?
13. Каков характер линии пересечения двух кривых поверхностей?
14. Какие точки отмечаются в качестве опорных при пересечении кривых поверхностей?
15. Каков характер линии пересечения многограных поверхностей?
16. Каковы опорные точки линии пересечения многогранников?
17. Каким образом определяется видимость проекций линии пересечения поверхностей на чертеже?
18. Что такое соосные поверхности вращения?

19. Что представляет собой линия пересечения соосных поверхностей вращения?
20. На каком свойстве соосных поверхностей вращения базируется применение способа вспомогательных сфер при решении задач на пересечение?
21. При каких условиях, решая задачу на пересечение, возможно применить способ концентрических сфер?
22. При каких условиях применяется способ эксцентрических сфер?
23. На какие линии может распадаться в частном случае линия пересечения двух поверхностей второго порядка?
24. Сформулируйте теоремы, определяющие условия распадения кривой четвертого порядка на две кривые второго порядка.

## 2.2. Ответы на вопросы к заданию 1

1. Совокупность двух и более взаимосвязанных изображений предмета называется чертежом. Чертеж имеет исключительно большое значение в практической деятельности человека. Он является средством выражения замыслов ученого и конструктора, а также основным производственным документом, по которому осуществляется строительство зданий и инженерных сооружений, изготовление машин, механизмов и их составных частей. Не всякий чертеж может служить этим целям, а такой, который обладает обратимостью, удобоизмеримостью, наглядностью, геометрической равноценностью оригиналу, простотой построения, точностью графических решений.

«Чертеж является языком техники», — говорил один из создателей начертательной геометрии — Гаспар Монж. Дополняя высказывание Монжа, профессор В. И. Курдюмов — автор классического русского учебника начертательной геометрии — писал: «Если чертеж является языком техники, то начертательная геометрия служит грамматикой этого языка, так как она учит нас правильно читать чужие и излагать наши собственные мысли, пользуясь в качестве слов одними только линиями и точками, как элементами всякого изображения».

2. Инженер в своей практической деятельности не может обойтись без знания этой науки. Знания и навыки, приобретенные при изучении инженерной графики, послужат в дальнейшем основой для решения технических задач в инженерной практике. Изучение начертательной геометрии и инженерной графики развивает пространственное и логическое мышление,

необходимое в любой области инженерной деятельности, и особенно для конструктора и проектировщика.

3. На чертеже заданы две геометрические фигуры... (например: прямой круговой конус и цилиндр; или сфера, тор, призма, усеченная пирамида).

4. Общая линия двух поверхностей называется линией их пересечения.

5. Общий порядок решения задач на пересечения поверхностей рекомендуется следующим:

а) выяснить вид и расположение заданных поверхностей относительно друг друга и плоскостей проекций;

б) определить характер линии пересечения (кривая или ломаная, пространственная или плоская и т. п.)

в) определить опорные точки (точки на ребрах многогранников, экстремальные и очерковые точки);

г) определить промежуточные точки;

д) определить видимость проекций линий пересечения и очерков поверхностей.

6. Суть способа вспомогательных плоскостей состоит в следующем:

а) проводят вспомогательную плоскость  $\Sigma$ , пересекающую заданные поверхности  $\Phi$  и  $\Psi$ ;

б) определяют линии  $m$  и  $n$  пересечения вспомогательной плоскости  $\Sigma$  с каждой из заданных поверхностей;

в) отмечают точки 1 и 2 пересечения построенных линий  $m$  и  $n$ , которые являются искомыми, так как одновременно принадлежат заданным поверхностям.

7. В символическом виде суть способа может быть выражена так:

1)  $\Sigma \wedge \Phi, \Sigma \wedge \Psi;$

2)  $m = \Sigma \wedge \Phi, n = \Sigma \wedge \Psi;$

3)  $1 = m \wedge n; 2 = m \wedge n.$

8. Пересечение может быть полным (проницание) и частичным (врезание). При полном пересечении все образующие (или ребра) одной поверхности пересекаются со второй поверхностью. В этом случае линия пересечения распадаются на две замкнутые самостоятельные кривые или ломаные. При частичном пересечении часть образующих (или ребер) одной поверхности пересекается частью образующих (или ребер) другой. В этом случае линия взаимного пересечения представляет собой замкнутую пространственную кривую или ломаную линию.

9. При решении задач на построение линии пересечения поверхностей вспомогательные секущие плоскости следует выбирать так, чтобы они пересекали каждую заданную поверхность по линиям, проекции которых были бы прямыми или окружностями.

10. Для нахождения точек пересечения применяют принцип принадлежности или используют вспомогательные поверхности: плоскости или сферы. При решении многих задач эти способы применяют совместно.

11. Линия пересечения многогранной и кривой поверхностей является совокупностью нескольких плоских кривых, каждая из которых — результат пересечения кривой поверхности с одной из граней многогранника. Эти плоские кривые попарно пересекаются в точках пересечения ребер многогранника с кривой поверхностью. Отдельные участки линии, получаемые при пересечении, представляют собой кривые: эллипс, гиперболу, параболу, окружность и др.

12. Опорные точки при пересечении многогранных и кривых поверхностей — это точки пересечения ребер многогранника с кривой поверхностью, экстремальные и точки смены видимости.

13. Линия пересечения двух поверхностей второго порядка в общем случае (частичное пересечение) представляет собой алгебраическую кривую четвертого порядка, которая при полном пересечении может распадаться на две или более части.

14. Опорные точки линии пересечения двух кривых поверхностей следующие: экстремальные точки (высшая и низшая относительно  $\Pi_1$ , ближняя и дальняя относительно  $\Pi_2$ ); очерковые точки (проекции которых принадлежат очеркам горизонтальной, фронтальной и профильной проекциям заданных пересекающихся фигур) и точки смены видимости (точки, в которых проекции линии пересечения на чертеже меняют видимость).

15. Две многогранные поверхности пересекаются по замкнутой пространственной ломаной линии (случай врезания), которая может распадаться на две замкнутые ломаные (случай проницания).

16. Опорные точки общей линии двух многогранников — это точки пересечения ребер первого многогранника с гранями второго и ребер второго многогранника с гранями первого.

17. Видимость проекций линии пересечения на чертеже определяется с помощью точек смены видимости относительно горизонтальной, фронтальной и профильной плоскостей проекций. Проекции точек и линий, принадлежащих видимой части поверхности, на чертеже видимы.

18. Поверхности вращения, имеющие общую ось, называются соосными.

19. Соосные поверхности вращения пересекаются по окружностям.

20. Применение вспомогательных сфер при построении линии пересечения кривых поверхностей основано на свойстве соосных поверхностей вращения пересекаться по окружностям.

21. Для применения способа концентрических сфер необходимо выполнение следующих условий:

а) пересечение поверхностей вращения;

б) оси поверхностей — пересекающиеся прямые, параллельные одной из плоскостей проекций, т. е. имеется общая плоскость симметрии;

в) нельзя использовать способ вспомогательных плоскостей, так как они не дают графически простых линий на поверхностях.

22. Когда оси пересекающихся поверхностей скрещиваются, а не пересекаются, то способ концентрических сфер применить нельзя. Способ эксцентрических сфер можно применить в том случае, если:

а) каждая из поверхностей имеет круговые сечения;

б) имеется общая плоскость симметрии, параллельная одной из плоскостей проекций.

23. В частном случае линия пересечения двух поверхностей второго порядка может распадаться на линии низших порядков, сумма порядков которых равна 4:

а) на четыре прямых — 1+1+1+1;

б) на две прямые и кривую второго порядка — 1+1+2;

в) на прямую и кривую третьего порядка — 1+3;

г) на две кривые второго порядка — 2+2.

24. *Теорема 1.* Если две поверхности второго порядка пересекаются по одной плоской кривой, то они пересекаются еще по одной кривой, которая тоже будет плоской.

*Теорема 2.* Если две поверхности второго порядка имеют касание в двух точках, то линия их пересечения распадается на две кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки касания.

*Теорема 3 (Монжа).* Если две поверхности второго порядка описаны около третьей или вписаны в нее, то линии их пересечения распадается на две кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки пересечения линий касания.

### 2.3. Вопросы к защите заданий 2 и 3

1. Что представляет собой единый комплекс стандартов? Когда он разработан?
2. Какие стандарты изучаются при выполнении заданий по проекционному черчению?
3. Какие инструменты и приспособления следует применять при выполнении графических заданий?
4. Рассказать о стандарте на форматы.
5. Назовите масштабы уменьшения и увеличения, установленные ГОСТ 2.302-68.
6. Расскажите о типах линий, установленных ГОСТ 2.303-68, об их назначении при выполнении чертежей.
7. Расскажите об основной надписи, установленной для оформления чертежей.
8. Перечислите основные виды в соответствии с ГОСТ 2.305-68.
9. Дайте определение вида.
10. Что такое местный вид?
11. Что такое дополнительный вид?
12. Дайте определение сечения.
13. Дайте определение разреза.
14. Как классифицируются разрезы в зависимости от числа секущих плоскостей?
15. Что называется местным разрезом?
16. Как подразделяются сложные разрезы?
17. В чем основное различие между вынесенным и наложенным сечениями?
18. Какие линии используются для изображения вынесенного и наложенного сечения?
19. Для чего используются сечения и разрезы?
20. В каком случае не обозначается положение секущей плоскости при изображении разреза?

21. Как классифицируются разрезы в зависимости от положения секущей плоскости?
22. В чем заключается геометрический принцип задания размеров на чертеже предмета?
23. Дайте определение размеров формы, размеров положения (координатных), габаритных размеров.
24. Каким ГОСТом устанавливаются правила нанесения размеров на чертежах?
25. Что представляет собой аксонометрическая проекция геометрической фигуры, предмета?
26. Что такое коэффициент искажения по осям?
27. Назовите три типа аксонометрии в зависимости от коэффициента искажения по осям.
28. В чем отличие между косоугольной и прямоугольной аксонометрическими проекциями?
29. Расскажите об установленном ГОСТ 2.317-69 правиле штриховки сечений в аксонометрической проекции?
30. Расскажите о способах построения четырехцентровых овалов, заменяющих эллипс в изометрии и в диметрии, в аксонометрических плоскостях  $XOY$  и  $XOZ$ .

#### 2.4. Ответы на вопросы к заданиям 2 и 3

1. Первые стандарты на оформление чертежей были утверждены в 1928 г. Затем они дополнялись и изменялись. В 1965–1967 гг. был разработан комплекс стандартов — Единая система конструкторской документации (ЕСКД). Этот комплекс, включающий в себя более ста ГОСТов, вводит единые правила оформления конструкторской документации, устанавливает единую терминологию, используемую при проектировании.
2. При выполнении заданий по проекционному черчению изучаются стандарты на оформление чертежей, такие, как «Форматы», «Масштабы», «Линии», «Шрифты чертежные», «Изображения — виды, разрезы, сечения», «Обозначения графические материалов и правила их нанесения на чертежах», «Нанесение размеров и предельных отклонений», а также «Аксонометрические проекции».

3. При выполнении графических заданий по черчению применяются карандаши различной твердости, линейки, угольники, циркули, ластики, приспособления для заточки карандашей, а также листы ватманской бумаги формата А3.

4. Все чертежи должны выполняться на листах определенных размеров, которые установлены ГОСТ 2.301-68. Использование стандартных форматов экономит бумагу и создает удобство хранения чертежей. ГОСТ 2.301-68 устанавливает пять основных форматов для чертежей, а именно: А4 (297×210), А3 (297×420), А2 (594×420), А0 (1189×841). Допускается применение дополнительных форматов, образуемых увеличением коротких сторон основных форматов на величину, кратную их размерам.

5. ГОСТ 2.302-68 устанавливает масштабы уменьшения: 1:2; 1:2,5; 1:4; 1:10 $n$  и масштабы увеличения: 2:1; 2,5:1; 4:1; 5:1; 10 $n$ :1.

6. При выполнении заданий применяются шесть основных типов линий, начертание и назначение которых определяет ГОСТ 2.303-68. Эти линии следующие: сплошная толстая основная — для линий видимого контура; сплошная тонкая — для размерных и выносных линий, контура наложенного сечения, линий штриховки; сплошная волнистая — для линий обрыва, разграничения вида и разреза; штриховая — для линий невидимого контура; штрих-пунктирная — для осевых и центровых линий; разомкнутая — для обозначения линий сечения.

7. ГОСТ 2.304-68 устанавливает габаритные размеры основных надписей, а также объем необходимой информации, содержащейся в них. Основная надпись располагается в нижнем правом углу чертежа. На формате А4 — только вдоль короткой стороны.

8. ГОСТ 2.305-68 устанавливает шесть основных видов, получаемых на основных плоскостях проекций: спереди (главный вид), сверху, слева, справа, снизу, сзади.

9. Вид — изображение обращенной к наблюдателю видимой части поверхности предмета.

10. Изображение отдельного, ограниченного места поверхности предмета называется местным видом.

11. Дополнительный вид получается на плоскостях, непараллельных основным плоскостям проекций.

12. Сечение — изображение фигуры, получающейся при мысленном рассечении предмета одной или несколькими плоскостями.

13. Разрез — изображение предмета, мысленно рассеченного одной или несколькими плоскостями. На разрезе показывается то, что получается в секущей плоскости и что расположено за ней.

14. В зависимости от числа секущих плоскостей разрезы разделяются на простые и сложные.

15. Разрез, служащий для выяснения устройства предмета лишь в отдельном, ограниченном месте, называется местным.

16. Сложные разрезы бывают ступенчатыми, если секущие плоскости параллельны, и ломаными, если секущие плоскости пересекаются.

17. Вынесенное сечение изображают вне контура вида предмета, детали или в разрыве. Наложенное сечение вычерчивают непосредственно на изображении предмета, детали, при этом контур изображения не прерывают.

18. Контур вынесенного сечения, а также сечения, входящего в состав разреза, изображают сплошными основными линиями, а контур наложенного сечения — сплошными тонкими линиями.

19. Разрезы и сечения используются для выявления внутренней формы предмета.

20. Положение секущей плоскости при изображении разреза не обозначается, если секущая плоскость совпадает с плоскостью симметрии предмета.

21. В зависимости от положения секущей плоскости относительно горизонтальной плоскости проекций разрезы разделяются на:

а) горизонтальные — секущая плоскость параллельна горизонтальной плоскости проекций;

б) вертикальные — секущая плоскость перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций;

в) наклонные — секущая плоскость составляет с горизонтальной плоскостью проекций угол, отличный от прямого.

Вертикальные разрезы называются:

а) фронтальными, если секущая плоскость параллельна фронтальной плоскости проекций;

б) профильными, если секущая плоскость параллельна профильной плоскости проекций.

22. При выполнении заданий по разделу «Проекционное черчение» используется геометрический принцип задания размеров на чертеже: задают размеры формы, размеры положения, габаритные размеры.

23. Размеры формы определяют каждую из простейших геометрических форм, образующих деталь.

Размеры положения характеризуют относительное положение формообразующих поверхностей относительно друг друга, относительно осей и плоскостей базовых или симметрии.

Расстояния между крайними точками детали по длине, высоте и ширине называют габаритными размерами.

24. ГОСТ 2.307-68 устанавливает правила нанесения размеров и предельных отклонений на чертежах и других технических документах на изделия всех отраслей промышленности и строительства.

25. Аксонометрическая проекция — изображение геометрической фигуры, которое получается путем параллельного проецирования ее на некоторую плоскость  $\Pi'$  вместе с декартовой системой прямоугольных координат  $Oxyz$ , к которой она отнесена в пространстве.

26. Отношение длины аксонометрической проекции отрезка координатной оси или отрезка, параллельного этой оси, к длине самого отрезка называют коэффициентом искажения по осям.

27. В зависимости от сравнительной величины коэффициентов искажения по осям различается три вида аксонометрии:

а) изометрия, когда все три коэффициента искажения равны между собой  $u=v=w$ ;

б) диметрия, когда два коэффициента искажения равны между собой, а третий им не равен, например,  $u=w \neq v$ ;

в) триметрия, когда все три коэффициента искажения не равны между собой  $u \neq v \neq w$ .

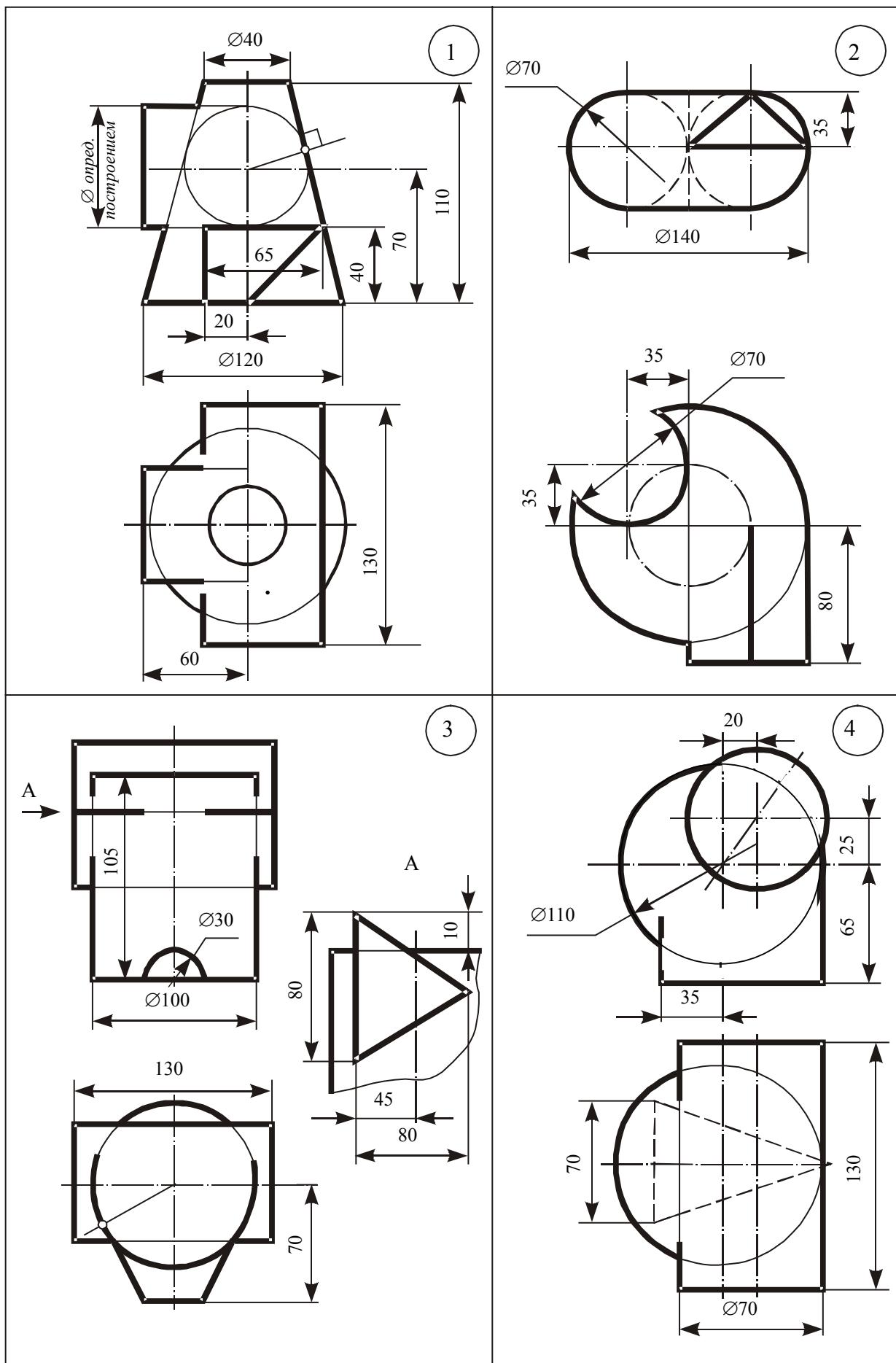
28. В зависимости от направления проецирования аксонометрические проекции разделяются на прямоугольные, у которых направление проецирования перпендикулярно к аксонометрической плоскости, и косоугольные, у которых направление проецирования не перпендикулярно к аксонометрической плоскости.

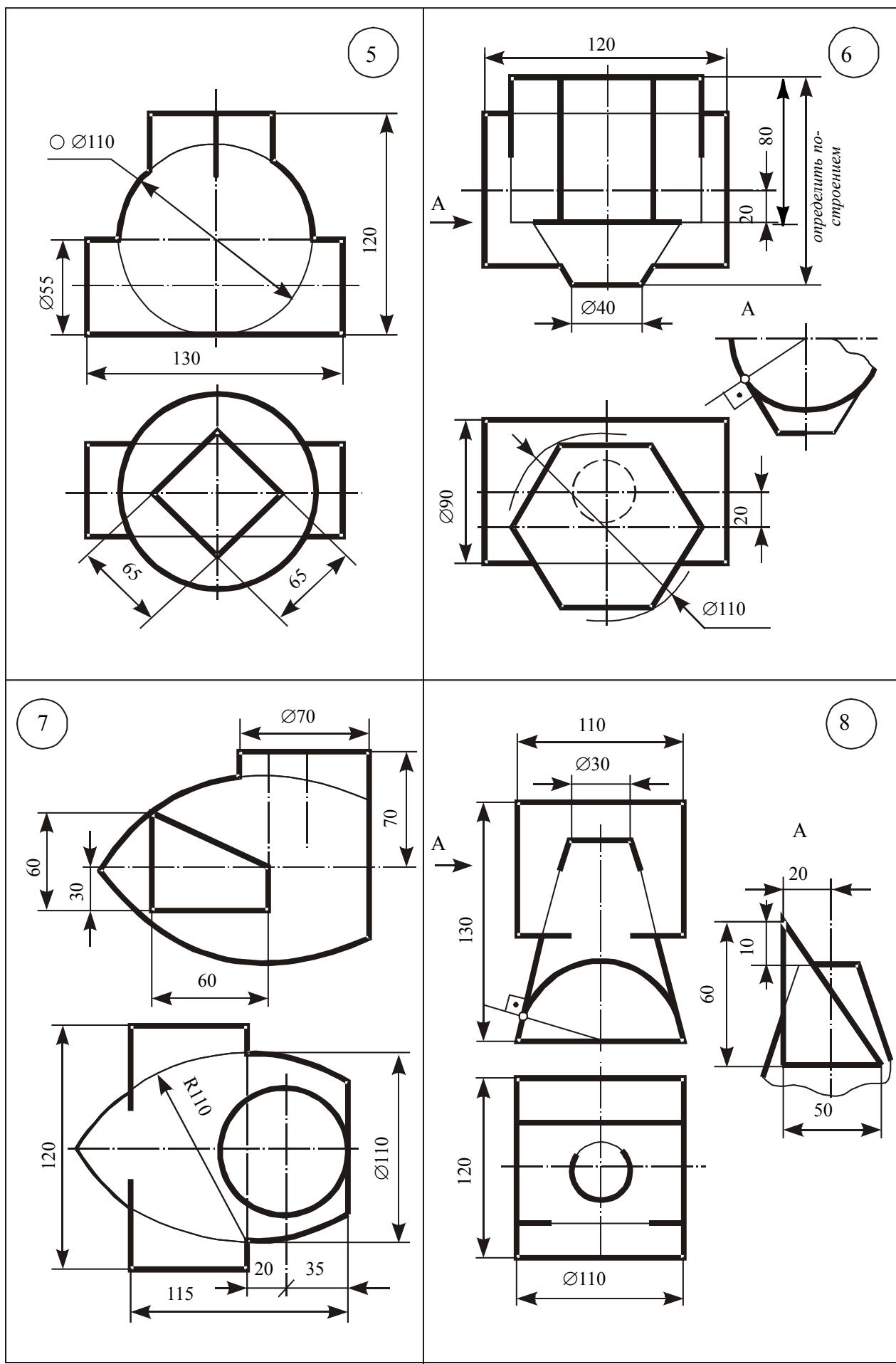
29. Линии штриховки сечений в аксонометрических плоскостях наносят параллельно одной из диагоналей проекций квадратов, принадлежащих соответствующим координатным плоскостям, стороны которых параллельны аксонометрическим.

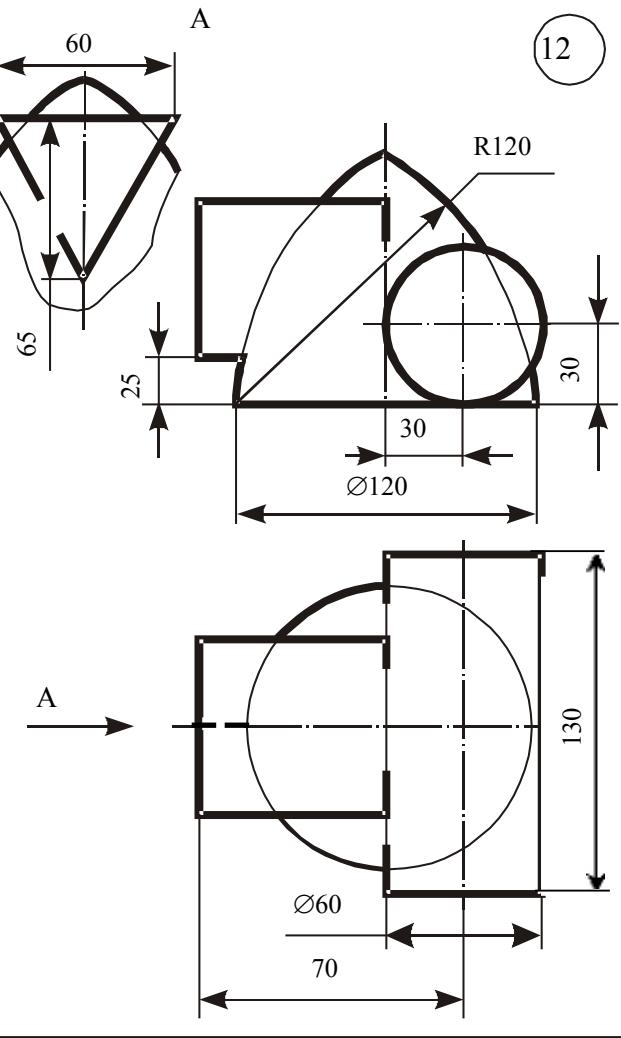
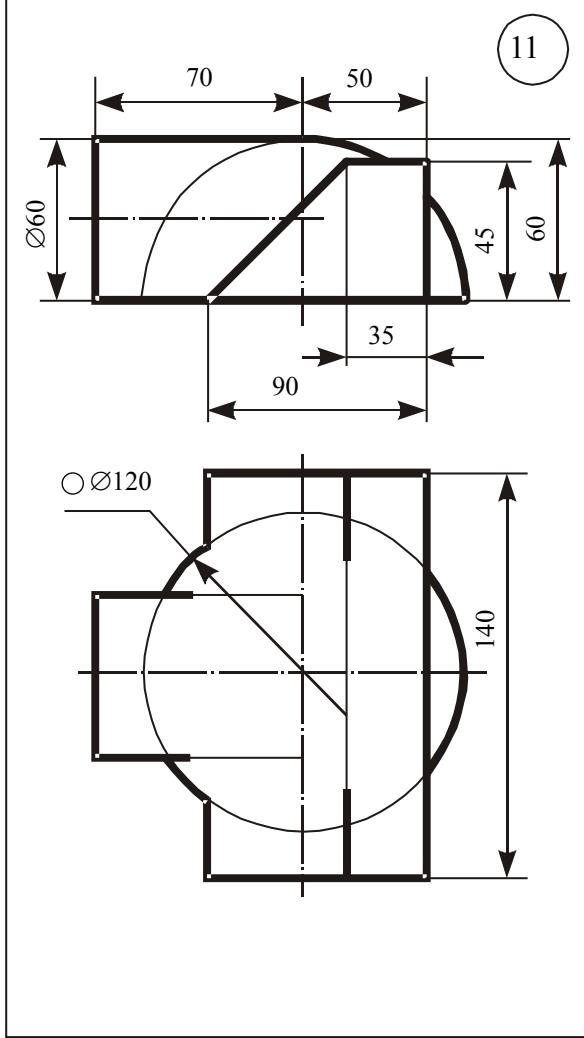
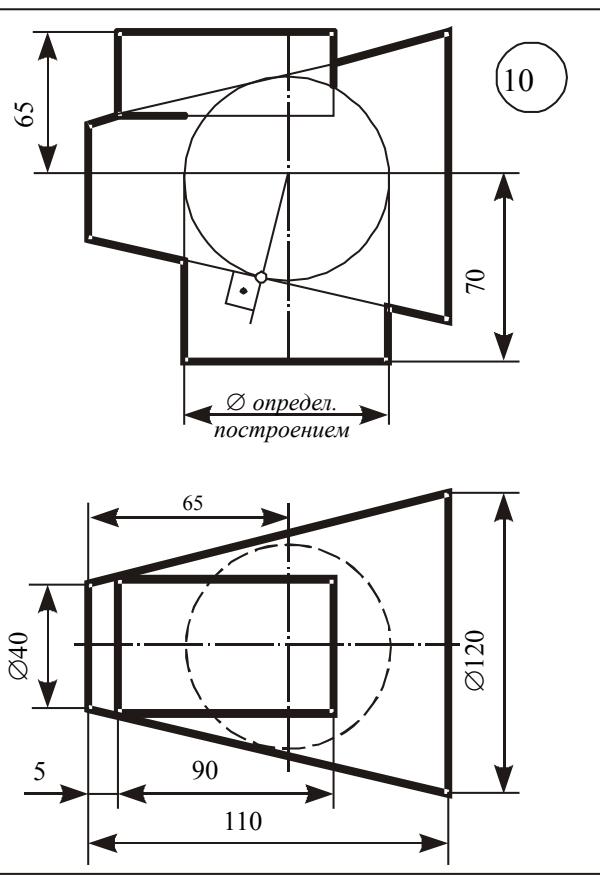
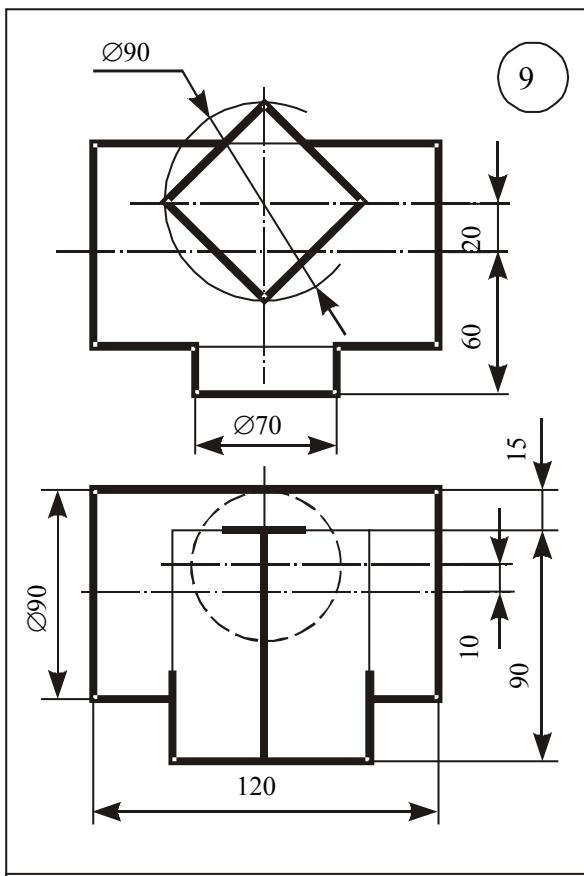
## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

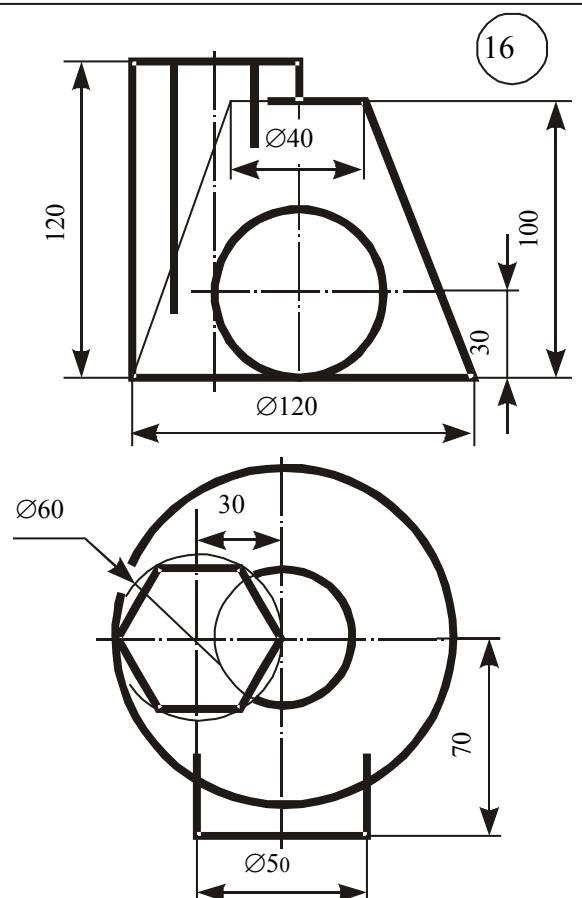
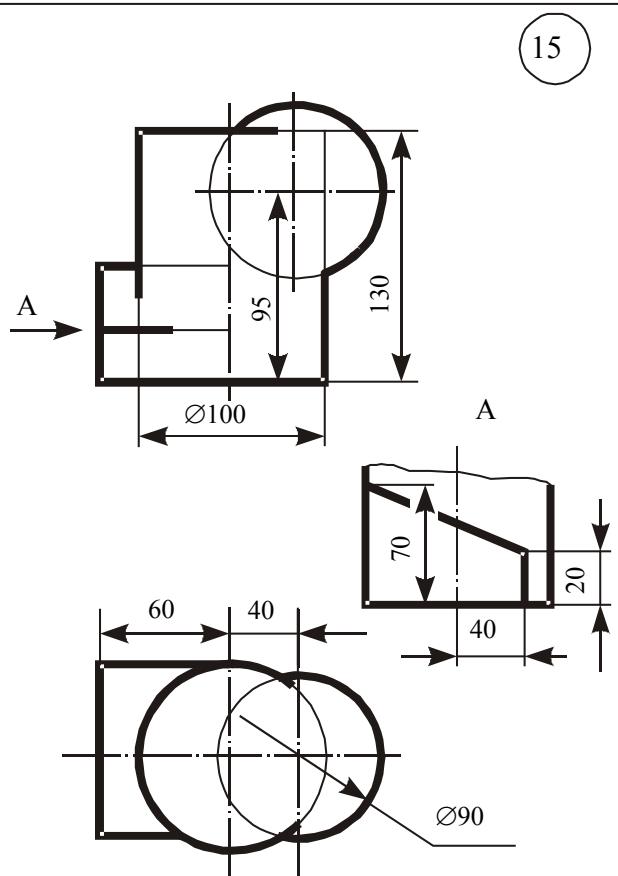
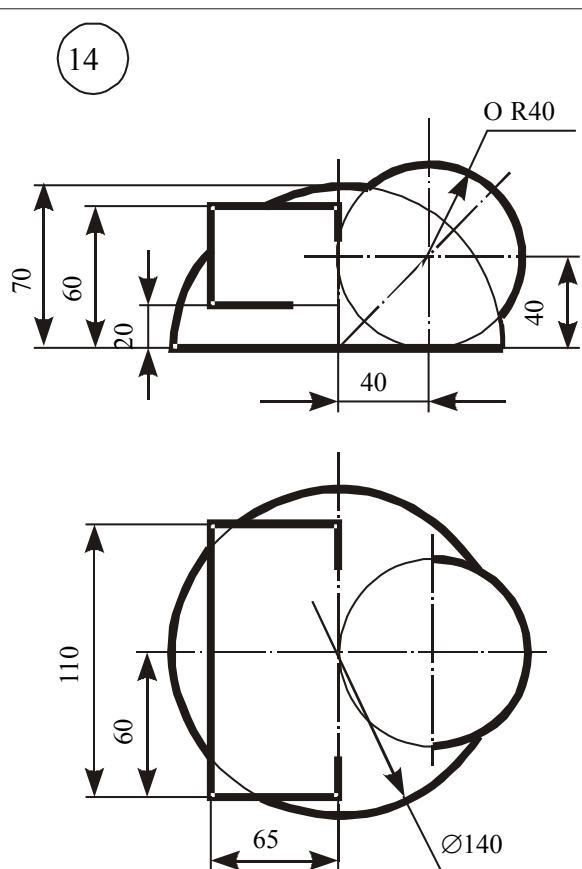
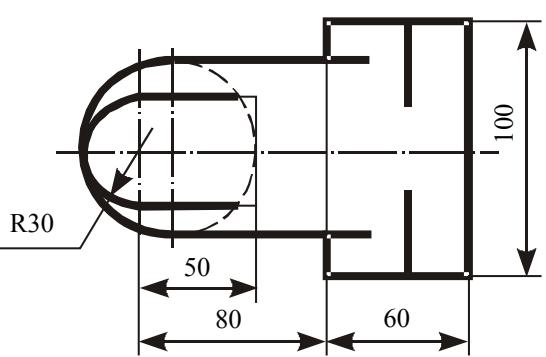
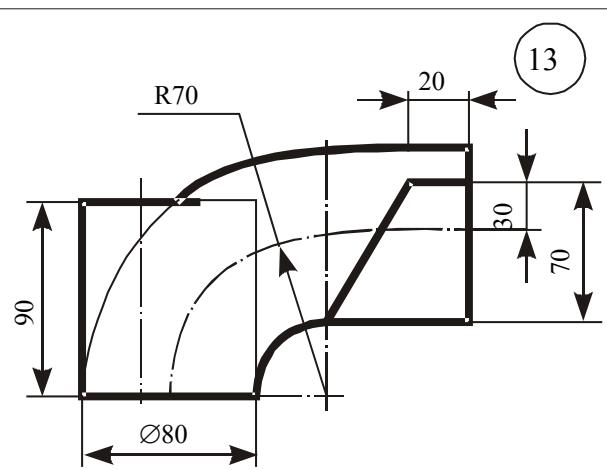
1. Хмарова, Л.И. Теоретические и практические основы выполнения проекционного чертежа: учебное пособие / Л.И. Хмарова, Ж.В. Путина. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2004. – 132 с.
2. Путина, Ж.В., Инженерная графика: учебное пособие / Ж.В. Путина, А.А. Федорова. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 1991. – 106 с.
3. Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии: учебник / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский. – М.: Высшая школа, 1999. – 356 с.
4. Лагерь, А.И. Инженерная графика: учебник / А.И. Лагерь. – М.: Высшая школа, 2002. – 284 с.
5. Путина, Ж.В. Подготовка к защите контрольных графических заданий: учебное пособие / Ж.В. Путина, Л.И. Хмарова, Э.М. Зорина. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2000. – 68 с.
6. Путина, Ж.В. Тетрадь для записи лекций по инженерной графике / Ж.В. Путина. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 1995. – 76 с.
7. Единая система конструкторской документации: общие правила выполнения чертежей. – М.: Издательство стандартов, 1991.

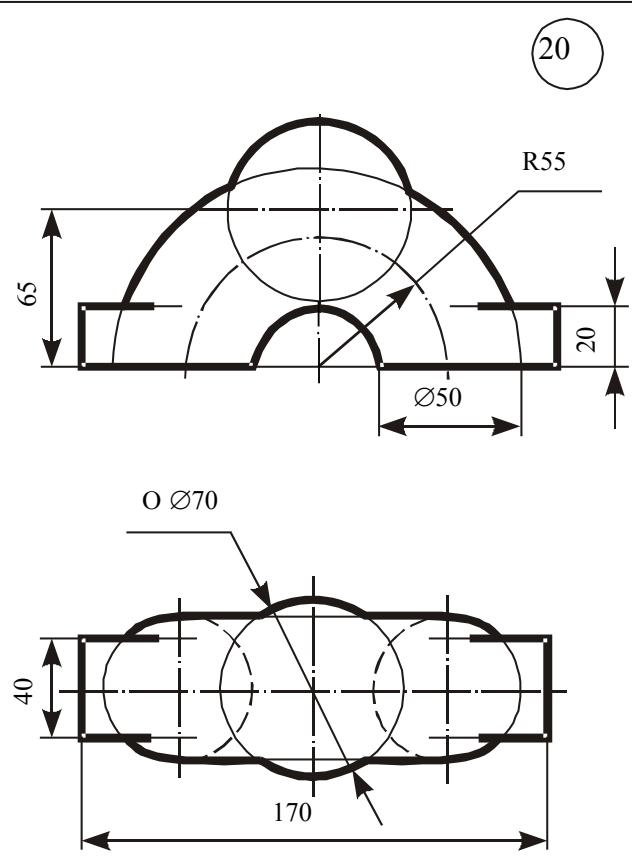
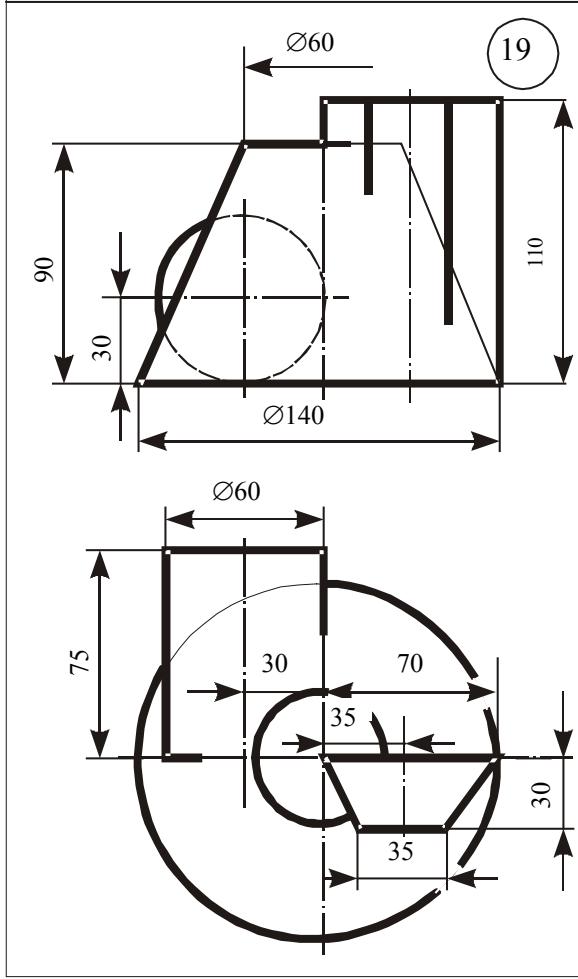
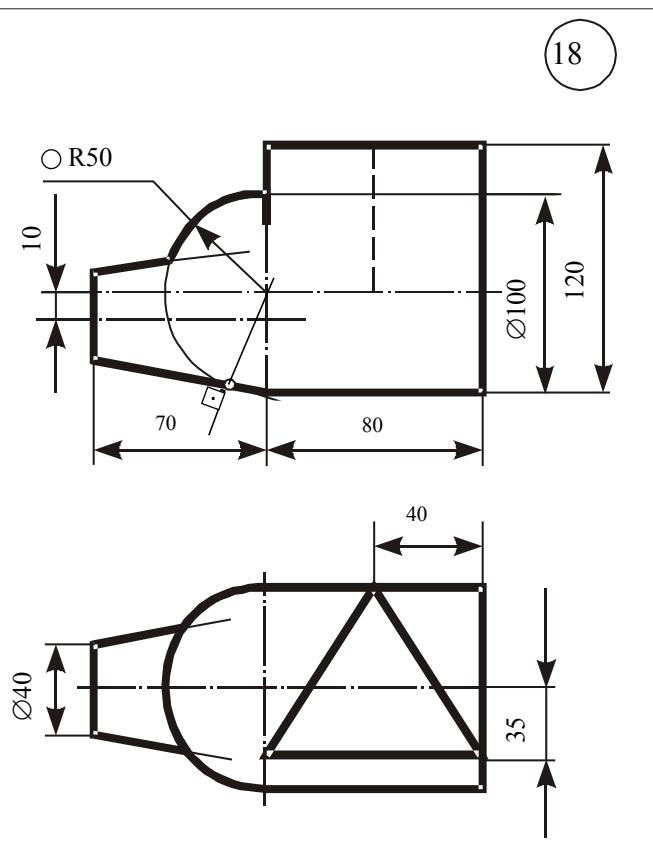
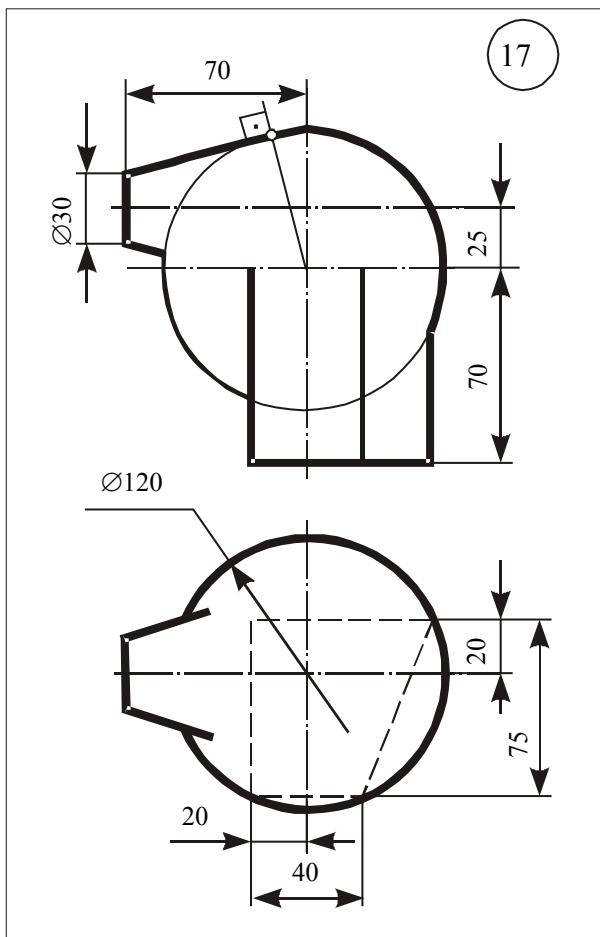
## ПРИЛОЖЕНИЕ

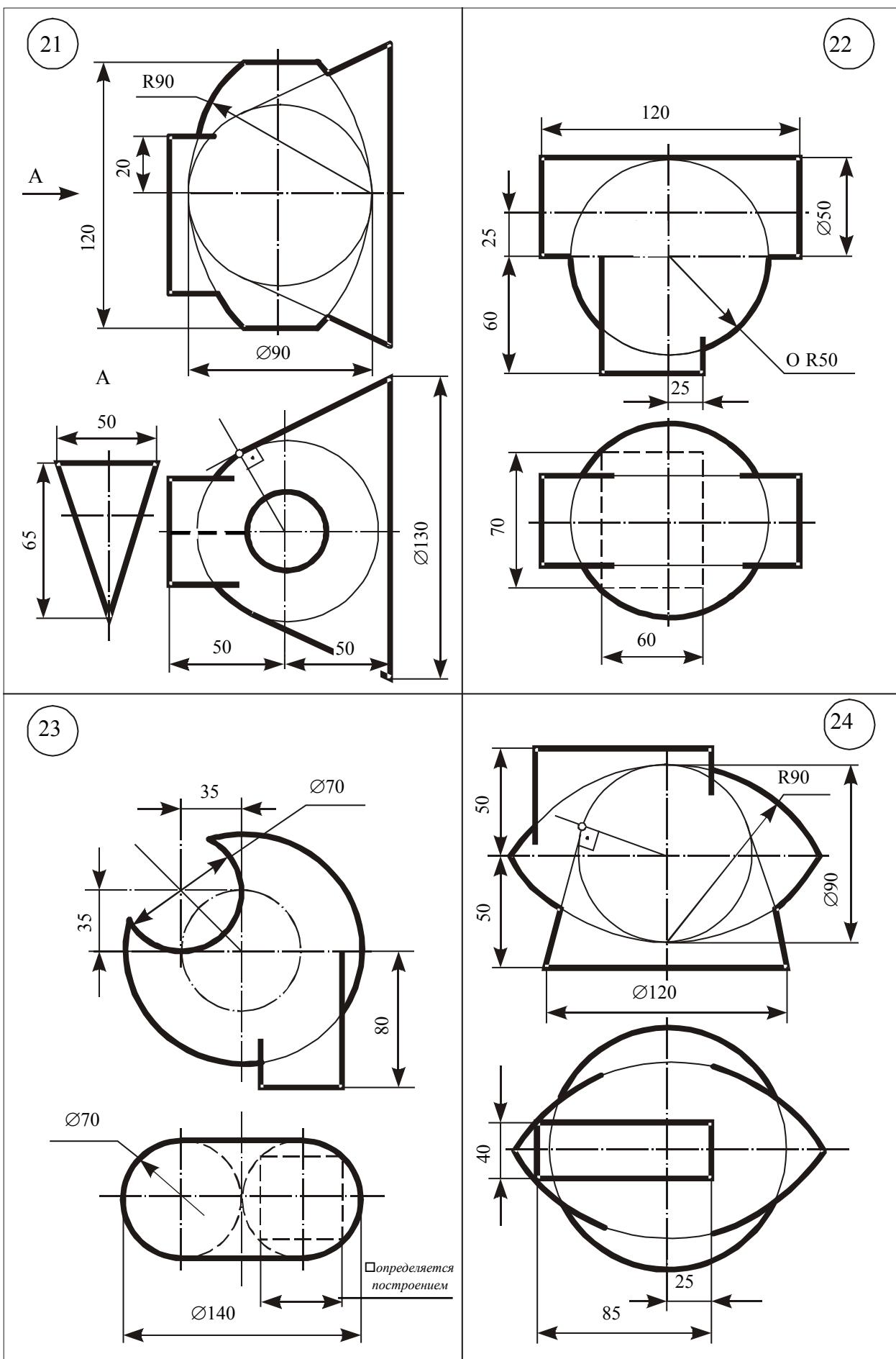












# ОГЛАВЛЕНИЕ

Принятые обозначения .....	3
Символика .....	3
Введение .....	5
<b>Глава 1. Ортогональное (прямоугольное) проецирование геометрических фигур</b>	
§ 1. Инвариантные свойства ортогонального проецирования .....	6
§ 2. Комплексные чертежи геометрических фигур .....	8
2.1. Точка. Проекции точки на две и три плоскости проекций .....	9
2.2. Линии.....	13
2.2.1. Прямая линия. Принадлежность точки прямой линии.	
Прямые частного положения .....	13
2.2.2. Кривая линия .....	14
2.3. Поверхности .....	18
2.3.1. Плоскость. Задание на чертеже.	
Принадлежность точки и прямой линии плоскости .....	18
2.3.2. Гранные поверхности. Многогранники .....	23
2.3.3. Поверхности вращения.....	27
§ 3. Построение изображений предмета как сочетания простых геометрических фигур. Виды по ГОСТ 2.305-68.	
Выбор главного вида.....	34
<b>Глава 2. Взаимное положение геометрических фигур.</b>	
<b>Определение их общих элементов (позиционные задачи)</b>	
§ 1. Взаимное положение прямых.....	37
§ 2. Определение общих элементов геометрических фигур из условий принадлежности .....	39
§ 3. Пересечение поверхностей с проецирующей плоскостью и с прямой линией .....	41
3.1. Пересечение многогранника с проецирующей плоскостью .....	42
3.2. Пересечение поверхности вращения с проецирующей плоскостью.....	43
3.3. Пересечение поверхностей с прямой линией .....	48
3.4. Сечения и разрезы (ГОСТ 2.305-68) .....	50
§ 4. Построение линии пересечения поверхностей .....	54
4.1. Способ вспомогательных плоскостей.....	55
4.2. Построение линии пересечения многогранной и кривой поверхностей.....	56

4.3. Построение линии пересечения двух многогранных поверхностей .....	58
4.4. Построение линий пересечения кривых поверхностей.....	62
4.4.1. Общий случай.....	62
4.4.2. Пересечение соосных поверхностей вращения.....	65
4.4.3. Способ вспомогательных сфер.....	66
4.5. Особые случаи пересечения поверхностей второго порядка .....	70

### **Глава 3. Чертежи предметов**

§ 1. Эскизирование .....	74
§ 2. Построение третьего вида предмета по двум заданным.....	78
§ 3. Построение истинного вида наклонного сечения предмета способом замены плоскостей проекций .....	82
§ 4. Изображение предмета в аксонометрических проекциях	
4.1. Основные понятия и определения .....	88
4.2. Виды аксонометрии .....	90
4.3. Прямоугольная изометрия.....	91
4.4. Прямоугольная диметрия .....	92
4.5. Построение аксонометрических проекций кривых линий.....	96
4.6. Последовательность построения аксонометрических проекций предмета.....	99
4.7. Условности при выполнении аксонометрических проекций ..	102

### **Глава 4. Методика изучения курса.**

#### **Контрольные графические задания**

§ 1. Выполнение и оформление графических заданий.....	105
1.1. Задание 1. Пересечение поверхностей .....	105
1.2. Задание 2. Эскизирование моделей.....	106
1.3. Задание 3. Чертеж детали .....	108
§ 2. Подготовка к защите заданий. Самоконтроль усвоения учебного материала	
2.1. Вопросы к защите задания 1 .....	113
2.2. Ответы на вопросы к заданию 1 .....	114
2.3. Вопросы к защите заданий 2 и 3.....	118
2.4. Ответы на вопросы к заданиям 2 и 3 .....	119
Библиографический список .....	123
Приложение .....	124