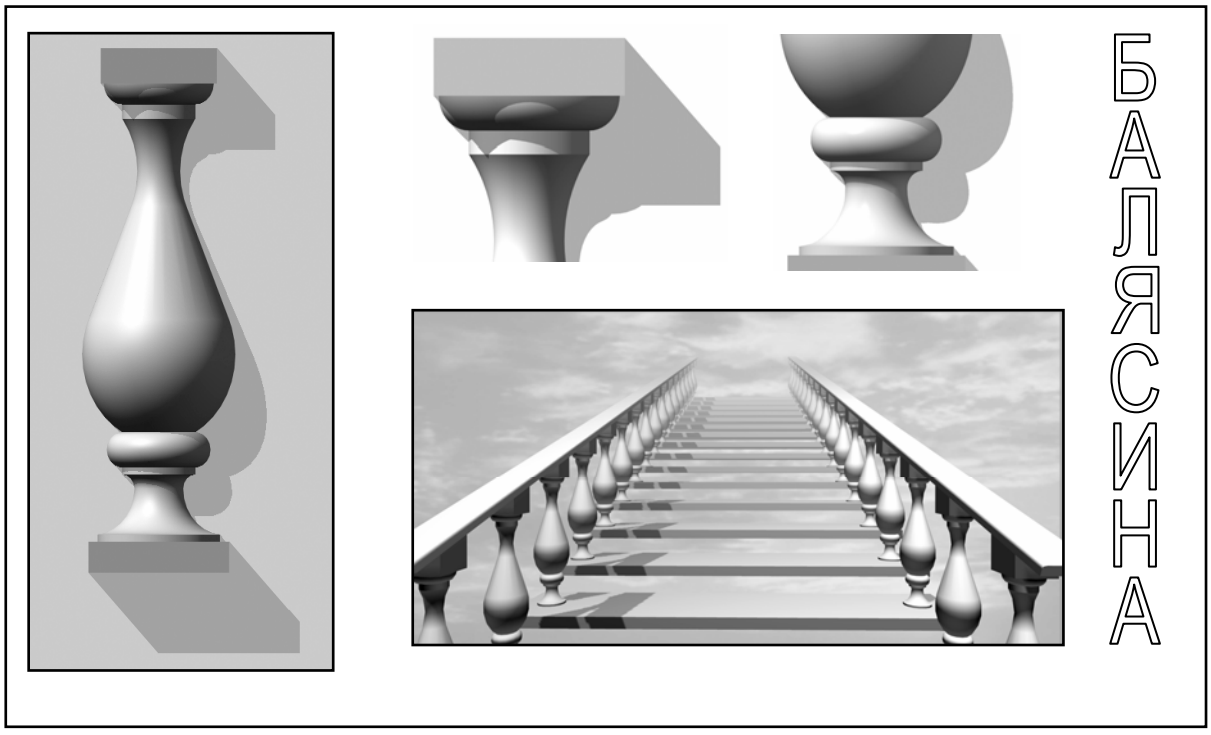
Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра графики

514.18(07)
К687

В.А. Короткий

# Тени, аксонометрия, перспектива

**Электронный конспект лекций**




Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2010

УДК 514.18(075.8)+514.182.3(075.8)+514.181.6(075.8)
К687

*Одобрено*
*учебно-методической комиссией архитектурно-строительного факультета*

*Рецензенты:*
проф., д.т.н. Ф.Н. Притыкин, доц., канд. архитектуры В.Н. Москалева

**Короткий, В.А.**
К687 Тени, аксонометрия, перспектива: электронный конспект лекций / В.А. Короткий. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2010. – 127 с.

Электронный конспект лекций разработан на основе учебной программы для специальности “Архитектура” по специальным разделам начертательной геометрии – теории теней в ортогональных проекциях, аксонометрии и перспективе.

Конспект лекций предназначен для самостоятельного изучения лекционного материала, содержит множество примеров и упражнений. Одновременно с чтением электронного конспекта лекций рекомендуется решать соответствующие задачи в рабочей тетради по начертательной геометрии [6].

УДК 514.18(07)

© Издательский центр ЮУрГУ, 2010

# ОГЛАВЛЕНИЕ

**Введение…….7**

**Лекция 1. Тени в ортогональных проекциях. Общие сведения……..9**

1.1. Тень собственная и тень падающая……..9
1.2. Тени от точки на плоскостях проекций…… 10
1.3. Тень от точки, падающая на плоскость общего положения…….10
1.4. Тени от отрезка прямой на плоскостях проекций……11
1.5. Тени от прямых частного положения……11
1.6. Тени плоских фигур…… 12
1.7. Тень на стене от полукруглого козырька……...12

**Лекция 2. Тени геометрических фигур**

2.1. Тень призмы……..13
2.2. Тень полуколонны……13
2.3. Тень конуса……13
2.4. Тень сферы……....16

**Лекция 3. Способы построения теней**

3.1. Способ выноса……..17
3.2. Способ обратных лучей……...17
3.3. Способ вспомогательных касательных конусов и цилиндров…….18
3.4. Способ экранов (вспомогательных плоскостей уровня)……..20
3.5. Способ лучевых сечений……21

**Лекция 4 (начало). Тени архитектурных деталей и фрагментов**

4.1. Тень схематизированной капители…….23
4.1.1. Тень от абаки…….23
4.1.2. Тень от эхина…….25
4.2. Тень скоции……...27
4.3. Тень карниза……..28
4.4. Тень кронштейна……..30

**Лекция 4 (окончание). Тени архитектурных деталей и фрагментов**

4.5. Тень в полусферической нише……31

4.6. Тень в цилиндрической нише……..32
4.7. Тень фронтальной каннелюры……32
4.8. Тени на разрезе круглого зала, перекрытого куполом……..33
4.9. Тени на разрезе граненого купола……...36
4.10. Тени антаблемента ротонды……..37
4.11. Тени на полубалясине……40

**Лекция 5. Аксонометрия. Общие сведения……43**

5.1. Выбор плоскости проекций и направления проецирования……44
5.2. Показатели искажения……44
5.3. Ортогональная аксонометрия……..45
5.4. Ортогональная изометрия……46
5.5. Ортогональная диметрия……46
5.6. Косоугольная аксонометрия……47

**Лекция 6. Теорема Польке–Шварца. Тени в аксонометрии**

6.1. Основная теорема аксонометрии……49
6.2. Построение теней в аксонометрии……50
6.3. Примеры……53

**Лекция 7. Основные понятия теории перспективы. Тени в перспективе……..56**

7.1. Основные компоненты линейной перспективы……56
7.2. Перспектива радиальной прямой……57
7.3. Перспектива параллельных прямых……...57
7.4. Перспектива прямой общего положения……58
7.5. Перспектива прямых частного положения……59
7.5.1. Радиальные прямые……..59
7.5.2. Прямые, параллельные предметной плоскости……59
7.5.3. Прямые, параллельные картине……..60
7.5.4. Прямые, перпендикулярные картине……..60
7.5.5. Горизонтальные прямые под углом 45° к картине……61
7.6. Тени в перспективе……...61

**Лекция 8. Перспектива точки и плоскости. Деление отрезка в перспективе**

8.1. Перспектива точки……63
8.2. Перспектива плоскости……63
8.2.1. Перспектива горизонтальной плоскости……63

8.2.2. Перспектива вертикальной плоскости……64
8.2.3. Перспектива плоскости общего положения……...64
8.3. Деление отрезка в перспективе……...65
8.3.1. Деление отрезка пополам. Удвоение отрезка……...65
8.3.2. Деление отрезка в заданном отношении способом выноса… 68
8.3.3. Деление отрезка на основе перспективного соответствия…. 68

**Лекция 9. Построение перспективы способом архитекторов……71**

9.1. Разметка ортогонального чертежа……..71
9.2. Построение перспективы плана……..71
9.3. Опущенный план……..72
9.4. Боковая стена……73
9.5. Выбор углов зрения……..74
9.6. Построение перспективы с одной или двумя точками схода……...75
9.7. Проведение прямой в недоступную точку схода……..72
9.8. Пример……...79

**Лекция 10. Перспективные масштабы. Перспектива окружности. Капитель……80**

10.1. Делительный масштаб……80
10.2. Масштаб картины……...81
10.3. Перспективные масштабы……81
10.4. Перспективная сетка……..82
10.5. Перспектива окружности……...83
10.5.1. Деление перспективы окружности на равные части…….85
10.5.2. Построение перспективы соосных окружностей……..85
10.6. Перспектива дорической капители……...87
10.6.1. Разметка……87
10.6.2. Эхин в перспективе……..89
10.6.3. Поясок и ствол колонны в перспективе……90

**Лекция 11. Перспектива архитектурной детали (карниза)……92**

11.1. Выбор основных элементов перспективы и разметка осей……93
11.2. Построение “потолочного” плана карниза……...94
11.3. Вертикальное членение карниза……95
11.4. Перспектива угловых профилей карниза……96
11.5. Построение теней карниза……97

**Лекция 12. Способ перспективной сетки……99**

**Лекция 13. Отражения в перспективе……..102**

13.1. Фронтальное зеркало……102
13.2. Зеркальная боковая стена……103
13.3. Зеркальный пол……104

**Лекция 14. Перспектива интерьера……...106**

**Лекция 15. Метрические задачи в перспективе. Реконструкция перспективы……111**

15.1. Определение длины горизонтального отрезка……..111
15.1.1. Определение длины отрезка по плану…….112
15.1.2. Определение длины отрезка по точке измерения…….. 113
15.1.3. Определение длины отрезка способом прямоугольного треугольника……...114
15.2. Построение прямых под заданным углом друг к другу……115
15.2.1. Построение перпендикуляра к заданной прямой……115
15.2.2. Построение произвольного угла……...116
15.2.3. Пример……116
15.3. Реконструкция перспективы……117

**Лекция 16. Перспектива портала……..119**

16.1. Разметка ортогонального чертежа……..119
16.2. Поднятый план……..121
16.3. Перспектива основных объемов……..124
16.4. Перспектива деталей……125

**Библиографический список**……127

# ВВЕДЕНИЕ

В конспект лекций включены три основных классических раздела курса начертательной геометрии (тени, аксонометрия, перспектива), предусмотренные программой обучения для студентов архитектурно-строительных специальностей.

Начертательная геометрия развивает пространственное представление и воображение, без чего невозможно архитектурное проектирование. Развитие компьютерной графики не отменяет и не заменяет традиционные средства геометрического конструирования пространственных форм.

При изучении раздела “Тени в ортогональных проекциях” студенты знакомятся с пятью основными способами построения теней, которые в дальнейшем используются не только на ортогональных чертежах, но и в аксонометрии, и в перспективе. Теоретическая часть раздела закрепляется выполнением практических учебных заданий “***Полубалясина и полуротонда***”, а также решением задач из рабочей тетради “Тени, аксонометрия, перспектива”.

В разделе “Аксонометрия” рассмотрены стандартные аксонометрические проекции, дана основная теорема аксонометрии и предложены примеры построения теней. Предусмотрено выполнение контрольно-графического задания “***Коттедж***” на двух листах формата А3 (один лист – тени коттеджа в ортогональных проекциях, другой лист – коттедж в аксонометрии с построением теней при произвольно выбранном направлении светового потока).

Раздел “Перспектива” знакомит читателя с основными закономерностями центрального проецирования и способами построения перспективы по плану и фасаду. Кроме задач из рабочей тетради, студенты выполняют несколько учебных заданий:

***-перспектива группы призматических тел (“кубики”),***
***-перспектива карниза,***
***-перспектива капители,***
***-перспектива портала,***
***-построение перспективы способом сетки,***
***-перспектива интерьера (два листа),***
***-перспектива храма.***

Полный комплект работ, выполненных в весеннем семестре –11 листов формата *А3* и один лист формата *А2* (перспектива храма). Чертежи выполняются твердым карандашом (не менее *2Н*) на ватмане. Вспомогательные построения не стираются. Тени слегка тонируют простым карандашом (падающие тени тонируют чуть сильнее, чем собственные).

***Для тонирования теней и обводки контуров не рекомендуется применять цветные карандаши!***

При наличии навыков работы с акварелью, можно попытаться сделать *архитектурную отмывку.*

При выборе любого варианта подачи своей работы, необходимо понимать, что ***архитектурный чертеж должен быть прозрачным.*** Это означает, что на чертеже вспомогательные построения не “забиты” густо и небрежно закрашенными тенями. 0сновные формы архитектурного объекта, в свою очередь, легко читаются и не закрыты от зрителя многочисленными вспомогательными линиями.

Архитектурное черчение – это тонкие и точные построения. Кроме остро заточенных твердых карандашей требуются хорошие чертежные инструменты (линейка, циркуль, угольник, рейсшина).

Студентов в процессе обучения ждут очень непростые самостоятельные работы, требующие внимания, терпения и времени. Даже на выполнение первого, самого простого задания – построение теней на полубалясине – требуется несколько часов. Последнее задание – перспектива храма – это полноценный архитектурный чертеж. Если делать его точно, не допуская приблизительных “дорисовок”, то эта работа требует длительного времени.

Конспект лекций рекомендуется для студентов архитектурных специальностей высших учебных заведений.

# Лекция 1

## ТЕНИ В ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРОЕКЦИЯХ. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В процессе архитектурного проектирования строят тени на плане и фасаде для выявления рельефа будущего сооружения и для правильной оценки пропорций и глубин отдельных его элементов.

При построении теней пользуются стандартным источником света, ***лучи которого параллельны друг другу*** (источник света бесконечно удален) ***и направлены по диагонали куба*** (рис. 1.1).

На ортогональном чертеже проекции световых лучей наклонены к оси *x* под углом *45°* (рис. 1.2).

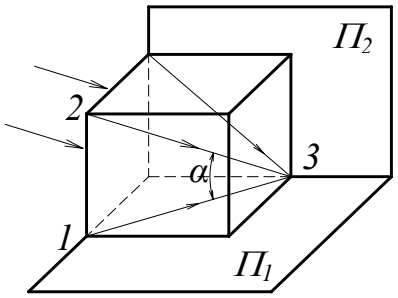


Рис. 1.1

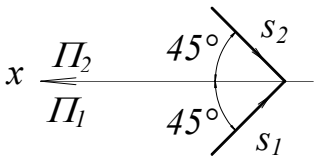


Рис. 1.2

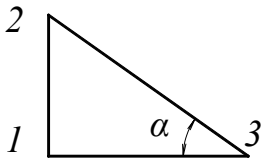


Рис. 1.3

Чтобы определить истинный угол наклона $\alpha$ световых лучей к плоскости $П_1$, рассмотрим прямоугольный треугольник *123* (см. рис. 1.1). Если длину ребер куба принять равными единице, то катет *13* равен $\sqrt{2}$, а $tg\ \alpha=1/\sqrt{2}=\sqrt{2}/2$. Отсюда $\alpha\approx35,3°$ (рис. 1.3). К фронтальной стене световые лучи наклонены под тем же самым углом $\alpha\approx35,3°$.

Кроме понятия “световой луч”, мы будем использовать понятие “лучевая плоскость”. ***Лучевой плоскостью называют любую плоскость, проходящую через световой луч.*** Через всякий световой луч можно провести сколько угодно лучевых плоскостей.

### 1.1. Тень собственная и тень падающая

Если на пути световых лучей находится непрозрачный предмет, то часть предмета освещена, а часть – не освещена. ***Неосвещенная часть тела – собственная тень***. Граница, отделяющая освещенную часть предмета от неосвещенной, называется контуром собственной тени. Например, линия *12345* – контур собственной тени цилиндра (рис. 1.4).

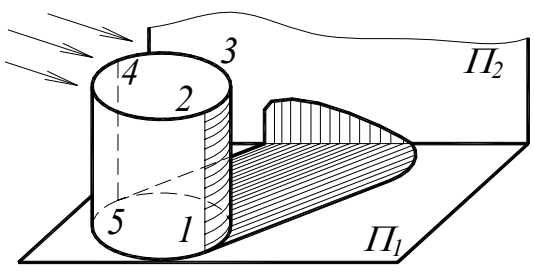


Рис. 1.4

Тень, падающая от предмета на плоскости проекций $П_1$ и $П_2$ (на землю и на фронтальную стену), либо на другую поверхность, называется падающей тенью.

***Падающая тень от предмета есть тень от контура собственной тени предмета.***

Падающая тень плотнее собственной тени, поэтому на любом изображении (в том числе и на ортогональных проекциях) ***тень собственную тонируют слабее, чем тень падающую***.

### 1.2. Тени от точки на плоскостях проекций

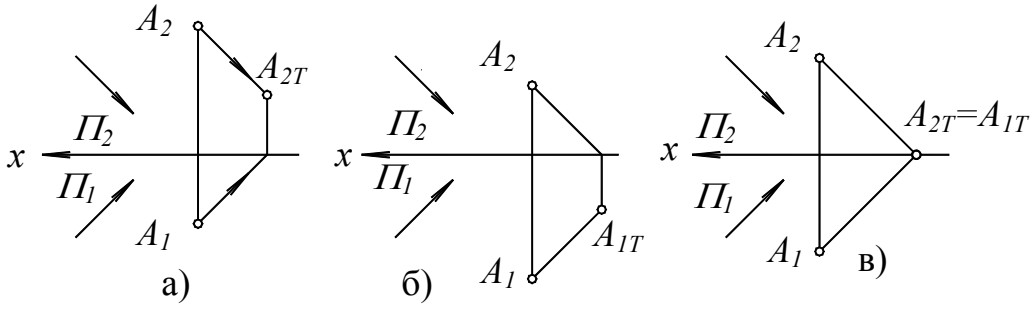



Рис. 1.5

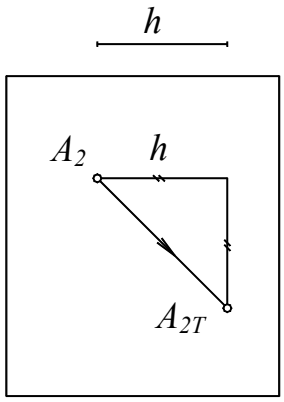



Рис. 1.6

На рис. 1.5, *а* тень от точки падает на стену, на рис. 1.5, *б* – на землю. На рис. 1.5, *в* тень падает на основание стены.

В практических построениях чаще всего строят тень точки на стене. При этом для построения тени достаточно знать величину выноса (расстояние от точки до фасадной стены). ***Откладывая вынос h вправо и вниз, получаем тень точки на стене*** (рис. 1.6).

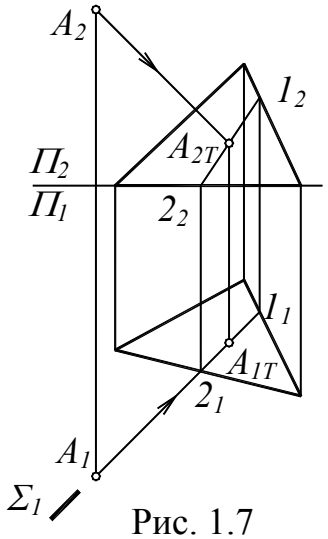



Рис. 1.7

### 1.3. Тень от точки, падающая на плоскость общего положения

Тень может быть найдена как точка пересечения светового луча с заданной плоскостью общего положения (по схеме решения первой позиционной задачи): проводим лучевую плоскость $\Sigma$, определяем лучевое сечение *12* и отмечаем искомую тень $A_T$ (рис. 1.7).

### 1.4. Тени от отрезка прямой на плоскостях проекций

Для построения тени отрезка достаточно построить тени от концов отрезка (рис. 1.8). Но если тени падают на разные плоскости проекций, то на оси *x* тень отрезка терпит излом. В этом случае надо ***построить мнимую тень*** какого-либо конца отрезка, например, мнимую тень $(B_{1T})$ точки *B* на землю (рис. 1.9).

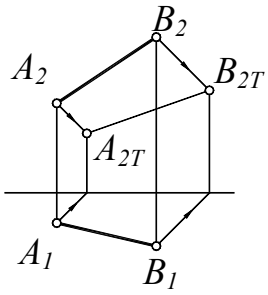


Рис. 1.8

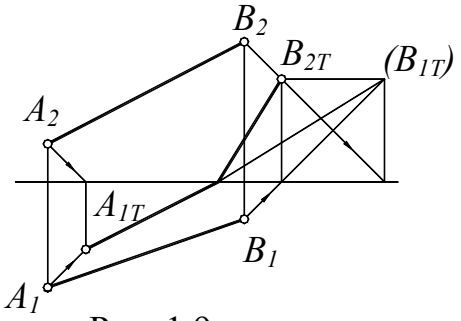


Рис. 1.9

### 1.5. Тени от прямых частного положения

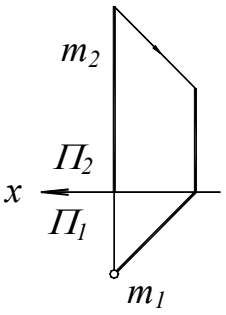


Рис. 1.10

Тень от вертикальной прямой *m* на стене параллельна самой прямой. Тень на земле – совпадает с проекцией лучевой плоскости, проходящей через прямую *m* (рис. 1.10).

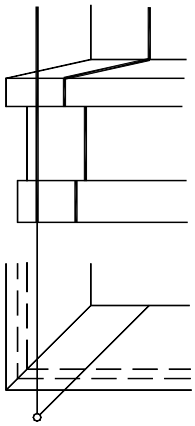


Рис. 1.11

В некоторых случаях тень, падающая от прямой на какую-либо поверхность, ***повторяет нормальный профиль этой поверхности***. Например, тень от вертикальной прямой на фронтальном фасаде здания, повторяет нормальный профиль фасада (рис. 1.11).

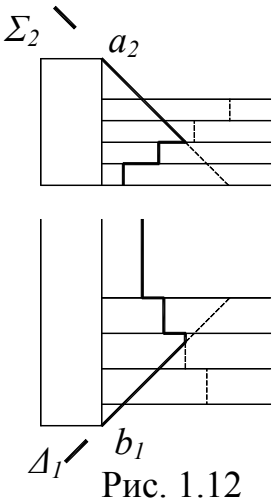


Рис. 1.12

Тени на ступенях лестницы от вертикальных и горизонтальных ребер повторяют профиль ступенек (рис. 1.12).

Тень на цилиндрической колонне от горизонтального ребра – эллипс, но на фасаде эта тень выглядит окружностью (повторяет нормальное сечение колонны). Центр теневой окружности ниже ребра на величину выноса $y_A$ (рис. 1.13).

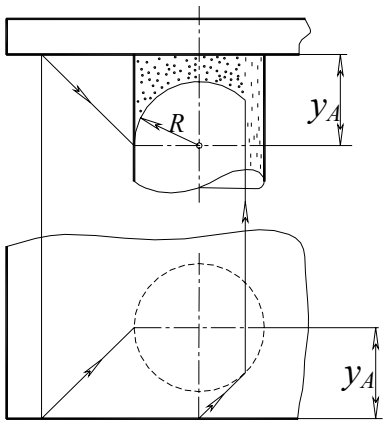


Рис. 1.13

## 1.6. Тени плоских фигур

Тень треугольника *ABC* общего положения построена сначала на горизонтальной плоскости $П_1$, включая часть мнимой тени (рис. 1.14).

Если плоскость фигуры параллельна какой-либо плоскости проекций, то тень на этой плоскости тождественна самой фигуре (рис. 1.15).

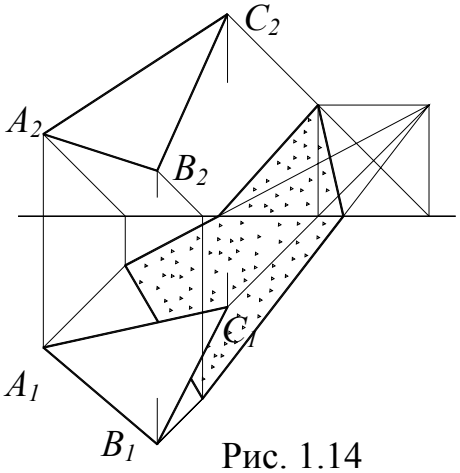



Рис. 1.14

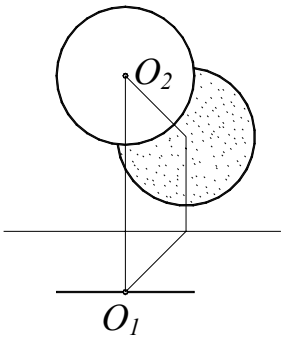



Рис. 1.15

## 1.7. Тень на стене от полукруглого козырька

Тень может быть построена с помощью описанного квадрата (рис. 1.16). В точках *1,3,5* полуокружность козырька касается сторон описанного квадрата; соответственно теневой эллипс в этих точках касается теней от сторон описанного квадрата.

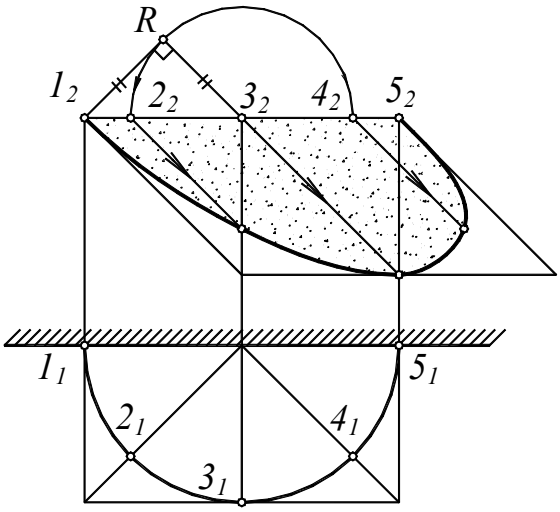



Рис. 1.16

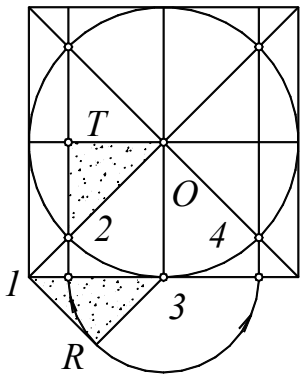



Рис. 1.17

Точки *2,4* на диагоналях квадрата и тени от них на стене определяются без вычерчивания плана (на рис. 1.16 план показан для наглядности). Строим на фасаде вспомогательный прямоугольный равнобедренный треугольник *1R3* и с помощью циркуля отмечаем искомые точки *2* и *4*. Геометрический смысл этого построения поясняется на рис. 1.17. Треугольники *1R3* и *OT2* конгруэнтны (на рис. 1.17 они заштрихованы), поэтому для поиска диагональных точек *2* и *4* достаточно сделать засечку циркулем (отложить катет *R3* вдоль стороны квадрата).

# Лекция 2

## ТЕНИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

### 2.1. Тень призмы

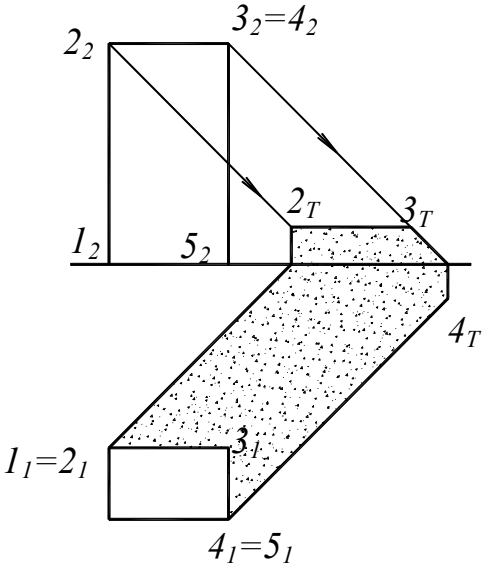


Рис. 2.1

Как правило, при построении теней геометрических тел сначала находят контур собственной тени. Затем строят тень от контура собственной тени (падающую тень).

У призмы на рис. 2.1 задняя и правая грани не освещены, поэтому граница собственной тени образована ребрами *12*, *23*, *34* и *45*. Тень на плоскостях проекций – это тень от пространственной ломаной линии *12345*.

### 2.2. Тень полуколонны

На рис. 2.2 показана цилиндрическая полуколонна, примыкающая к стене. Собственная тень цилиндра может быть найдена либо с помощью плана, либо построением на фасаде вспомогательного равнобедренного прямоугольного треугольника (см. лекцию 1, рис. 1.17). Тень на стену отбрасывает не только вертикальная граница собственной тени цилиндра, но и участок круглой кромки *12*. Ширина падающей тени такова, что $O_1A_1=A_1B_1$ (см. план на рис. 2.2). Поэтому тень, падающая от полуколонны на стену, может быть найдена без использования плана: ***достаточно от границы собственной тени отложить вправо расстояние m*** (см. фасад на рис. 2.2).

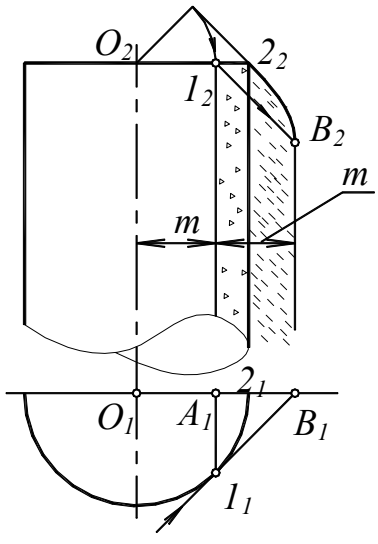


Рис. 2.2

### 2.3. Тень конуса

Строим падающую тень от вершины конуса на плоскость его основания (точка $S_{1T}$ на рис. 2.3). Касательные из точки $S_{1T}$ к основанию конуса дают контур падающей тени. Одновременно точки касания (точки *1* и *2* на рис. 2.3) определяют контур собственной тени конуса.

Если конус обращен вершиной вниз, то нам придется мысленно изменить направление световых лучей на противоположное и построить воображаемую тень от вершины конуса, падающую на плоскость его основания (точка $S_T$ на рис. 2.4). Из точки $S_T$ строим касательные к основанию конуса. Эти касательные определяют условную тень, падающую от конуса на плоскость его основания (при условии, что направление световых лучей изменено на противоположное). Точки касания *1* и *2* определяют границу собственной тени обратного конуса.

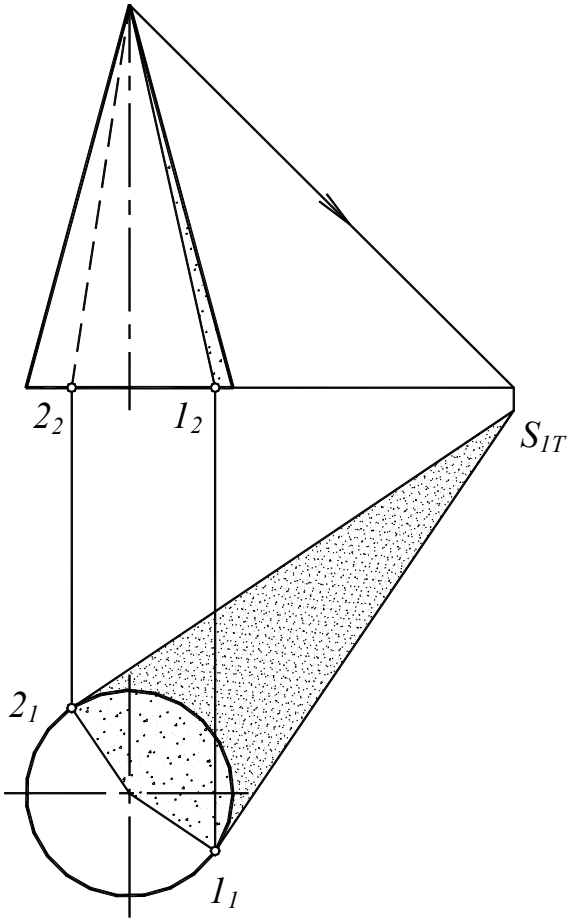



Рис. 2.3

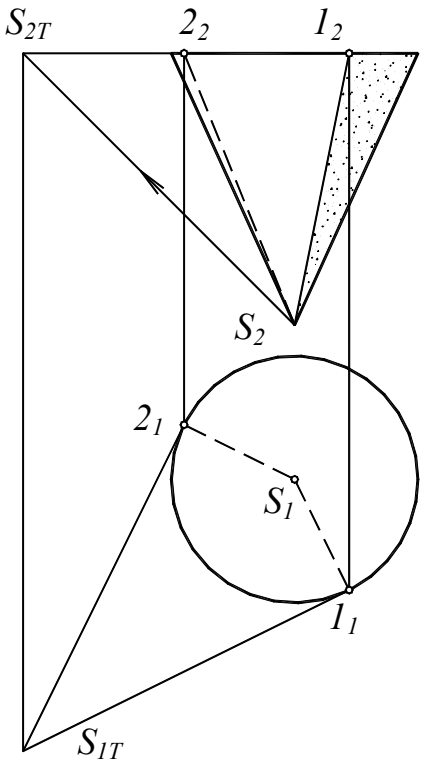
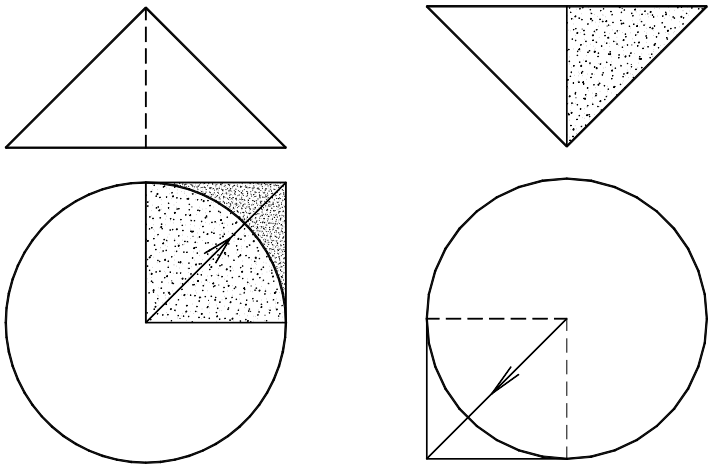



Рис. 2.4

Особое внимание следует обратить на два круговых конуса частного вида. Первый особый конус – это конус с углом наклона образующей *45°*. ***У прямого конуса с наклоном образующей 45° собственная тень занимает ровно одну четверть поверхности***. Такой конус на фасаде полностью освещен, а видимая граница собственной тени совпадает с его правой очерковой образующей (рис. 2.5, *а*). ***Собственная тень обратного конуса с тем же наклоном образующей 45° занимает три четверти его поверхности.*** На фасаде такой конус освещен ровно на половину: граница собственной тени делит пополам фронтальный очерк конуса (рис. 2.5, *б*).

Второй особый конус – это конус с углом наклона образующей $\alpha \approx 35{,}3°$ (этот угол совпадает с углом наклона световых лучей к плоскости земли). Такой конус полностью освещен, но у него есть одна образующая, вдоль которой “скользит” световой луч. Эту образующую следует принять за вырожденную собственную тень конуса. ***У прямого конуса с наклоном образующих 35,3° собственная тень вырождается в одну-единственную образующую***. Такой конус на фасаде полностью освещен. Собственная тень выглядит образующей (невидимой на фасаде) с наклоном *45°* (рис. 2.6, *а*).

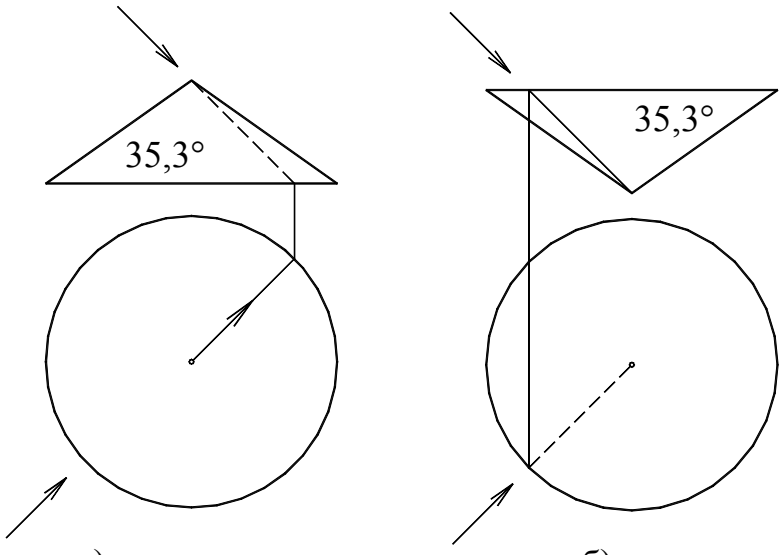


а) б)

Рис. 2.5

Заметим, что для построения фронтальной проекции такого конуса вовсе не требуется транспортир. Достаточно построить квадрат и сделать засечку циркулем, отложив диагональ квадрата на его стороне (рис. 2.7). Доказательство – см. рис. 1.1.

Обратный конус с углом $\alpha \approx 35{,}3°$ полностью находится в собственной тени, за исключением одной образующей, вдоль которой “скользит” световой луч. Эту образующую можно считать освещенной. ***Обратный конус с наклоном образующих 35,3° полностью находится в собст-***




а) б)

Рис. 2.6

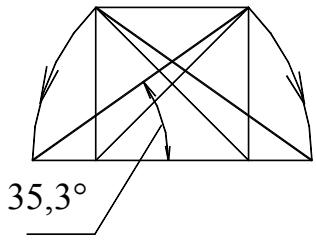



Рис. 2.7

***венной тени, за исключением одной образующей.*** Эта освещенная образующая на фасаде имеет наклон *45°* (рис. 2.6, *б*).

## 2.4. Тень сферы

Собственную и падающую тени находят проецированием на дополнительную плоскость $П_4$ , размещенную параллельно световым лучам (рис. 2.8). Тени $A_{2T}$ и $B_{2T}$ от точек *A* и *B* должны находиться на вертикальных касательных к теневому эллипсу (сравни с [1, рис. 199]).

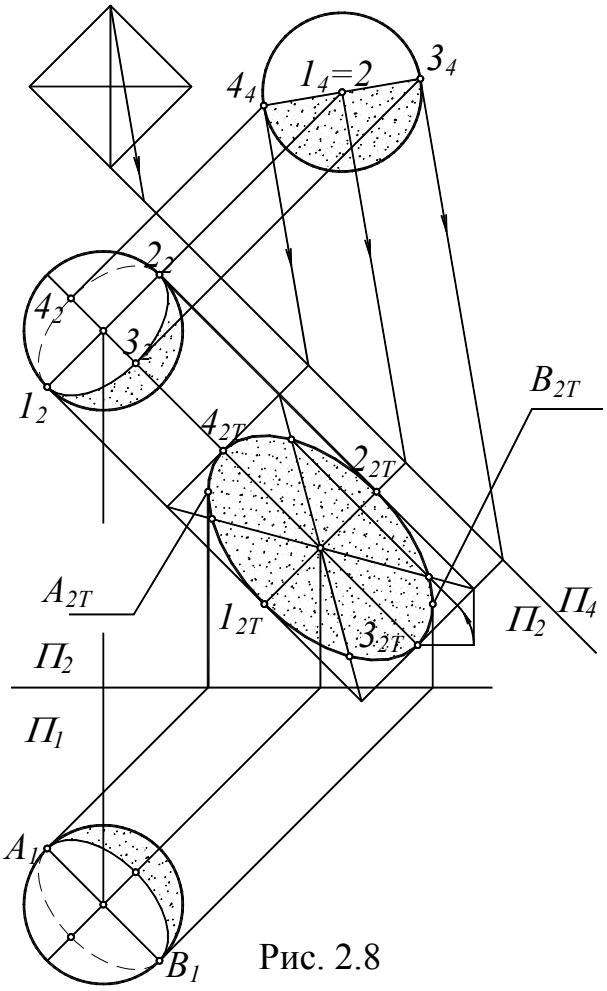



Рис. 2.8

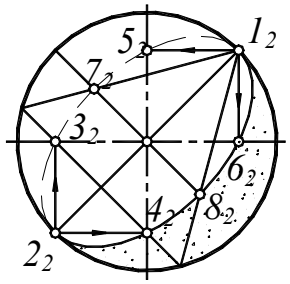



Рис. 2.9

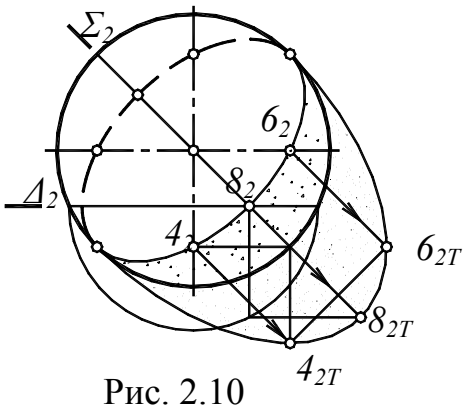



Рис. 2.10

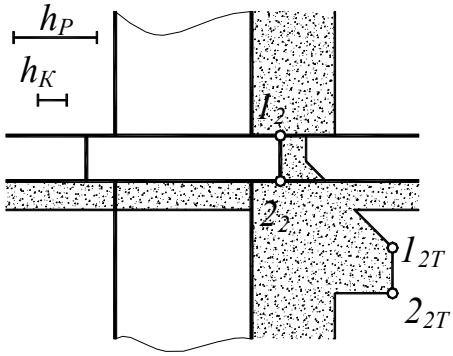
На рис. 2.9 показано построение собственной тени на фасаде сферы ***по восьми точкам***. Точки $3_2,4_2,5_2,6_2$ определяются с помощью горизонтальных и вертикальных прямых, проведенных из точек $1_2$ и $2_2$. Точки $7_2$ и $8_2$ находят построением равностороннего треугольника, одна из сторон которого проходит через точки $3_2$ и $4_2$. Тень от полусферы на фасаде – полуэллипс (рис. 2.10). Теневые точки $4_{2T}$ и $8_{2T}$ построены по “выносу” (например, для определения выноса точки *8* проведена вспомогательная секущая плоскость *Δ*). Точки $4_{2T}$ и $6_{2T}$ симметричны относительно лучевой плоскости *Σ*.

# Лекция 3

## СПОСОБЫ ПОСТРОЕНИЯ ТЕНЕЙ

### 3.1. Способ “выноса”

Чаще всего этот способ применяют для построения падающих теней на фасаде без использования плана. ***Если известно расстояние (вынос) отдельных точек объекта от фронтальной стены, то тень, падающая на стену, определяется без использования плана*** (см. первую лекцию, рис. 1.6).



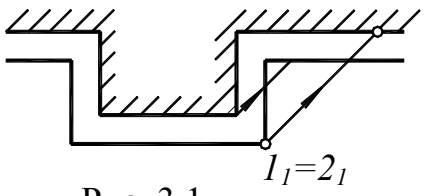




Рис. 3.1

Рассмотрим построение падающей тени на фасаде здания от раскреповки с карнизом (раскреповка – вертикальный выступ, проходящий по всей высоте стены, карниз – горизонтальный выступ). Если известен вынос раскреповки $h_P$ и вынос карниза $h_K$ от стены, то падающие тени строятся без использования плана (рис. 3.1). Откладывая вправо вынос $h_P$, получаем тень на стене от раскреповки, откладывая вниз вынос карниза $h_K$, строим тень на стене от карниза. Тень на стене от ребра *12* построена суммированием выносов карниза и раскреповки. План на рис. 3.1 показан только для наглядности.

Способ выноса используют также для построения падающих теней на плане, если известны высоты зданий. Так построены падающие тени от секции *1* высотой *2h* и секции *2* высотой *h* (рис. 3.2).

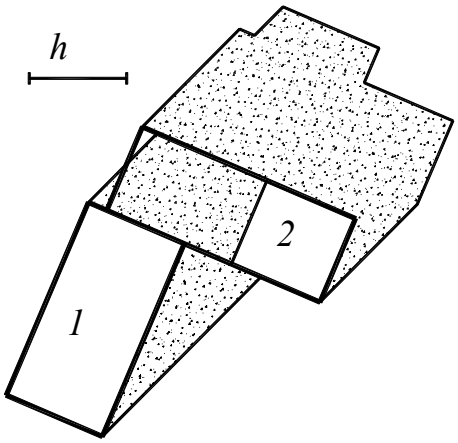



Рис. 3.2

### 3.2. Способ обратных лучей

Этот способ применяют ***для построения падающих теней от одной поверхности на другую***. Пусть требуется построить тень от отрезка *m*, падающую на треугольник *ABC* (рис. 3.3). Находим тени, падающие на зем-

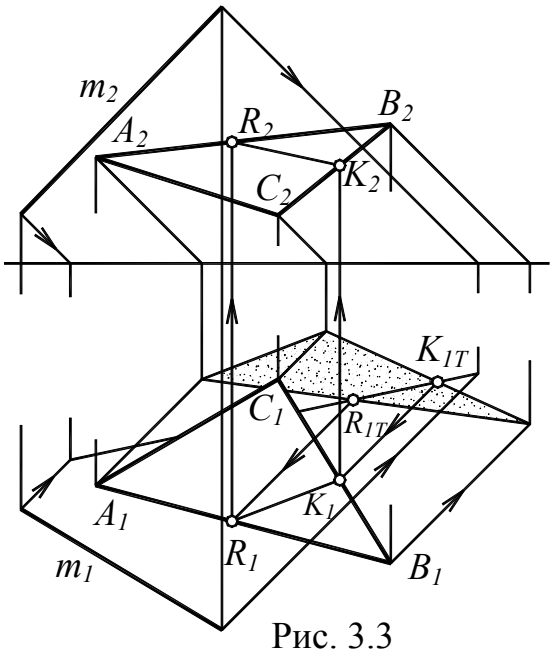


Рис. 3.3

лю от треугольника и отрезка, и отмечаем точку пересечения падающих теней (точки $R_{1T}$ и $K_{1T}$ на рис. 3.3). Из точек $R_{1T}$ и $K_{1T}$ проводим обратные лучи до пересечения со сторонами треугольника в точках $K$ и $R$. Отрезок $KR$ – это искомая тень от прямой $m$, падающая на треугольник.

Таким образом, ***сущность способа обратных лучей – в определении точек пересечения контуров теней, падающих на землю или на фасадную стену, с последующим возвращением этих точек на заданные фигуры или поверхности.***

Способ обратных лучей совместно со способом выноса активно используется при построении теней на фасадах архитектурных объектов и практически во всех учебных контрольно-графических заданиях (балясина, ротонда, коттедж и пр.).

### 3.3. Способ вспомогательных касательных конусов и цилиндров

Касательные конусы и цилиндры используют ***для построения собственных теней на телах вращения***. Вспомогательный конус или цилиндр касается поверхности тела вращения по окружности (параллели). Найдя собственную тень на вспомогательном конусе, отмечаем точку касания границы собственной тени вспомогательного конуса с линией касания (параллелью). Эта точка находится на границе собственной тени как вспомогательного конуса, так и данного тела вращения. Построив несколько вспомогательных конусов, получаем несколько точек на границе собственной тени. Полученные точки соединяем плавной кривой.

Сущность способа вспомогательных конусов (цилиндров) нетрудно понять, мысленно заменив очерк тела вращения ломаной линией. При этом заданная поверхность вращения приближенно заменяется коническими или цилиндрическими слоями или “поясками”. После этого определяем собственную тень на каждом коническом или цилиндрическом пояске. Чем тоньше поясок, тем точнее определяется граница собственной тени на данной параллели тела вращения.

Разумеется, в практических построениях нет необходимости делить поверхность на большое количество слоев. Как правило, ***достаточно построить пять характерных точек контура собственной тени***. Обычно это одна экстремальная точка (низшая или высшая), две очерковые (лежа-

щие на фронтальном очерке поверхности), а также одна точка на экваторе или горловине тела вращения (она находится с помощью описанного цилиндра). Последняя (пятая) характерная точка лежит посередине тела вращения на общей параллели с левой очерковой точкой.

На рис. 3.4 показано построение пяти характерных точек на границе собственной тени валика.

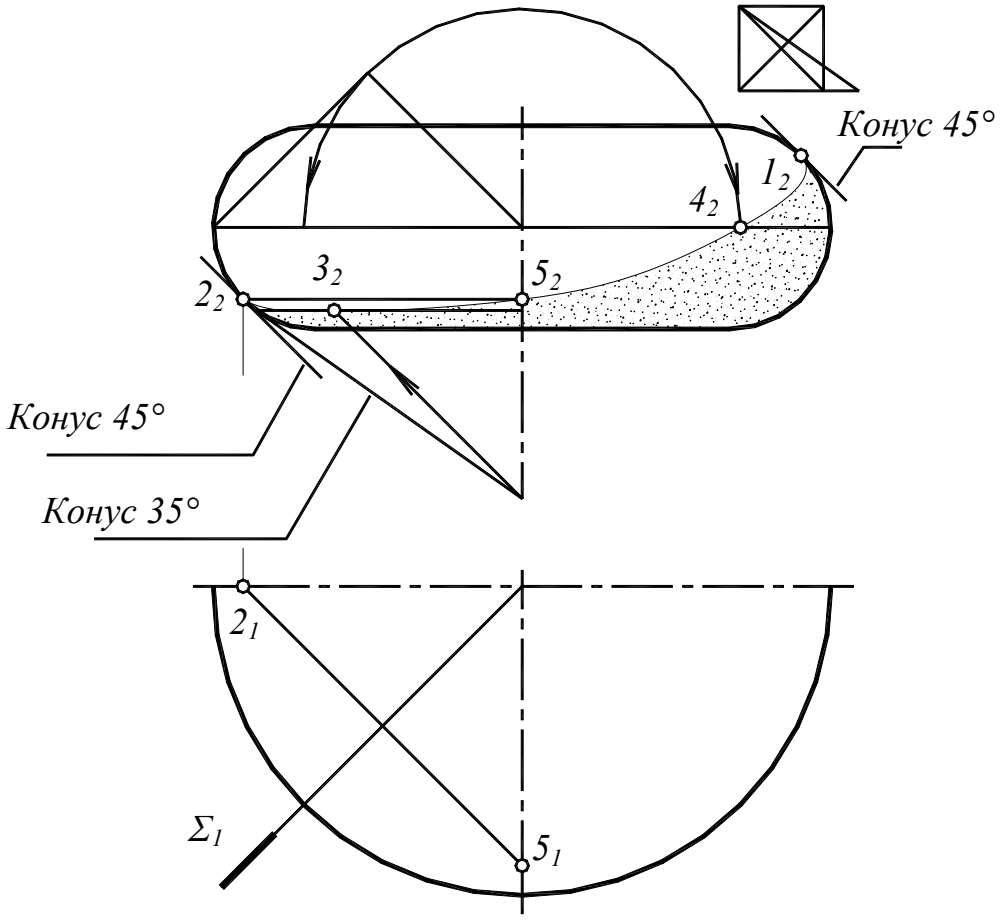



Рис. 3.4

Очерковые точки *1* и *2* найдены с помощью вспомогательных конусов *45°* (прямого и обратного). Низшая точка *3* построена с помощью обратного конуса *35,3°*. Точка *4* на экваторе валика получена с помощью описанного цилиндра.

Рассмотрим построение последней, пятой точки. Теневые точки *2* и *5* расположены симметрично относительно лучевой плоскости $\Sigma$, проходящей через ось вращения валика (см. план на рис. 3.4). Поэтому точка *5* на фасаде находится на одной параллели с очерковой точкой *2* и проецирует-

ся на середину валика. План на рис. 3.4 показан только для иллюстрации геометрического смысла точки *5*.

Заметим, что граница собственной тени в точках *1* и *2* должна касаться очерка тела вращения. Это означает, что в точках *1* и *2* очерк валика и граница собственной тени должны иметь общую касательную. Поэтому ***границу собственной тени следует прочерчивать не просто "через пять точек", а добиваться плавного соприкосновения вычерчиваемой линии с очерком поверхности вращения в очерковых точках 1 и 2.***

### 3.4. Способ экранов (вспомогательных плоскостей уровня)

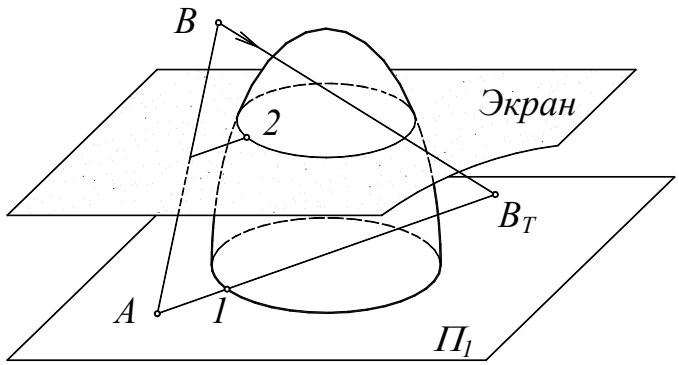



Рис. 3.5

Способ экранов применяют для построения падающих теней на поверхность, в сечении которой плоскостями уровня (экранами) получаются геометрически простые линии (окружности или прямые). Например, для построения тени отрезка *AB* на поверхность вращения применяем горизонтальные экраны, один из которых показан на рис. 3.5. Тень $AB_T$ от отрезка, падающая на землю, переходит на тело вращения в точке *1*. Тень от отрезка, падающая на экран, параллельна тени $AB_T$. В точке *2* эта тень попадает на заданную поверхность.

Таким образом, для построения падающей тени от отрезка на поверхность вращения надо провести вспомогательную плоскость уровня (экран) и построить окружность – сечение поверхности этим экраном. Затем строим тень от отрезка на экране. ***Пересечение этой тени с окружностью дает точку*** (точку *2* на рис. 3.5), ***которая находится на искомом контуре падающей тени***. Еще один экран – еще одна точка на контуре падающей тени. Так можно построить любое число точек па-

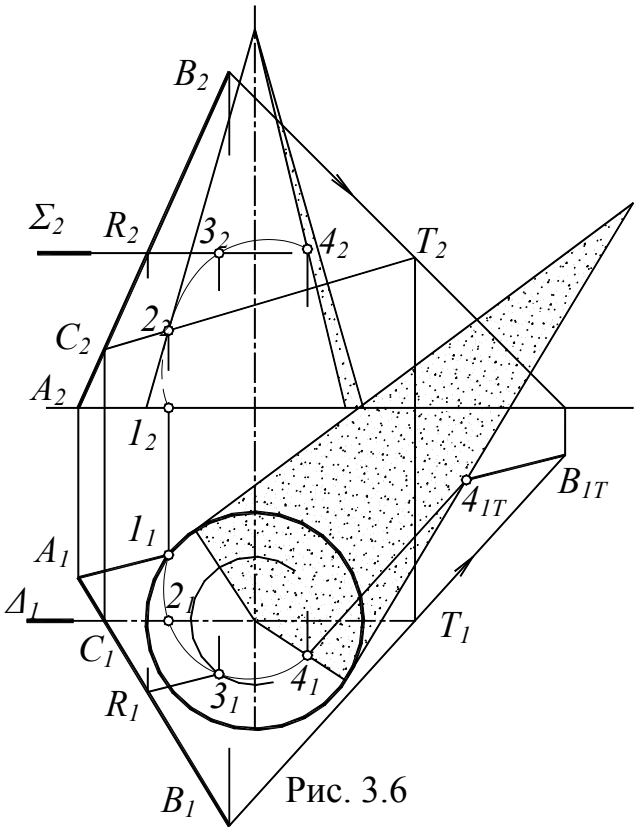



Рис. 3.6

дающей тени. Сколько экранов – столько точек.

На рис. 3.6 показано построение тени на конусе вращения от отрезка *AB*. Предварительно найдены собственная и падающая тени конуса, а также тень $A_1B_{1T}$ отрезка на земле. В точке *1* тень от отрезка перемещается с земли на поверхность конуса. Эта точка – начало падающей тени. Точка *4* построена с помощью обратного луча, идущего от точки $4_{1T}$ пересечения падающих теней конуса и отрезка. Точка *4* – последняя точка тени, падающей от отрезка *AB* на конус.

Промежуточные точки *2* и *3* найдены с помощью экранов. Для построения точки *3* использована горизонтальная плоскость уровня *Σ*, которая пересекает конус по окружности (см. план на рис. 3.6). В точке *R* экран *Σ* пересекается с отрезком *AB*. Тень от отрезка *AB* на экране *Σ* начинается в точке *R*, а в точке *3* перемещается на конус.

Для поиска очерковой теневой точки *2* использована фронтальная плоскость уровня *Δ*, пересекающая конус по фронтальному очерку. В точке *C* экран *Δ* пересекается с отрезком *AB*. Тень *CT* отрезка на экране *Δ* пересекается с очерком конуса в искомой очерковой точке *2*.

### 3.5. Способ лучевых сечений

Способ основан на ***двух позиционных задачах*** начертательной геомет-

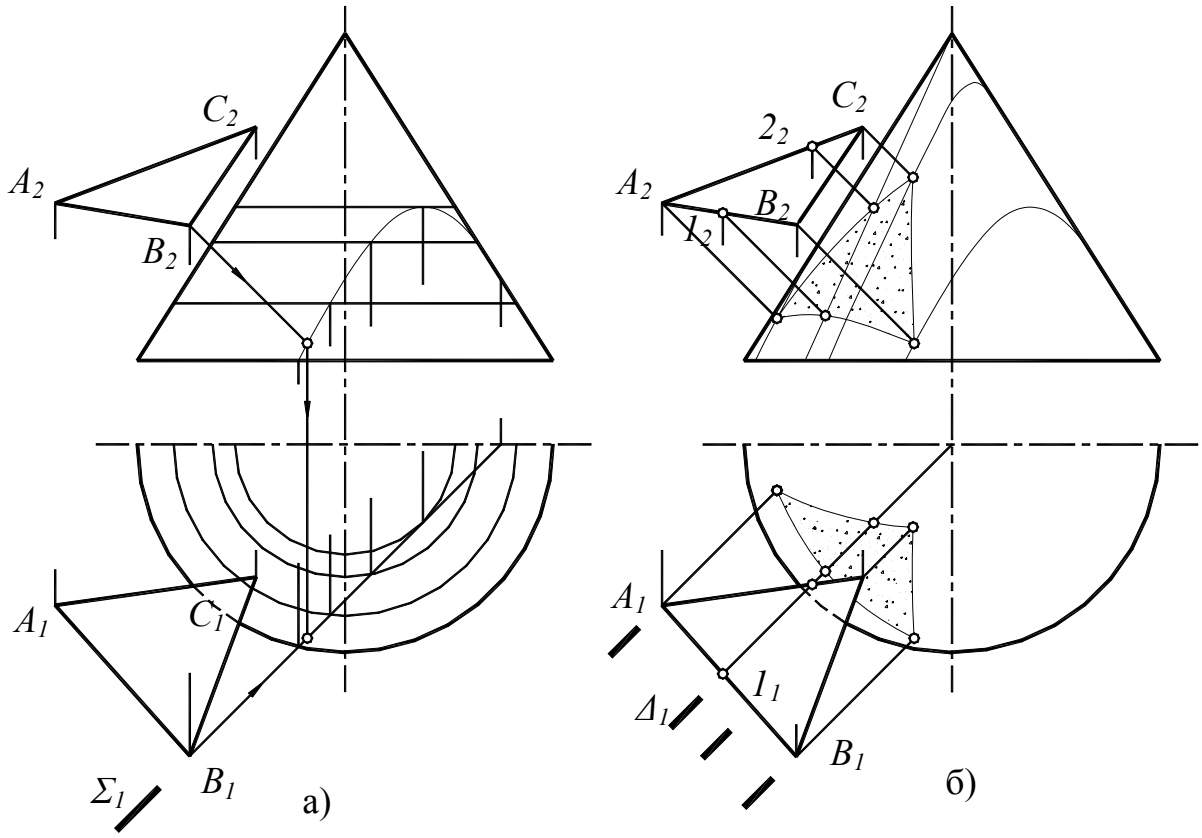



Рис. 3.7

рии. Действительно, тень от точки, падающая на любую поверхность – это точка пересечения светового луча с поверхностью. ***Построение точки пересечения светового луча с поверхностью – первая позиционная задача***. Тень от фигуры – это линия пересечения данной поверхности с лучевой поверхностью. ***Построение линии пересечения поверхностей – вторая позиционная задача.*** Лучевая поверхность образована световыми лучами, проходящими через контур собственной тени фигуры.

На рис. 3.7 показана тень, падающая от треугольника на конус вращения. Как она найдена? По точкам. Рассмотрим, например, построение тени от точки *B*. Через вершину *B* проводим лучевую секущую плоскость *Σ*, которая пересекает конус по гиперболе (рис. 3.7, *а*). Точка пересечения светового луча с гиперболой дает тень на конусе от точки *B* (первая позиционная задача). Для построения гиперболы на конусе начерчены параллели (окружности). Тени от других точек треугольника построены таким же способом (рис. 3.7, *б*). Следует обратить внимание на секущую лучевую плоскость *Δ*, проходящую через ось конуса и пересекающую его не по гиперболе, а по двум прямым (поэтому точки *1* и *2* на рис. 3.7, *б* определяются особенно просто).

При построении тени от шеста, падающей на здание, также использован способ лучевых сечений (рис. 3.8). Лучевая плоскость *Σ*, проходящая через шест, пересекает стены и крышу здания по ломаной линии *1-2-3-4-5*. Тень от вершины *A* шеста попадает на эту линию.

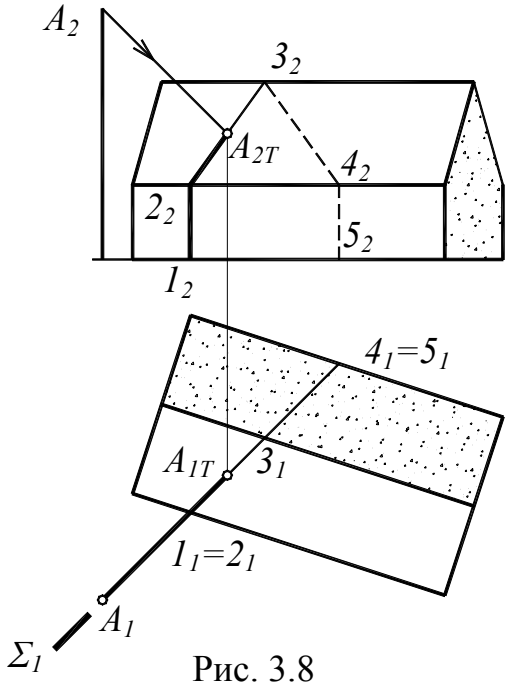



Рис. 3.8

# Лекция 4

## ТЕНИ АРХИТЕКТУРНЫХ ДЕТАЛЕЙ И ФРАГМЕНТОВ

### 4.1. Тень схематизированной капители

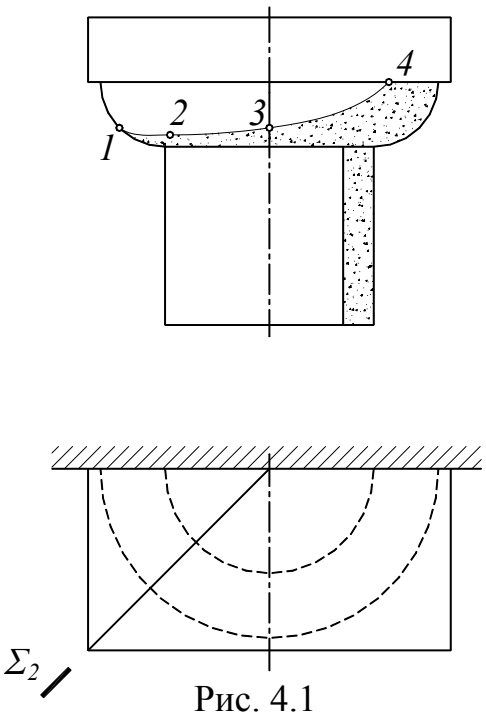


Рис. 4.1

Простейшая капитель содержит три элемента: квадратная плита (абака), эхин колонны (полувалик) и полуколонна. Капитель примыкает к фронтальной стене, проходящей через ось колонны (см. план на рис. 4.1). Требуется построить как собственные, так и падающие тени. Собственная тень валика построена способом касательных конусов и цилиндров (см. третью лекцию, рис. 3.4). Еще раз напомним, что точки *1* и *3* контура *1-2-3-4* собственной тени симметричны относительно лучевой плоскости $\Sigma$. План на рис. 4.1 показан только для наглядности (в построениях план не участвует).

После определения границ собственных теней приступаем к поиску падающих теней от абаки, от эхина и от колонны.

#### *4.1.1. Тень от абаки*

Абака (квадратная плита) отбрасывает тень на валик и на колонну. Плита почти полностью затеняет валик, оставляя лишь два одинаковых световых пятна, симметричных относительно плоскости $\Sigma$ (рис. 4.2, *а*). “Левое” световое пятно образовано лучевой плоскостью, проходящей через нижнее боковое ребро плиты. Центральное световое пятно получается в пересечении валика с лучевой плоскостью, проходящей через нижнее переднее ребро плиты. На рис. 4.2, *а* показано построение трех точек центрального светового пятна. Верхняя точка центрального пятна симметрична верхней точке левого пятна. Промежуточные точки $1_Э$ и $2_Э$ найдены с помощью вспомогательного ***экрана*** (индекс “э” означает, что точка находится на эхине). Плоскость экрана пересекает валик по окружности радиуса $R_Э$. Мысленно заменяем валик цилиндром с радиусом $R_Э$. “Условная тень” от переднего ребра плиты на условном цилиндре повторяет нормальное сечение цилиндра (см. лекцию 1, рис. 1.13), то есть выглядит окружностью (радиуса $R_Э$) с центром ниже ребра на величину выноса $y$. Точки $1_Э$ и $2_Э$ получены на пересечении условной тени с плоскостью экрана.

Тень от плиты на фасаде колонны – участок окружности (рис. 4.2, *б*). Радиус $R_K$ теневой окружности равен радиусу колонны (индекс "*к*" означает, что тень находится на колонне). Центр окружности ниже плиты на величину выноса *y*.

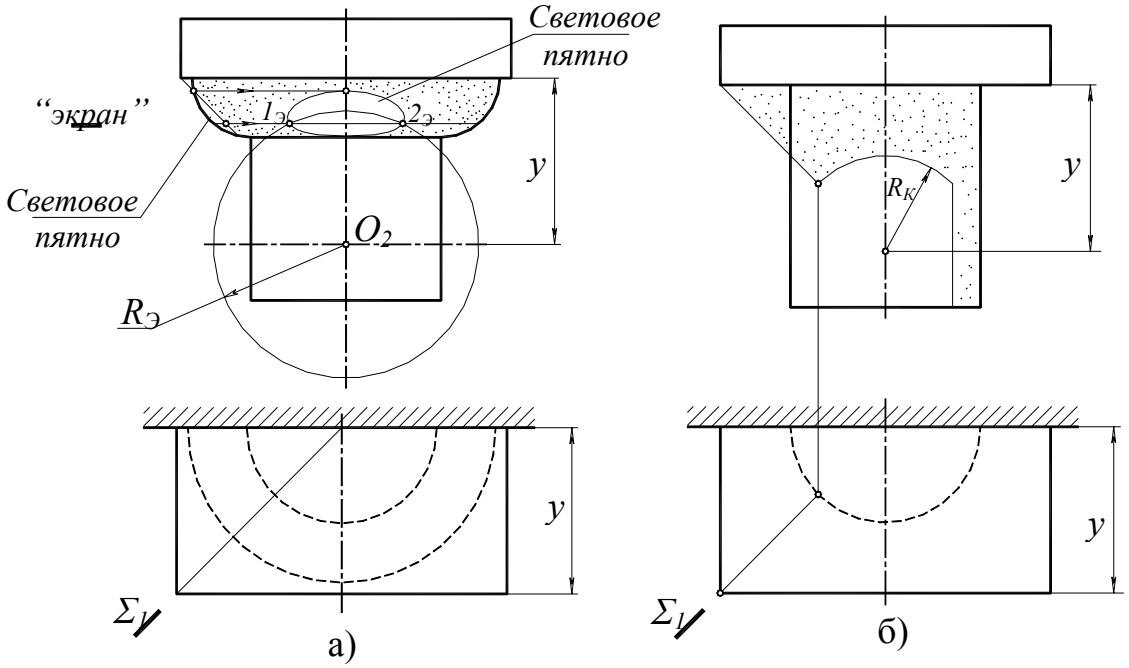



Рис. 4.2

Таким образом, построены собственные тени схематизированной капители (рис. 4.1) и тени, падающие от абаки на эхин и колонну (рис. 4.2). Все построения должны выполняться на одном чертеже (рис. 4.3).

***Внимание! Чертеж на рис. 4.3 – не закончен!*** На нем не построена тень от валика, падающая на колонну. Не показаны также тени на фронтальной стене. На этом чертеже, кроме собственных теней, показана только тень, падающая от абаки на эхин и на ствол колонны. Но уже сейчас надо обратить особое внимание на то, что участок $1_A$-$3_A$-$2_A$ горизонтального ребра абаки отбрасывает тень на валик (граница падающей тени – линия $1_Э$-$3_Э$-$2_Э$). Тень от остальной части горизонтального ребра абаки попадает либо на ствол колонны, либо на фронтальную стену. Также надо отметить, что световые лучи $1_A$-$1_Э$ и $2_A$-$2_Э$ ***касаются*** границы светового пятна на валике. Иначе говоря, переднее световое пятно на валике заключено между двумя

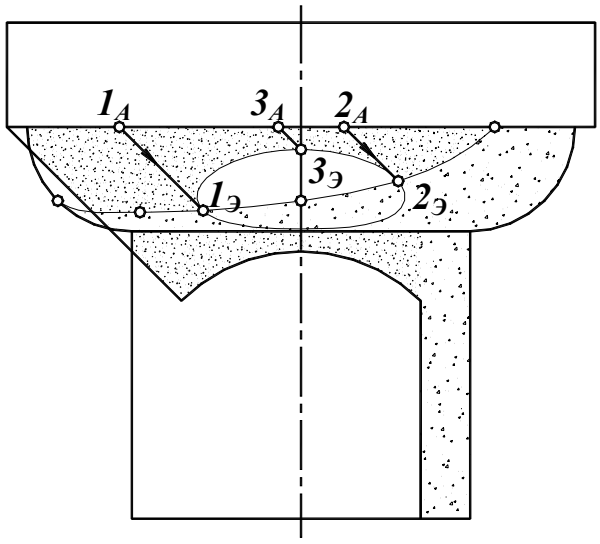



Рис. 4.3

световыми лучами $1_A$-$1_Э$ и $2_A$-$2_Э$. Еще раз отметим, что точки $1_Э$ и $2_Э$ найдены как точки пересечения собственной тени эхина и тени, падающей на эхин от переднего ребра абаки. В этих точках тень от абаки, падающая на эхин – ***исчезает***. Поэтому их называют ***точками исчезновения тени***. Точка исчезновения падающей тени – это точка пересечения границ собственной и падающей теней.

### *4.1.2. Тень от эхина*

Тень от валика (эхина) падает на ствол колонны и на фронтальную стену. В точке $3_K$ тень от валика перемещается с фронтальной стены на ствол колонны (рис. 4.4). Разумеется, для построения точки $3_K$ необходимо на-

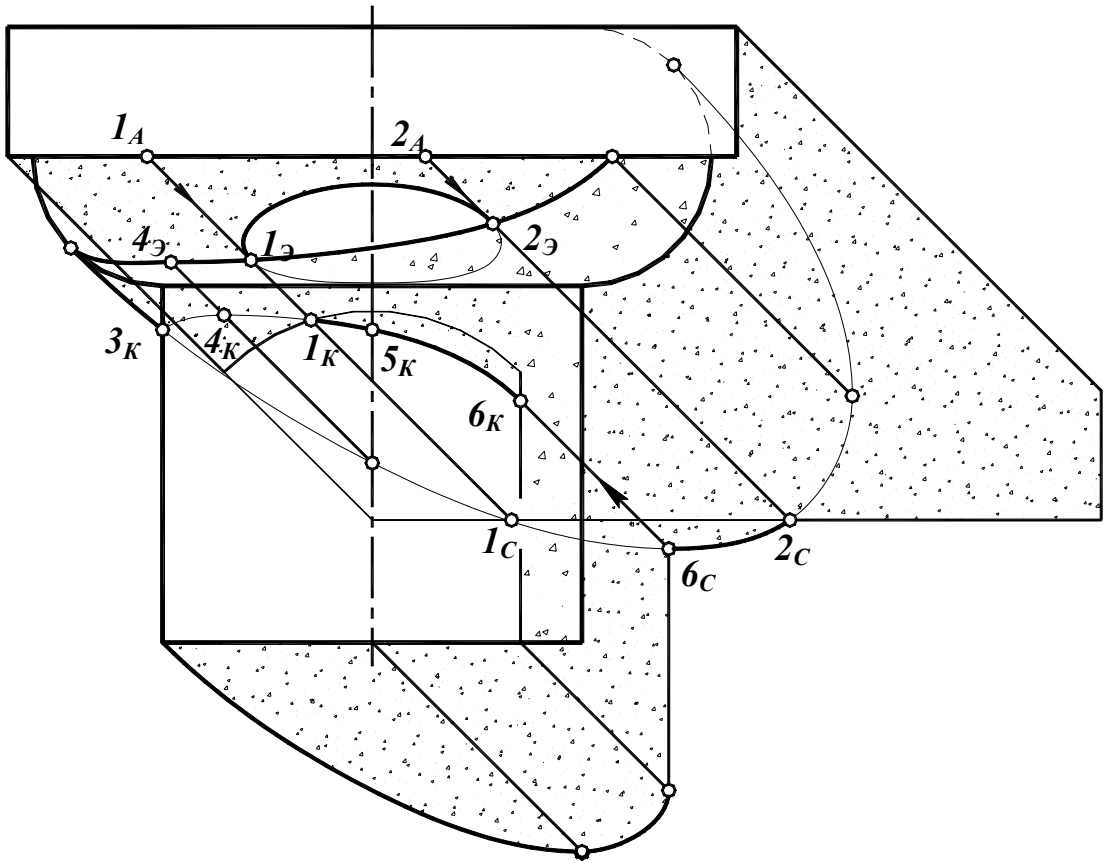



Рис. 4.4

чертить тень от валика на фронтальной стене (способом выноса). Тень от валика на колонне, начинаясь в точке $3_K$, проходит через точки $4_K$, $1_K$, $5_K$ и $6_K$. Подробно рассмотрим, как построены эти точки.

Как найдена точка $6_K$? Отмечаем на стене точку $6_C$ пересечения теней, падающих от колонны и от валика, и проводим обратный луч (способ обратного луча).

Как найдена точка $5_K$? Эта точка симметрична с точкой $3_K$ относительно лучевой плоскости $\Sigma$ (см. план на рис. 4.1), то есть находится посередине фасада, на одной параллели с точкой $3_K$.

Точка $1_К$ – точка пересечения падающих на колонну теней от плиты и от валика. Она находится на одном луче с точками $1_А$, $1_Э$ и $1_С$.

Построение точки $4_К$ следует рассмотреть особо. Напомним, что самая низшая точка $4_Э$ собственной тени валика построена с помощью обратного конуса с углом наклона образующих *35,3°*, который касается валика по параллели *p* (рис. 4.5). Этот же конус пересекает колонну по окружности, лежащей в плоскости *Ω*. Единственная освещенная образующая $S$-$4_Э$ конуса пересекается с окружностью *Ω* в искомой точке $4_К$. Иначе говоря, световой луч $S$-$4_Э$ касается валика в точке $4_Э$ и падает в точку $4_К$ на стволе колонны. На фасаде этот световой луч наклонен под углом *45°* (см. лекцию 2, рис. 2.6, *б*).

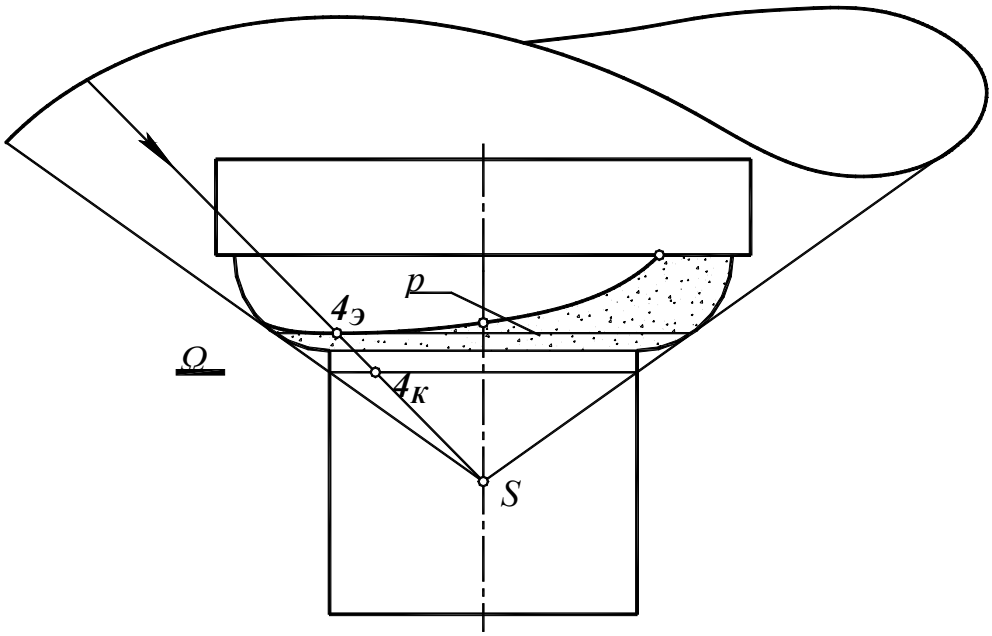



Рис. 4.5

Еще раз проанализируем соотношение собственных и падающих теней на фасаде капители (рис. 4.4). Переднее ребро абаки можно условно поделить на три участка. Тень на колонне от левого участка ребра (до точки $1_А$) выглядит дугой окружности (до точки $1_К$). Средний участок ребра от точки $1_А$ до точки $2_А$ отбрасывает тень на валик (верхняя граница светового пятна от точки $1_Э$ до точки $2_Э$). Правый участок ребра (от точки $2_А$) отбрасывает тень на стену.

Валик (эхин колонны) почти полностью затенен. Тем не менее, на валике есть два световых пятна (левое и центральное). Нижняя часть центрального светового пятна от точки $1_Э$ до точки $2_Э$ – это граница собственной тени валика. Мы знаем, что падающая тень – тень от границы собственной тени. Поэтому участок $1_Э$-$2_Э$ порождает падающую тень (частично

на колонну, частично – на стену). Тень от точки $1_Э$ попадает в точку $1_K$. Напомним, что $1_K$ – точка пересечения падающих на колонну теней от плиты и от валика. Она должна находиться на одном луче с точками $1_A$, $1_Э$ и $1_C$.

Тень от точки $2_Э$ попадает на фронтальную стену (в точку $2_C$ пересечения теней от плиты и валика). В точке $6_C$ тень от валика ***исчезает***, пропадая в тени, падающей от колонны.

Таким образом, на фасаде схематизированной капители (рис. 4.4) можно выделить три группы "проверочных" точек.

***1. Точки $1_Э$ , $1_K$ , $1_C$ должны находиться на одном световом луче.***

***2. Точки $6_K$ и $6_C$ – на одном световом луче.***

***3. Точки $2_Э$ и $2_C$ – на одном световом луче.***

И последняя проверка – ***световые лучи $1_A$-$1_Э$ и $2_A$-$2_Э$ должны касаться границы светового пятна на валике, ни в коем случае его не пересекая.***

В заключение заметим, что в учебнике начертательной геометрии Ю.И. Короева на рис. 234 (тени схематизированной капители) имеется неточность (какая?).

## 4.2. Тень скоции

Скоция – тело вращения. И верхняя плита, и основание скоции имеют цилиндрическую форму. В примере, показанном на рис. 4.6, скоция примыкает к фронтальной стене (подобно капители, показанной на рис. 4.1, но верхняя плита – круглая, а не квадратная). Собственную и падающую тени строят без плана, пользуясь способом вспомогательных конусов, способом выноса и способом обратного луча.

Для построения ***собственной тени*** строим два обратных конуса с углами *45°* и *35,3°*, которые касаются вогнутой поверхности скоции по двум параллелям $p_{45}$ и $p_{35}$. На параллели $p_{45}$ отмечаем две точки: одна на очерке, другая – по центру скоции. Верхняя точка *7* собственной тени находится на параллели $p_{35}$. Для поиска этой точки надо провести обратный луч под углом *45°* из вершины конуса *35,3°* до пересечения с линией касания $p_{35}$.

***Падающие тени*** на стене строим способом выноса, определяя вынос любой точки с помощью вспомогательных окружностей, начерченных прямо на фасаде ("наложенный план"). В точке *1* тень от верхнего полуцилиндра перемещается со стены на скоцию. В точке *3* тень, падающая на скоцию, "исчезает". Эта точка найдена обратным лучом, идущим из точки *8* пересечения падающих теней.

***Самая нижняя точка*** тени, падающей на фасадную стену (точка *4*) найдена с помощью прямого конуса с углом *45°*.

Подробнее рассмотрим построение ***самой верхней точки*** тени, падающей от верхней цилиндрической плиты на вогнутую поверхность (точ-

ка *2* на рис. 4.6). Используем вспомогательный конус *35,3°*, который касается нижней круговой кромки цилиндра и пересекает скоцию по окружности *Ω*. На этом конусе есть единственная “освещенная” образующая (по ней скользит световой луч). Точка *2* найдена на пересечении освещенной образующей с параллелью *Ω*. Этот прием уже был использован ранее при построении верхней теневой тоски на колонне капители.

На скоции всего ***две проверочные точки***: точка *3* (пересечение собственной и падающей теней на скоции) и точка *8* (пересечение падающих теней на стене). Эти точки должны находиться на одном световом луче.

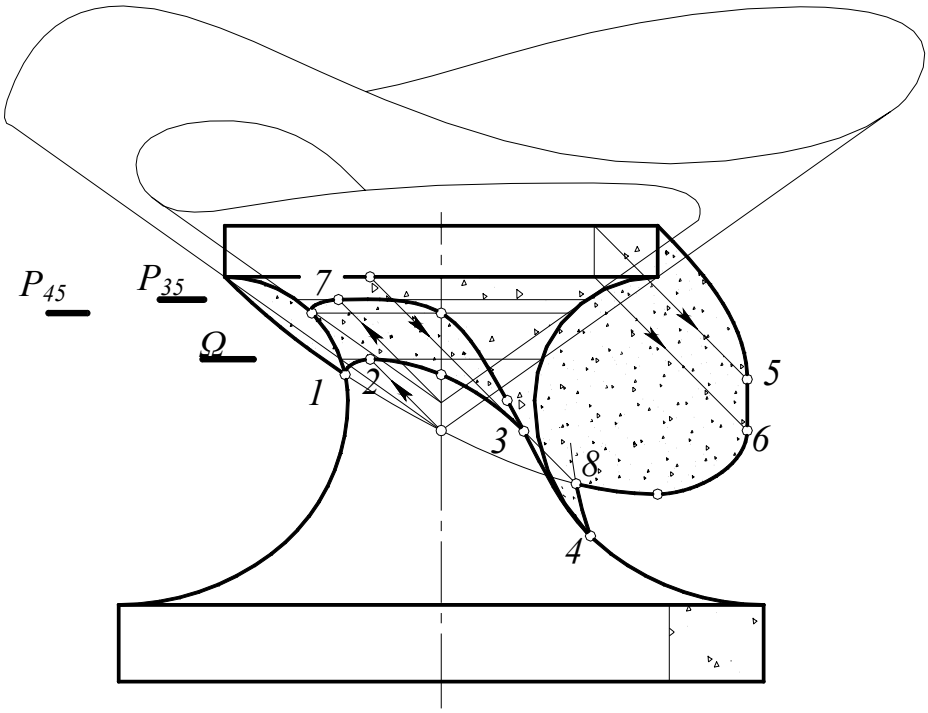



Рис. 4.6

В заключение заметим, что способы, использованные при построении теней на капители и скоции, потребуются при выполнении контрольно-графического задания “Тени на полубалясине”.

### 4.3. Тень карниза

Угловые профили карниза или пилястры расположены в вертикальных плоскостях под углом *45°* к фронтальной стене. Поэтому при построении теней можно пользоваться как левым, так и правым угловым профилем. Если известен вынос карниза *y*, то тени определяются без плана (план на рис. 4.7 показан только для справки).

Границу *a* тени, падающей от верхней плиты, можно найти с помощью левого профиля, проводя проекцию светового луча обычным образом (слева направо). Но если левый угловой профиль карниза недоступен, то мож-

но использовать правый профиль, проводя проекции световых лучей в направлении, симметричном основному, то есть справа налево.

Сказанное справедливо и для границ *b* и *c* собственной тени. Для их построения надо провести проекции лучей касательно к профилю карниза (левого или правого).

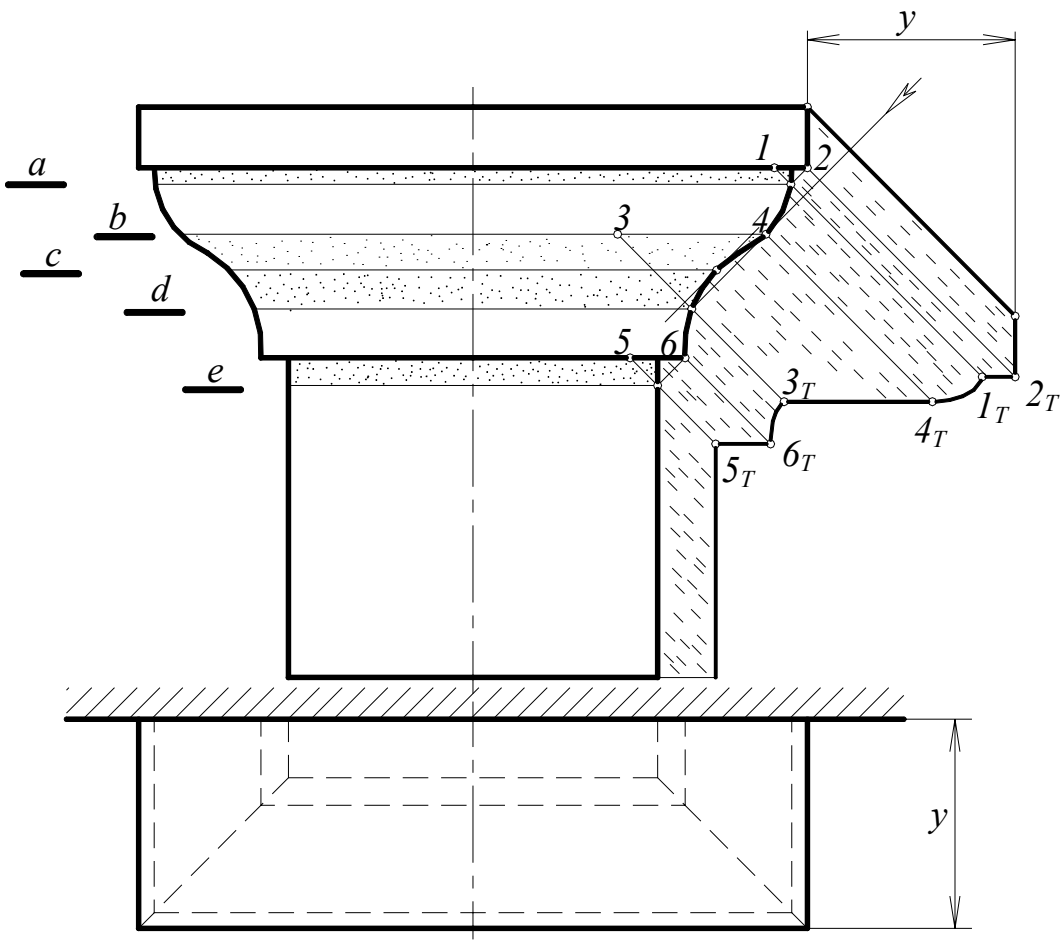



Рис. 4.7

Падающая тень *d* – это тень от границы *b* собственной тени (определяется с помощью правого углового профиля).

Тень от карниза, падающая на стену, определяется ***способом выноса*** с применением ***обратных лучей***. Например, тень от границы *b* собственной тени частично попадает на карниз, а начиная от точки *3* и до точки *4* – на стену. Тень $3_T$-$4_T$ на стене – это тень от участка *3-4*. Точка *3* найдена с помощью обратного луча, а тень $4_T$ на стене – по выносу точки *4*.

## 4.4. Тень кронштейна

В этой задаче роль плана выполняет профильная проекция кронштейна (рис. 4.8). ***Собственные тени*** определяем с помощью лучей, касательных к профилю кронштейна. Граница собственных теней – криволинейные кромки *2-3, 6-7*, прямая кромка *3-5* и линия *7-8*.

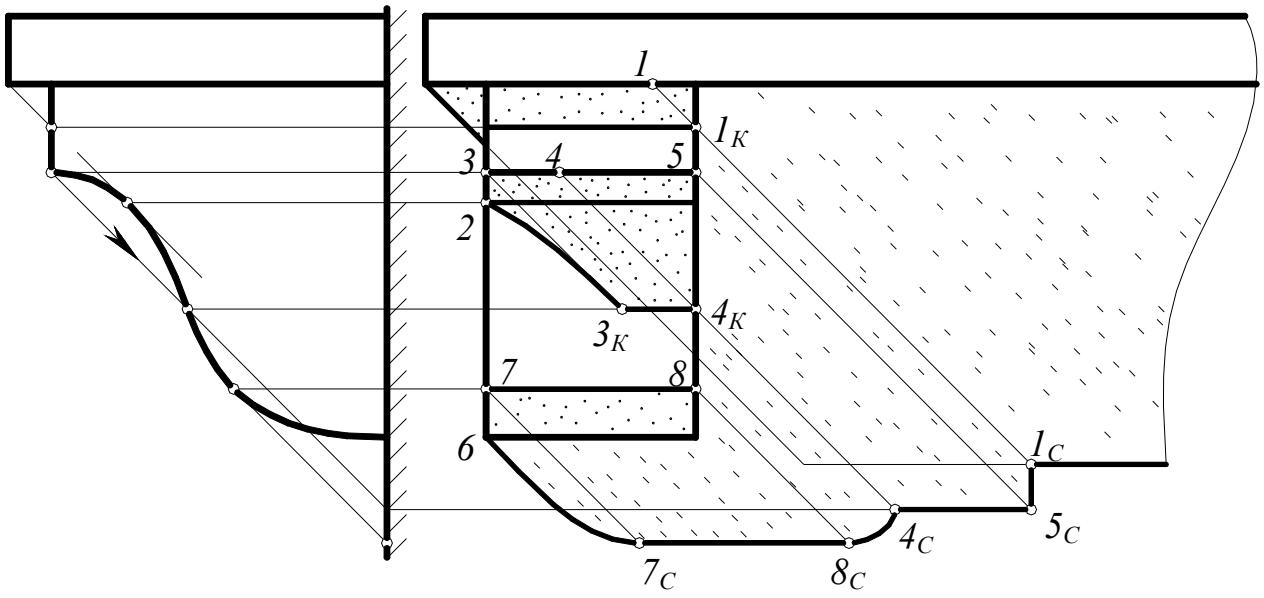



Рис. 4.8

Граница собственной тени верхней плиты – ее боковая и передняя горизонтальные кромки. ***Падающая тень*** от плиты частично попадает на стену, частично – на кронштейн. Световой луч, проходящий через точку *1*, "задевает" кронштейн в точке $1_К$ и падает на стену в точку $1_С$ (индекс "*к*" означает кронштейн, индекс "*с*" – стена). Тень от участка собственной тени *2-3-4* попадает на кронштейн (падающая тень $2\text{-}3_К\text{-}4_К$), от участка *4-5* – на стену (тень $4_С\text{-}5_С$). Тень от участка собственной тени *6-7-8* полностью попадает на стену.

# Лекция 4 (окончание)

## ТЕНИ АРХИТЕКТУРНЫХ ДЕТАЛЕЙ И ФРАГМЕНТОВ

### 4.5. Тень в полусферической нише

Собственная тень в полусферической нише строится так же, как и на сфере (см. лекцию 2, рис. 2.8, рис. 2.9). Разумеется, собственные тени на сфере и в сферическом углублении “меняются местами”: освещенная часть сферы – это собственная тень в сферической нише, и наоборот.

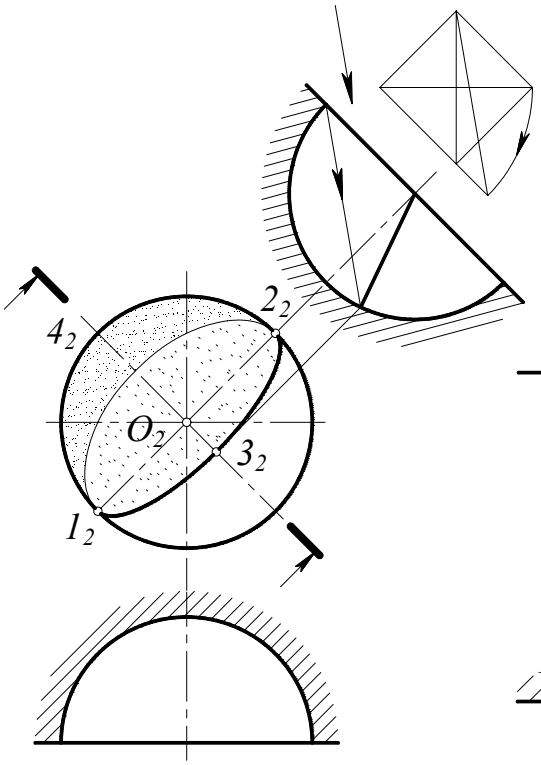



Рис. 4.9

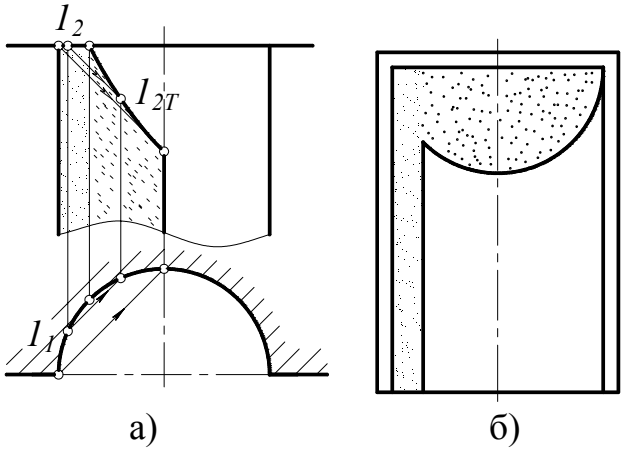



Рис. 4.10

Падающая тень $1_2$-$2_2$-$3_2$ на фасаде сферической ниши – ***это эллипс, малая полуось $O_2$-$3_2$ которого равна одной трети от радиуса сферы*** (рис. 4.9). Построение точки *3* показано на дополнительной плоскости проекций, размещенной параллельно световому потоку. На рис. 4.9 эта плоскость обозначена двумя утолщенными отрезками, а направление взгляда – стрелками. Покажем, что тень $1_2$-$2_2$-$3_2$, падающая от освещенной кромки $1_2$-$4_2$-$2_2$ на внутреннюю поверхность сферической ниши – действительно часть эллипса. Световые лучи, проходя через дугу окружности *1-4-2*, образуют эллиптический цилиндр, который касается сферы в точках *1* и *2*. Поэтому линия пересечения лучевого цилиндра и сферы (***согласно теореме о двойном прикосновении тел второго порядка***) распадается на две окруж-

ности, одна из которых (линия *1-3-2*) является границей падающей тени. На дополнительной плоскости проекций эта окружность вырождается в отрезок прямой, а на фасаде проецируется эллипсом.

### 4.6. Тень в цилиндрической нише

Тень в ***открытой*** цилиндрической нише (рис. 4.10, *а*) найдена с использованием плана. Показано построение промежуточной теневой точки (точка $1_T$).

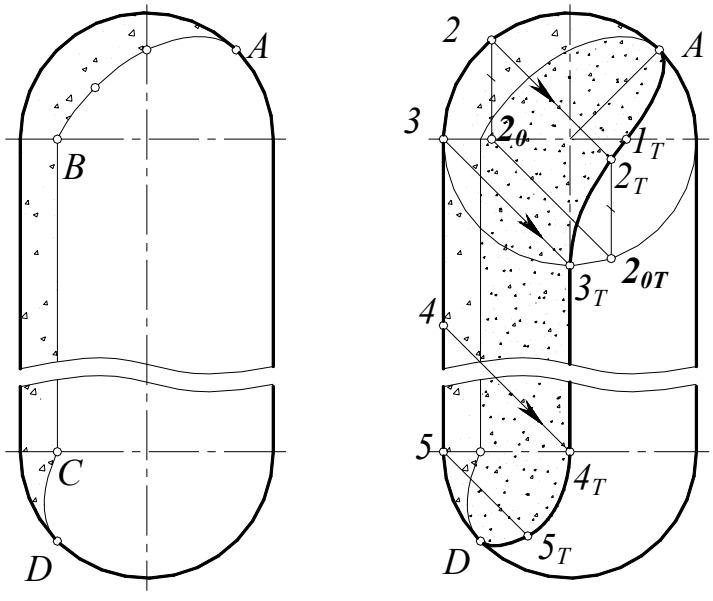
На рис. 4.10, *б* показана ***перекрытая сверху*** цилиндрическая ниша. Тень на внутренней поверхности ниши от горизонтального козырька повторяет нормальное сечение поверхности – окружность с радиусом, равным радиусу цилиндрической ниши (см. лекцию 1, рис. 1.13). Падающая тень (часть окружности) строится без использования плана.

### 4.7. Тень фронтальной каннелюры

Каннелюра – цилиндрическая ниша в стене (на колонне), которая сверху и снизу завершается полусферическими углублениями. На рис. 4.11, *а* показано построение границы *ABCD* собственной тени. Участки *AB* и *CD* – дуги эллипса, построенного "***по восьми точкам***" (см. лекцию 2, рис. 2.9). Участок *BC* – собственная тень цилиндрической ниши.

На рис. 4.11, *б* дано построение падающей тени от освещенной кромки *A-2-3-4-5-D*.

Участки *A-*$1_T$ и *D-*$5_T$ – это тень на внутренней поверхности сферической ниши (согласно рис. 4.7 это дуги эллипса, малая ось которого равна одной трети радиуса сферы).




а) б)

Рис. 4.11

Участок $3_T$-$4_T$ – тень на цилиндрическом участке от прямолинейной кромки *3-4*.

Участок $4_T$-$5_T$ – тень от прямолинейного участка *4-5*, падающая на полусферическую нишу. Его построение мы рассматривать не будем. Достаточно соединить найденные точки $4_T$ и $5_T$ плавной кривой (без изломов в этих точках).

Немного подробнее рассмотрим участок па-

дающей тени от точки $1_T$ до точки $3_T$. На рис. 4.11, *б* показано построение одной из точек этого участка (точки $2_T$ ). Тень в точку $2_T$ попадает от точки *2*, "сидящей" на кромке сферической ниши. Мысленно опустим точку *2* вниз (в положение $2_0$). Тень $2_{0T}$ от точки $2_0$ будет найдена на дуге окружности (см. построение тени в перекрытой нише, рис. 4.10). Осталось поднять "виртуальную" теневую точку $2_{0T}$ вверх на расстояние $2\text{-}2_0$.

## 4.8. Тени на разрезе круглого зала, перекрытого куполом с цилиндрическим световым фонарем

Эта задача решается при выполнении контрольно-графического задания "Построение теней на ротонде".

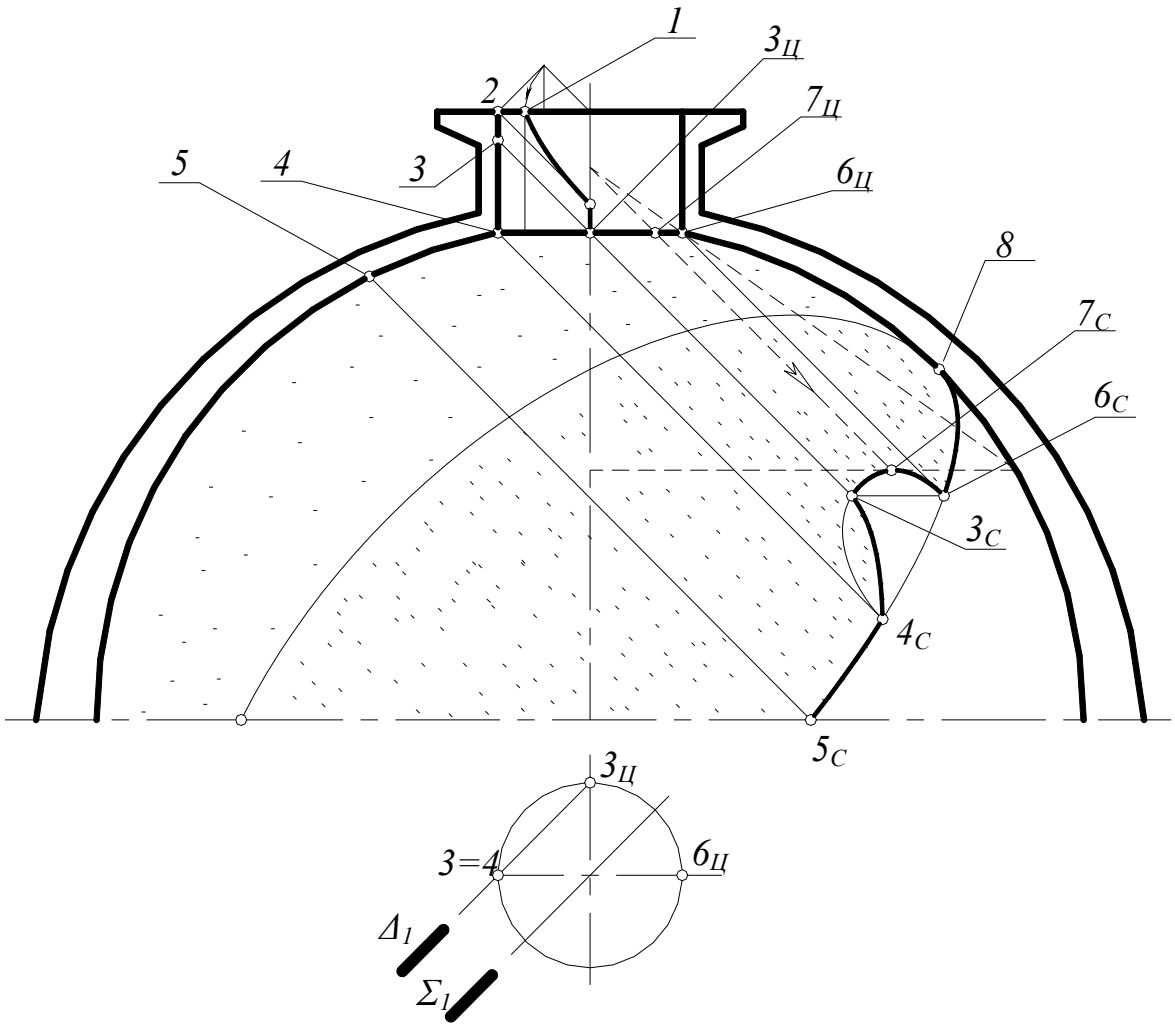



Рис. 4.12

На рис. 4.12 представлена поверхность, составленная из двух частей – сферического углубления (***"купол"***) и открытой цилиндрической ниши (***"световой фонарь"***).

Собственная и падающая тени на поверхности ***светового фонаря*** построены в соответствии с рис. 4.10. Отметим, что тенеобразующая кромка фонаря – составная линия *1-2-3-4*. Часть этой линии (участок *1-2-3*) "отдает" тень $1\text{-}3_Ц$ на внутреннюю поверхность светового фонаря, а вертикальный участок *3-4* отбрасывает тень $3_C\text{-}4_C$ на внутреннюю поверхность сферического купола (индекс "*с*" – сфера, индекс "*ц*" – цилиндр).

Тени на внутренней поверхности ***сферического купола*** построены в соответствии с рис. 4.9. Напомним, что падающая тень $8\text{-}6_C\text{-}4_C\text{-}5_C$ на фасаде сферической ниши – эллипс, малая полуось которого равна одной трети от радиуса сферы.

Световой фонарь создает на куполе световое пятно. Граница светового пятна $6_C\text{-}7_C\text{-}3_C\text{-}4_C$ – это тень от участка $3_Ц\text{-}6_Ц$ нижней кромки цилиндрической ниши. Самая высокая точка $7_C$ этого светового пятна построена с помощью вспомогательного конуса *35,3°*, проходящего через кромку $3_Ц\text{-}6_Ц$ (на фасаде купола вспомогательный конус показан пунктиром).

Как построена теневая точка $3_C$? Точки $6_Ц$ и $3_Ц$ расположены симметрично относительно лучевой плоскости $\Sigma$ (см. план на рис. 4.12), поэтому тени $6_C$ и $3_C$ от этих точек находятся на одной параллели. Этого достаточно, чтобы отметить на фасаде искомую точку $3_C$. Теневой участок $3_C\text{-}4_C$ найден как тень от вертикального ребра *3-4*. Для ее построения надо использовать ***способ лучевых сечений.*** Через ребро *3-4* проводим лучевую плоскость $\Delta$ (см. план на рис. 4.12). Искомая тень $3_C\text{-}4_C$ есть линия пересечения купола плоскостью $\Delta$.

Найдем тени на цилиндрической стене полукруглого зала (рис. 4.13). Построение осложняется наличием ***карниза***, отделяющего сферический купол зала от его цилиндрической части (уровни ***A,B,C*** на рис. 4.13).

Кромка *8-9* сферического купола отбрасывает тень $8_Ц\text{-}9_Ц$ на цилиндр. Как построить эту тень – смотри рис. 4.11, *б*.

Кромки ***B*** и ***C*** карниза оставляют одинаковые тени на цилиндрической стене, смещенные относительно друг друга по вертикали на ширину карниза. Построение этих теней выполняется с помощью плана. Надо обратить внимание, что теневые точки $14_Ц$ и $10_Ц$ – на одном уровне (они симметричны относительно вертикальной лучевой плоскости симметрии).

Тень от кромок *10-11* и *12-13* попадает на окружность (штриховая окружность с центром на уровне ***C***). Объяснение – смотри рис. 4.10, *б*.

Тень, падающая от левой кромки полусферы на козырек, построена способом обратного луча. Отмечаем на цилиндре точки пересечения теней, падающих от купола и от козырька, и "возвращаем" эти точки на кромки ***B*** и ***C***. В левой части козырька (на его конической части) имеется небольшое световое пятно. Границу этого пятна находим, возвращая точку $9_Ц$ на уровень ***B***.

Заметим, что в процессе построений появляются “мнимые” тени, то есть тени от кромок, которые не могут отбросить падающую тень (от затененных или полностью освещенных кромок).

Проверка построения сводится к проверке выполнения универсального правила: ***падающая тень – это тень от границы собственной тени.***

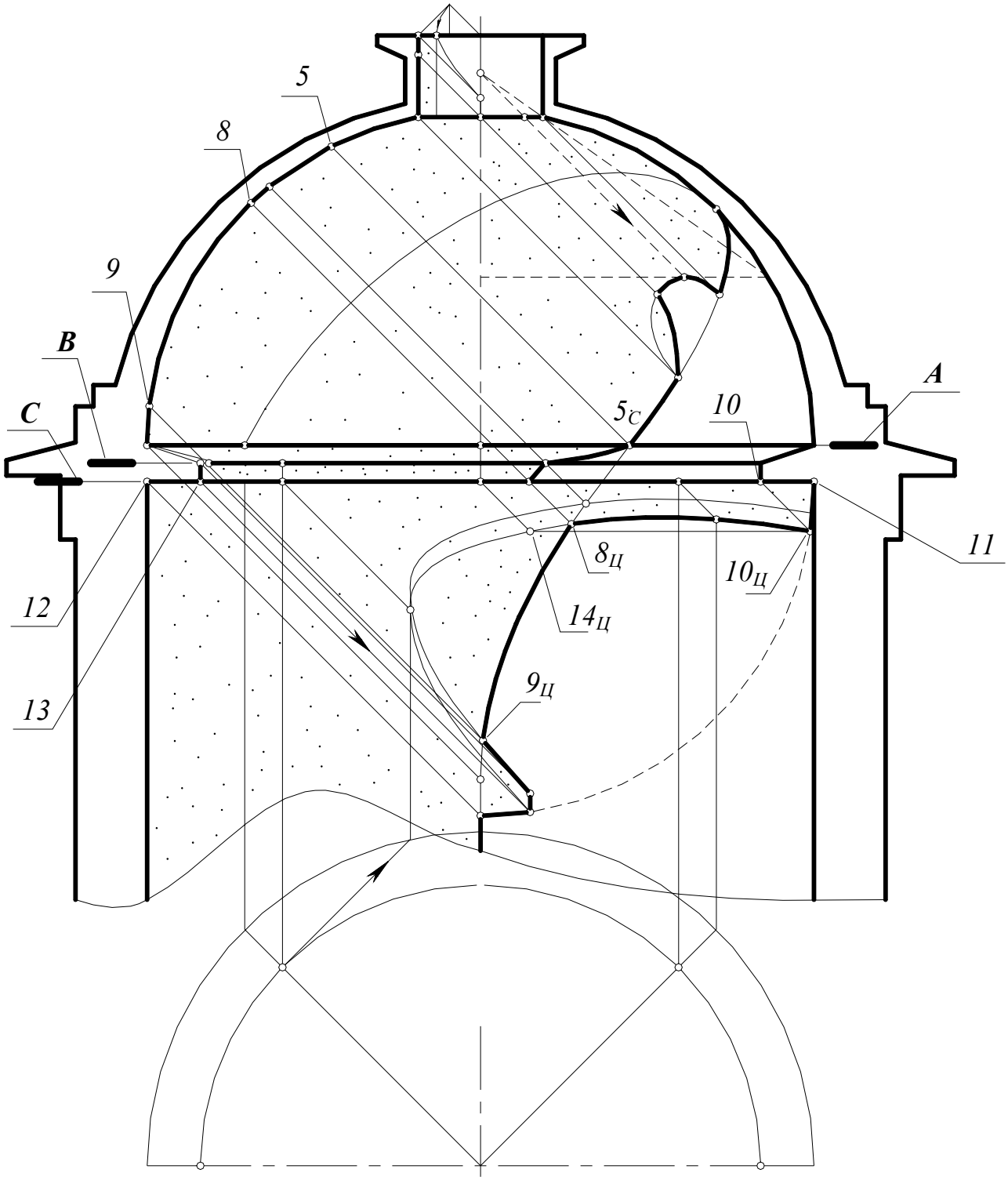



Рис. 4.13

## 4.9. Тени на разрезе граненого купола

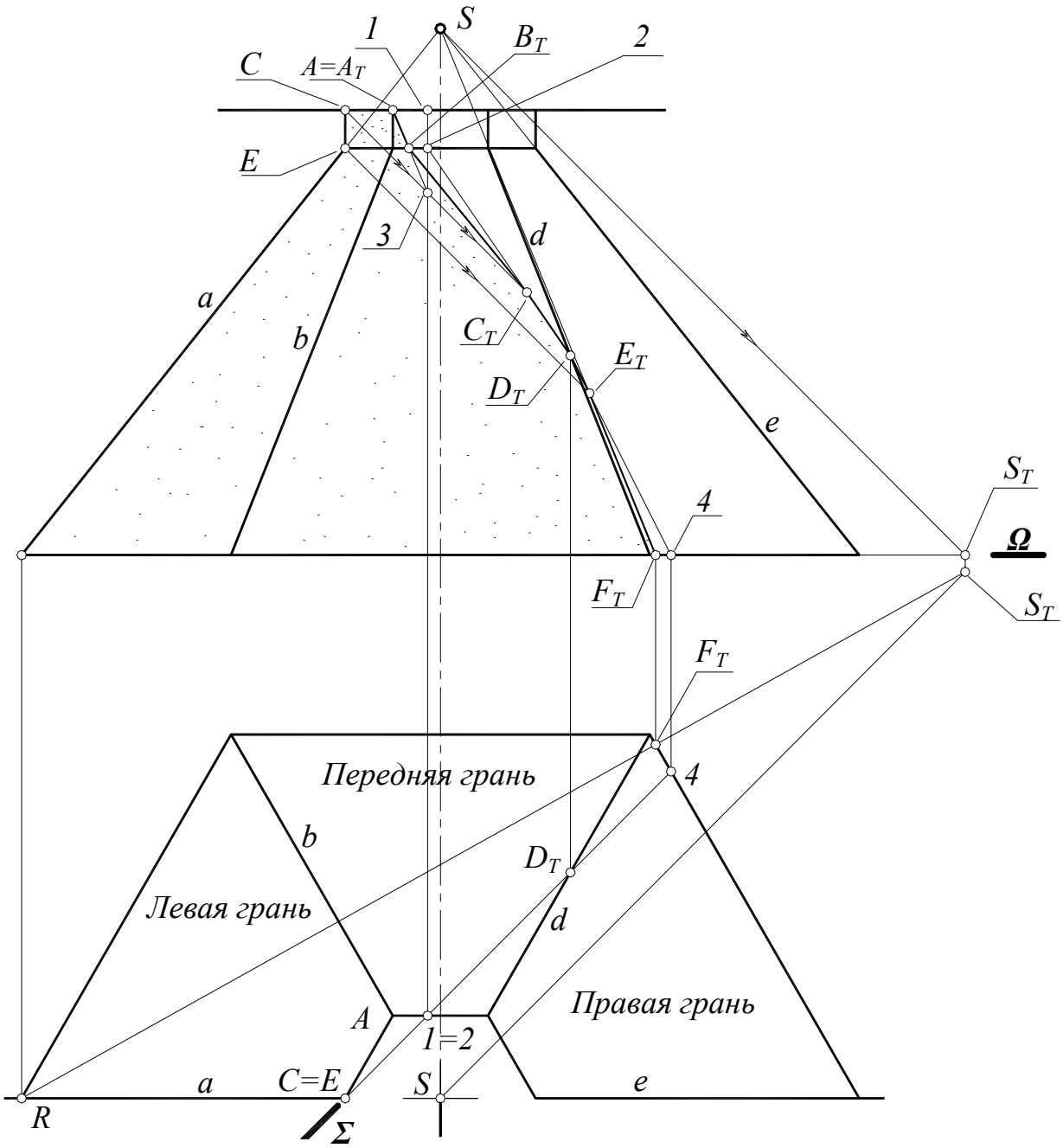



Рис. 4.14

На рис. 4.14 показан пирамидальный купол полуротонды с граненым световым фонарем. Граница падающей тени – сложная ломаная линия $A_TB_TC_TD_TE_TF_T$ (на чертеже условно не указаны индексы *1* и *2*, обозначающие план и фасад).

Еще раз напомним основное правило: ***падающая тень – это тень от границы собственной тени***. В данном на рис. 4.14 примере граница собственной тени – горизонтальная кромка *AC* светового фонаря, вертикаль-

ное ребро *CE* и наклонное ребро *a* купола (пространственная ломаная линия).

***Первое действие – строим тень от кромки AC*** (тень от кромки *AC* частично попадает на переднюю вертикальную грань светового фонаря, а частично – на переднюю наклонную грань пирамидального купола).

Тень от точки *A* совпадает с самой точкой. Тень от точки *C* найдем с помощью вспомогательной лучевой плоскости $\boldsymbol{\Sigma}$, которая пересекает переднюю грань фонаря по линии *12*. Мысленно продлив линию *12* вниз, найдем точку *3* – ***мнимую тень от точки C*** на передней грани светового фонаря. Соединяя точку *A* с точкой *3*, получаем падающую тень на передней грани фонаря, которая заканчивается в точке $B_T$.

Истинная тень $C_T$ от точки *C* попадает на наклонную переднюю грань купола ротонды. Чтобы найти эту тень, строим (с помощью плана) линию разреза $2\text{-}D_T$ передней грани купола плоскостью $\boldsymbol{\Sigma}$. Проводя световой луч из точки *C* до пересечения с линией $2\text{-}D_T$, получаем теневую точку $C_T$ и строим участок $B_TC_T$ искомой тени от кромки *AC*.

***Затем находим тень от вертикального ребра CE***. Через это ребро проходит вспомогательная лучевая плоскость $\boldsymbol{\Sigma}$, поэтому искомая тень от ребра *CE* совпадает с линией разреза $2\text{-}D_T\text{-}4$ (см. план). Участок тени $C_T D_T$ находится на передней грани. В точке $D_T$ на ребре *d* тень терпит излом и заканчивается в точке $E_T$ на линии разреза $D_T\text{-}4$ (на правой грани купола).

***Осталось построить тень, падающую на правую грань купола от наклонного ребра a***. Чтобы найти эту тень, использован вспомогательный экран $\boldsymbol{\Omega}$. На плане показана тень $RS_T$, падающая от ребра *a* на экран $\boldsymbol{\Omega}$. В точке $F_T$ эта тень пересекает нижнюю кромку правой грани. Тень от точки *S* на правой грани совпадает с самой точкой *S*. Следовательно, тень $E_TF_T$ от ребра *a* идет (по правой грани) из точки *S* в точку $F_T$.

Таким образом, падающая тень на внутренней части купола ротонды – сложная ломаная линия, состоящая из пяти участков. Участок $A_TB_T$ находится на передней вертикальной грани светового фонаря, участки $B_TC_T$ и $C_T D_T$ – на передней наклонной грани купола, участки $D_TE_T$ и $E_TF_T$ попадают на правую грань купола ротонды. Построение выполнено с использованием ***способа лучевых сечений*** и ***способа вспомогательных экранов***.

## 4.10. Тени антаблемента ротонды

Перед выполнением учебного задания “ Тени полуротонды” рекомендуется предварительно рассмотреть построение тени антаблемента на гладкой фасадной стене без учета полукруглого или граненого грота полуротонды (рис. 4.15).

Антаблемент – опирающаяся на колонны балка и лежащие на ней элементы. На рис. 4.15 показан граненый антаблемент, консольно прикрепленный к стене (колонны не показаны).

Прежде всего, надо выяснить, какие грани находятся в собственной тени, а какие – на свету. Мысленно выделяем ребра, образованные пересечением освещенных и затененных граней. Эти ребра – граница собственной тени. Именно они будут формировать падающую тень.

Характерные точки на “наружных” гранях антаблемента обозначены цифрами, на “внутренних” гранях – буквами (индексы *1* или *2*, обозначающие план и фасад, условно не даны).

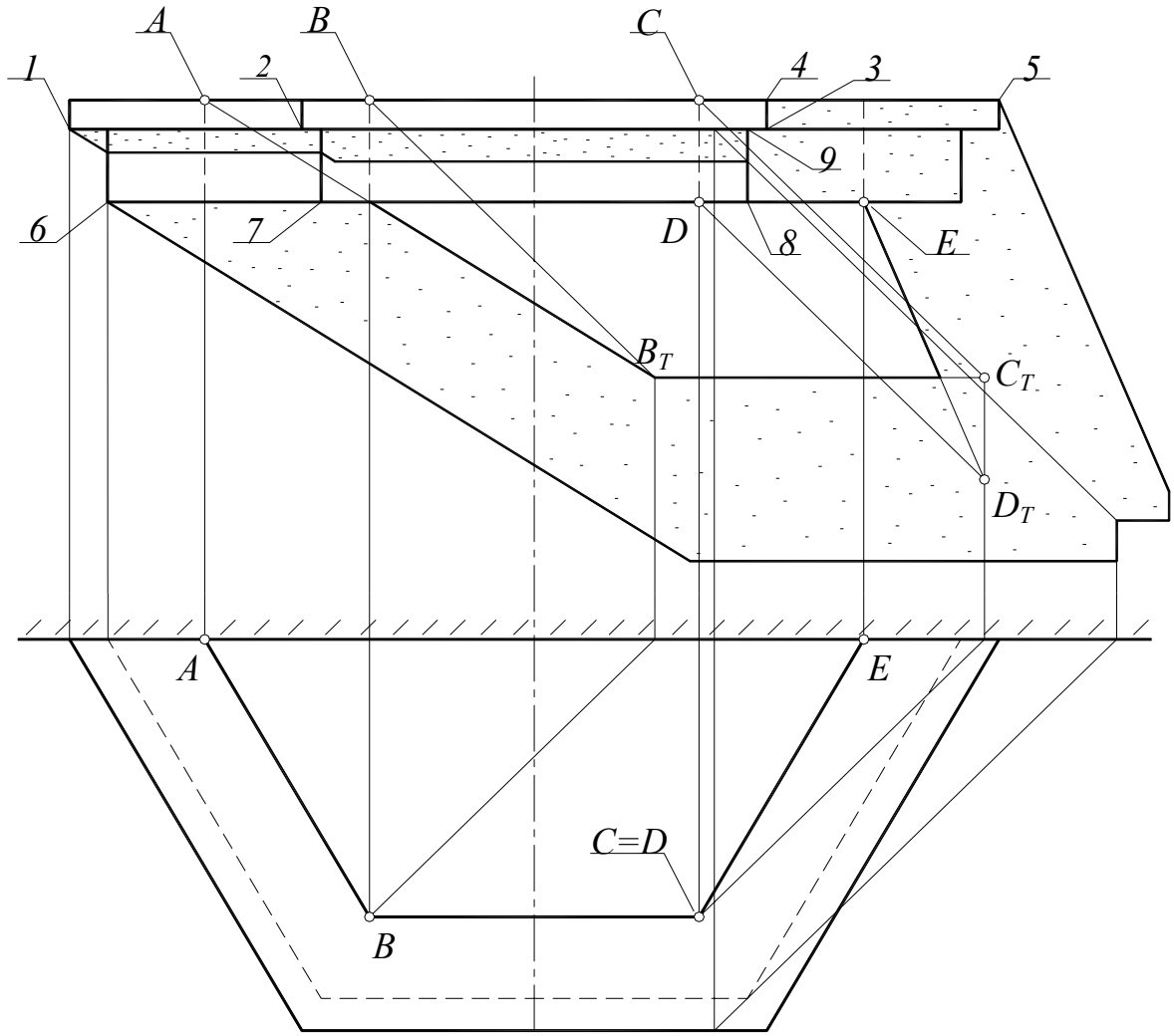



Рис. 4.15

Граница собственной тени на наружной поверхности антаблемента – две ломаные линии *1-2-3-4-5* и *6-7-8-9*, которые отдают тень частично на передние грани антаблемента, а частично – на фасадную стену. Построение этих теней выполняется с использованием плана и не вызывает затруднений.

Граница собственной тени на внутренних гранях антаблемента – ломаная линия *A-B-C-D-E*.

Тень на стене от точки *A* совпадает с точкой *A*. Тень $B_T$ от точки *B* построена с помощью плана.

Тень $B_TC_T$ от ребра $BC$ параллельна этому ребру. Тень $D_TE$ от ребра $DE$ найдена с помощью плана. Падающие тени $B_TC_T$ и $D_TE$ пересекаются, замыкая область падающей тени. Теневые точки $C_T$ и $D_T$ – "мнимые".

Тени, падающие от антаблемента не на гладкую стену, а на внутреннюю поверхность грота, разумеется, выглядят сложнее. Но последовательность построения сохраняется: с помощью плана строим тени от ломаных линий *1-2-3-4-5* и *6-7-8-9*, затем (также с помощью плана) находим тени от "внутренней" границы собственной тени *A-B-C-D-E*.

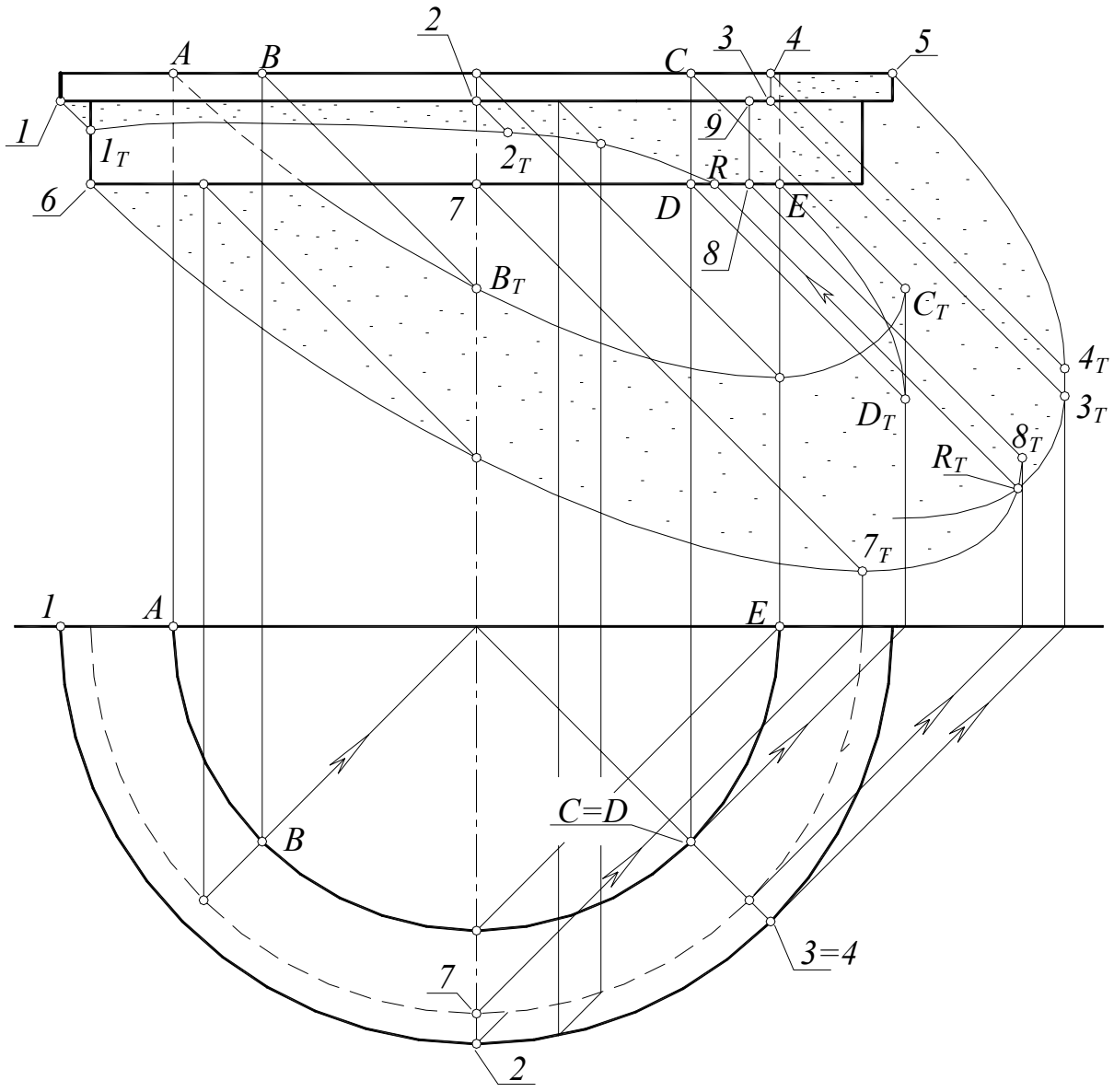



Рис. 4.16

Тени от полукруглого антаблемента строятся в такой же последовательности (рис. 4.16).

Прежде всего, определяем границы собственных теней. Граница собственной тени на узком цилиндрическом "козырьке" – составная линии *1-2-*

*3-4-5*, состоящая из трех участков (два участка – дуги окружности, участок *3-4* – прямая линия).

Граница собственной тени на наружной поверхности основного цилиндра – линия *6-7-8-9*, где *8-9* – прямолинейный участок.

Граница собственной тени на внутренней цилиндрической части – составная линия *A-B-C-D-E* (верхняя круговая кромка *A-B-C*, прямолинейный участок *C-D* и нижняя круговая кромка *D-E)*.

Построение падающих теней выполняется с помощью плана. Теневая точка $R_T$ найдена на пересечении падающих теней от основного цилиндра (тень $6\text{-}7_T\text{-}8_T$) и от козырька (тень $3_T\text{-}4_T\text{-}5$). Возвращая точку $R_T$ обратным лучом на основной цилиндр, получаем точку *R* (последнюю точку тени, падающей от козырька на основной цилиндр).

### 4.11. Тени на полубалясине

Рассмотрим фрагмент полубалясины (рис. 4.17). Скоция, образованная конусом и выкружкой (центр выкружки отмечен крестиком, очерковая образующая конуса показана пунктиром), переходит в узкий цилиндрический поясок, на котором крепится квадратная плита (*абака*).

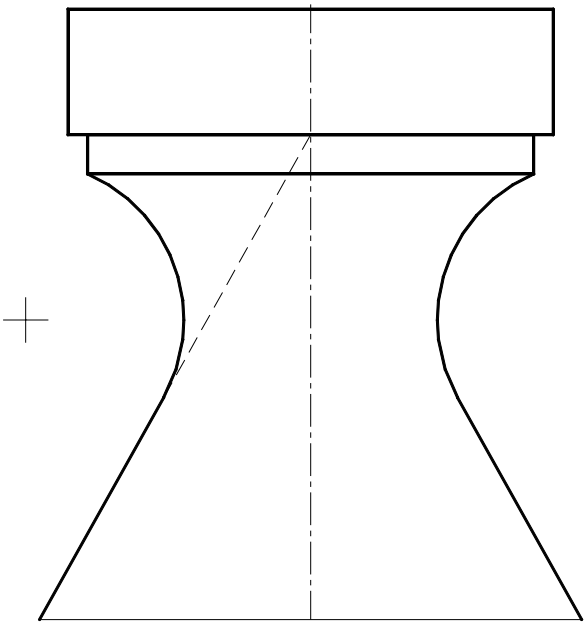


Рис. 4.17

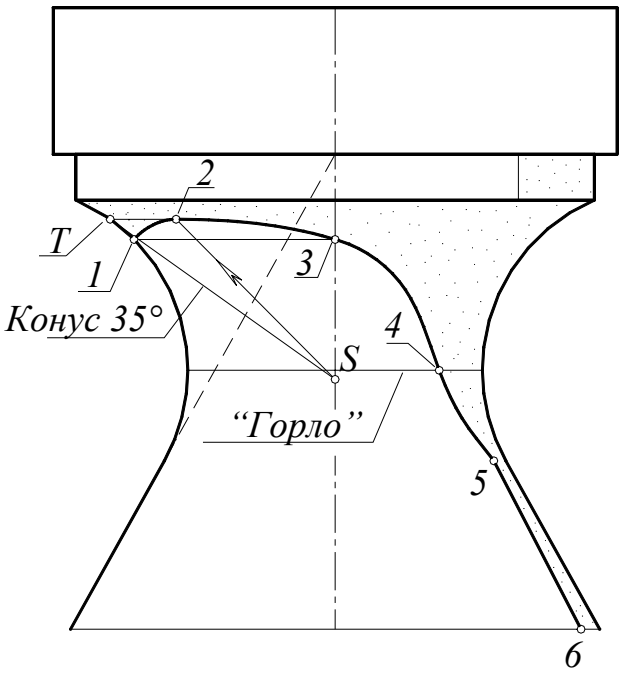



Рис. 4.18

Начинаем с ***построения собственных теней*** (рис. 4.18). Граница собственной тени на скоции (линия *1-2-3-4-5-6*) построена способом вспомогательных конусов. Точка *1* найдена с помощью обратного конуса *45°*, теневая точка *3* находится на той же параллели, что и точка *1* (*почему?*).

Точка *2* построена с помощью конуса *35°* с вершиной *S* (в точке *T* образующая обратного конуса *35°* касается очерка скоции). Точка *4* найдена как собственная тень на вспомогательном цилиндре, мысленно вписанном в горловое сечение скоции.

В точке *5* собственная тень выкружки переходит в собственную тень конуса (прямая линия *5-6*).

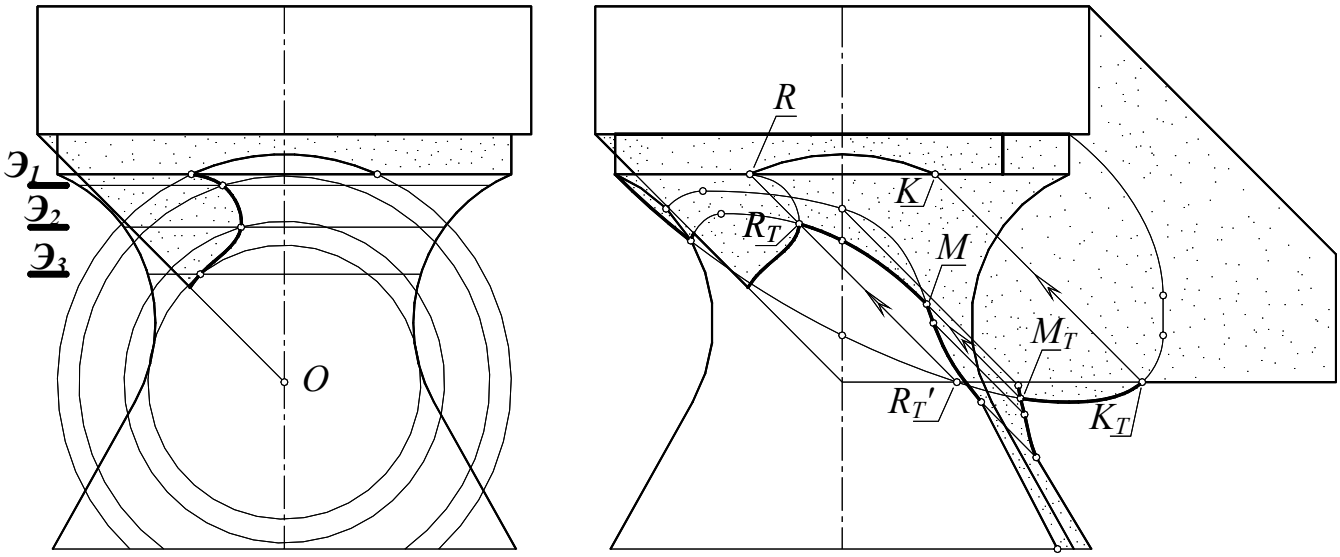
***Следующее действие – построение падающих теней***. Нам придется построить:

-тень от плиты, падающую на цилиндрический поясок, на скоцию и на фасадную стену;

-тень от цилиндрического пояска, падающую на стену и на скоцию;

-тень от скоции на фасадной стене.

Тени частично перекрываются, границы падающих теней пересекаются как между собой, так и с границей собственной тени. Поэтому выполненное построение можно проверить “обратными лучами”.




а) б)

Рис. 4.19

На рис. 4.19, *а* дано построение тени от плиты на цилиндр и на скоцию. Построение выполнено с помощью круговых сечений (экранов) *Э1, Э2, Э3* . Каждое круговое сечение условно заменяем цилиндрическим “пояском”, тень на котором от кромки плиты выглядит окружностью. Радиус окружности равен радиусу сечения, а центр окружности *O* смещен вниз на величину выноса тенеобразующей кромки (см. рис. 4.2,*б* и рис. 1.13).

На рис.4.19, *б* показаны полностью построенные тени на полубалясине и на фасадной стене.

Для оценки точности построения выделяем три группы проверочных точек.

***Первая проверочная группа*** – точки $R, R_T$ и $R_T'$ , лежащие на одном световом луче. В точке $R_T'$ пересеклись падающие на стену тени от плиты и от цилиндрического пояска (*эти тени мнимые*).

В точке $R_T$ встретились тени от плиты и от цилиндрического пояска, падающие на скоцию.

В точке $R$ оборвалась тень от плиты, падающая на цилиндр. Освещенная кромка $RK$ цилиндра отбрасывает тень (частично на скоцию, а частично – на фасадную стену).

***Вторая проверочная группа*** – точки $M$ и $M_T$, связанные "обратным лучом". Точка $M$ называется *точкой исчезновения тени*. В этой точке тень от цилиндрического пояска, падающая на скоцию, пересекается с собственной тенью скоции. При этом падающая тень "исчезает" в собственной тени. В точке $M_T$ пересекаются тени, падающие на стену от скоции и от цилиндрического пояска. Точка исчезновения $M$ найдена с помощью обратного луча, идущего от точки $M_T$ .

***Третья проверочная группа*** – точки $K$ и $K_T$, также обязанные лежать на одном световом луче. В точке $K_T$ заканчивается падающая тень от цилиндрического пояска и начинается тень от плиты. В точке $K$ заканчивается освещенная кромка цилиндрического пояска, способная отбрасывать тень.

# Лекция 5

## АКСОНОМЕТРИЯ. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

До сих пор мы рассматривали комплексные чертежи, составленные из двух проекций объекта. Такой чертеж обладает свойством обратимости (то есть позволяет определить форму и размеры объекта). Особо отмечалось, что однопроекционный чертеж – необратим.

Казалось бы, это утверждение – совершенно очевидно. Тем не менее, возможно составить чертеж (не рисунок, а именно чертеж!), содержащий только одно изображение (одну проекцию), который был бы обратим. Для этого ***надо изображаемый объект жестко связать с тремя взаимно перпендикулярными осями координат и изображать объект вместе с осями координат***.

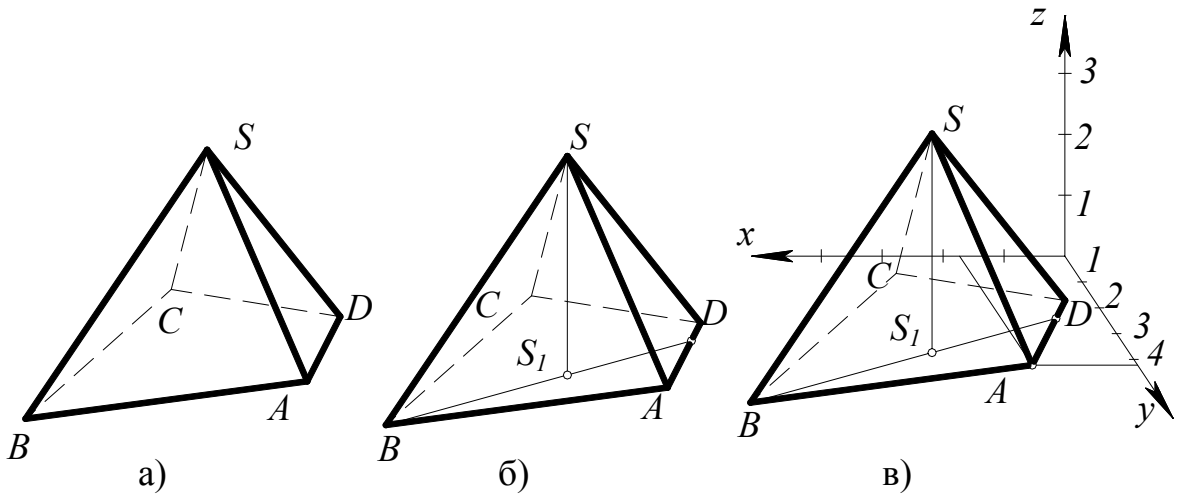



Рис. 5.1

На рис. 5.1 показаны три чертежа одной и той же пирамиды. Чертеж на рис. 5.1, *а* – не обратим. Ни форма, ни тем более размеры объекта – неизвестны. Ясно лишь, что изображена четырехугольная пирамида.

Немногим лучше рис. 5.1, *б*, на котором дополнительно указана горизонтальная проекция $S_1$ вершины $S$. Форма пирамиды понятнее, но чертеж по-прежнему не обратим.

И, наконец, на чертеже рис. 5.1, *в* представлено полностью метрически определенное изображение. Чертеж – обратим, хотя дана лишь одна проекция пирамиды. На этом чертеже показана не только пирамида, но и жестко связанная с ней ортогональная система координат (пирамида стоит на плоскости *xy*), что позволяет определить координаты любой вершины, а значит – все размеры пирамиды.

Таким образом, ***аксонометрия (аксонометрический чертеж) – это параллельная проекция изображаемого объекта и жестко связанной с ним ортогональной системы координат.***

Заметим, что обратимость аксонометрического чертежа достигается не только за счет координатных осей. Например, если на аксонометрическом чертеже пирамиды (рис. 5.1, *в*) не указать точку $S_1$ (эта точка – ортогональная проекция вершины $S$ на основание пирамиды), то чертеж утратит определенность. Мы не сумеем определить ни форму, ни высоту пирамиды, несмотря на наличие осей координат. Точка $S_1$ называется вторичной проекцией точки $S$ (или ее основанием).

***Аксонометрический чертеж только тогда будет обратимым, если для любой точки изображенного на нем объекта можно построить ее основание (вторичную проекцию).***

## 5.1. Выбор плоскости проекций и направления проецирования

Плоскость, на которую проецируется заданный объект, называется ***аксонометрической плоскостью проекций***. Плоскость проекций можно выбирать вполне произвольно.

Направление проецирования также выбирается произвольно. Например, мы можем проецировать заданный объект лучами, ***перпендикулярными к выбранной плоскости проекций***. В этом случае аксонометрия называется ***ортогональной***.

Если проецирующие лучи наклонены к плоскости проекций под произвольным углом, то такая аксонометрия называется ***косоугольной.***

## 5.2. Показатели искажения

Напомним, что мы связали с изображаемым объектом тройку координатных осей. Аксонометрическая плоскость проекций $П'$ в общем случае пересекает все три оси координат (рис. 5.2). Оси наклонены к плоскости проекций, поэтому отрезок, начерченный вдоль какой-либо координатной оси, изображается на аксонометрической плоскости проекций с искажением. Пусть, например, вдоль оси $z$ отложен отрезок длиной *10 мм*, а длина его проекции – *7 мм*. ***Показателем искажения называют отношение длины проекции отрезка к длине самого отрезка*** (*разумеется, речь идет об от-*

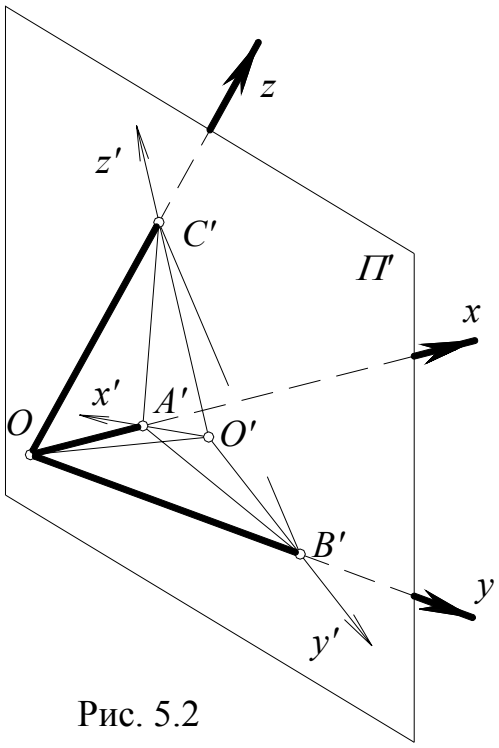


Рис. 5.2

*резке, отложенном вдоль какой-либо оси координат*). В нашем примере показатель искажения вдоль оси $z$ равен *0,7*. Обычно показатель искажения по оси $x$ обозначают буквой $u$, по оси $y$ – буквой $v$, по оси $z$ – буквой $w$.

В общем случае (*если произвольно выбрана плоскость проекций и произвольно назначено направление проецирования*) показатели искажения отличаются друг от друга: $u \neq v \neq w$. Такую аксонометрию называют ***триметрией.*** Если по двум осям показатели искажения совпадают, получаем ***диметрию***. Если показатели искажения равны ($u = v = w$), то аксонометрическая проекция называется ***изометрией***.

Любая аксонометрия (изометрия, диметрия, триметрия) может быть косоугольной или ортогональной. Например, можно начертить заданный объект в ортогональной изометрии, а можно – в косоугольной диметрии.

Известно, что ***в ортогональной аксонометрии сумма квадратов показателей искажения равна двум***, то есть

$$u^2 + v^2 + w^2 = 2$$

Доказательство этой формулы выполняется средствами элементарной тригонометрии. Его можно найти в любом учебнике начертательной геометрии.

## 5.3. Ортогональная аксонометрия

Внимательно рассмотрим рис. 5.2. На рисунке изображена тройка осей $x,y,z$, жестко связанная с изображаемым объектом (*сам объект может иметь любую форму; на рисунке он не показан*), и аксонометрическая плоскость проекций $П'$.

Оси координат $x,y,z$ пересекаются с плоскостью проекций в точках $A',B',C'$. Треугольник $A'B'C'$ называют ***треугольником следов.*** Его стороны – это линии пересечения координатных плоскостей $xy$, $xz$, $yz$ с аксонометрической плоскостью проекций $П'$.

Точка $O'$ – проекция начала координат $O$, луч $OO'$ – направление проецирования. Если направление проецирования перпендикулярно плоскости проекций $П'$ – получаем ***ортогональную аксонометрию***.

Пространственные координатные оси $x,y,z$ с началом в точке $O$ проецируются в тройку лучей $x',y',z'$, которые называются ***аксонометрическими осями координат***.

Нетрудно заметить, что в случае ортогонального проецирования лучи $x',y',z'$ перпендикулярны к сторонам треугольника следов. Например, луч $z'$ перпендикулярен к стороне $A'B'$ (это следует из известной теоремы о проекциях прямого угла: *если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, то прямой угол проецируется на эту плоскость в натуральную величину*). Поэтому ***в ортогональной аксонометрии направления аксонометрических осей x',y',z' совпадают с направлениями высот треугольника следов.***

## 5.4. Ортогональная изометрия

Ортогональная изометрия получается, если плоскость проекций $П'$ одинаково наклонена к пространственным осям $x,y,z$. Тогда треугольник следов становится равносторонним, а аксонометрические оси $x',y',z'$ располагаются под углом $120°$ друг к другу (рис. 5.3). Показатель искажения $u= v= w$ вычисляется из условия $u^2 + v^2 + w^2=2$. Отсюда получаем $u= v= w=\sqrt{(2/3)} \approx 0,816$.

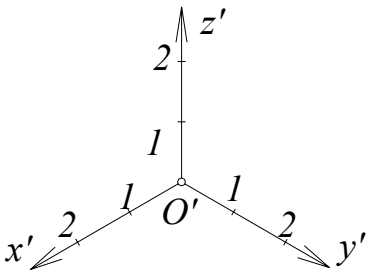


Рис. 5.3

Поэтому при построении изометрии истинный размер объекта по любой оси координат приходится умножать на $0,816$. Это заставляет нас выполнять вычислительную работу. Чтобы ее избежать, будем считать показатели искажения равными единице. При этом вид изображения не изменяется, но оно становится увеличенным примерно в $1/0,816 \approx 1,22$ раза.

## 5.5. Ортогональная диметрия

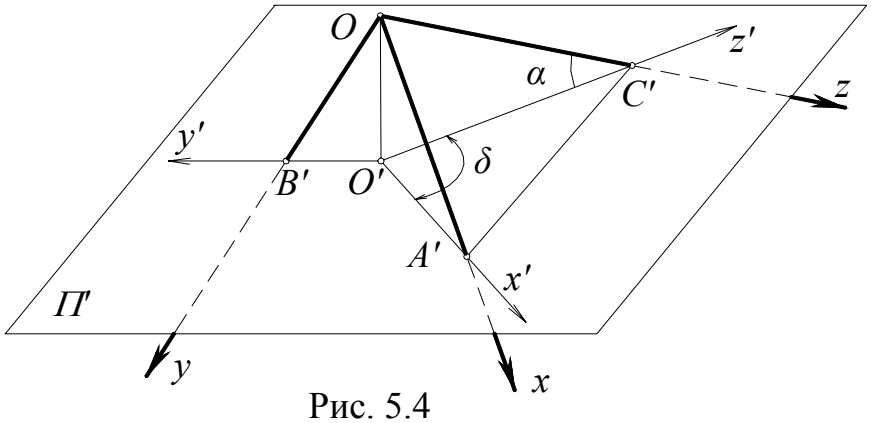


Рис. 5.4

На практике чаще всего используют ортогональную диметрию, в которой показатели искажения по осям $x$ и $z$ равны между собой, а показатель искажения по оси $y$ – в два раза меньше: $u= w, v=0,5u$. Чтобы добиться этого, придадим осям $x$ и $z$ равный наклон к плоскости проекций $П'$, а ось $y$ наклоним так, чтобы показатель искажения по ней был вдвое меньше, чем искажение по осям $x$ и $z$ (рис. 5.4).

Численные значения показателей искажения определим из условия $u^2 + v^2 + w^2=2$. Подставляя сюда $u= w, v=0,5u$, получаем: $u^2 +( 0,5u)^2 + u^2=2$. Отсюда $u=\sqrt{(2/2,25)} \approx 0,943$. Следовательно, по осям $x$ и $z$ показатели искажения равны $u= w=0,943$, а по оси $y$ показатель искажения $v=0,5u\approx0,47$.

Разумеется, в практических построениях эти показатели искажения не используют, а строят увеличенное в $1/0,943\approx1,06$ раза изображение. При

этом по осям $x$ и $z$ откладывают истинные размеры объекта, а по оси $y$ все размеры сокращают в два раза.

Определим угол $\delta$ между аксонометрическими осями $x'$ и $z'$ (см. рис. 5.4). Примем $O'A'=O'C'=1$. Тогда катеты прямоугольного треугольника $A'OC'$ равны $OC'= OA'=1/cos\alpha$, где $\alpha$ – угол наклона осей $x$ и $z$ к плоскости проекций $\Pi'$. Длину отрезка $A'C'$ найдем по формуле: $A'C'^2=OA'^2+OC'^2=2/(cos\alpha)^2$. Здесь $cos\alpha=u\approx0,943$. Поэтому $A'C'=\sqrt{2}/u \approx1,5$. Угол $\delta$ найдем из равнобедренного треугольника $A'O'C'$, в котором боковые стороны равны единице: $sin(\delta/2)= A'C'/2=0,75$. Отсюда $\delta \approx97°$. Аксонометрическая ось $y'$ совпадает с биссектрисой угла $\delta$ (рис. 5.5).

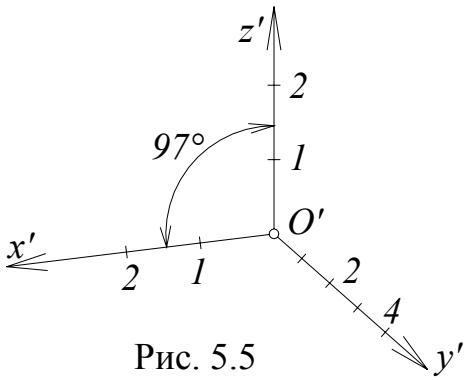


Рис. 5.5

## 5.6. Косоугольная аксонометрия

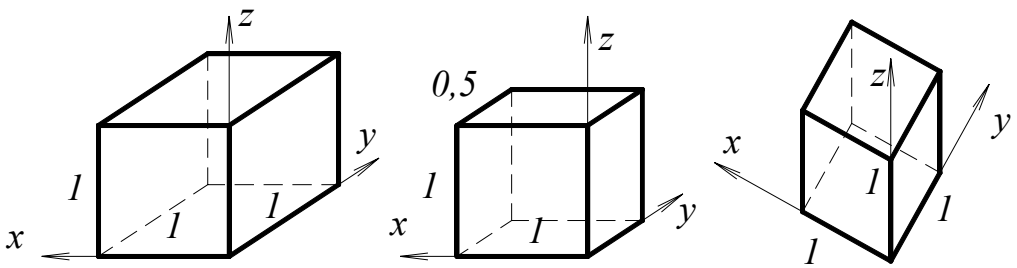
Косоугольная аксонометрия обладает одним существенным недостатком: она способна неестественно исказить форму изображаемого объекта. Достаточно отметить, что косоугольная проекция сферы – эллипс. Вряд ли зритель сумеет в эллипсе опознать сферу.

Рассмотрим еще один пример. На восходе (или закате) солнца тень от куба, падающая на землю, может быть очень “длинной”. Тень сохраняет параллельность ребер, но совершенно искажает пропорции куба. В данном случае тень – это косоугольная проекция куба на горизонтальную плоскость. С таким “изображением” куба трудно согласиться.

Тем не менее, есть некоторые практически приемлемые варианты косоугольного проецирования. Например, фронтальную плоскость проецируемого объекта (плоскость $xz$) можно разместить параллельно аксонометрической плоскости проекций. Тогда при любом направлении проецирования размеры объекта по осям $x,z$ сохраняются. Если проецировать лучами, наклоненными к плоскости проекций под углом $45°$, то любой отрезок вдоль оси $y$ также проецируется в истинную величину. Получается ***косоугольная фронтальная изометрия***. Иногда такой вид аксонометрии называют ***кавальерной проекцией*** (рис. 5.6, *а*).

Можно сохранить параллельность плоскости $xz$ и аксонометрической плоскости проекций, но направление проецирования выбрать под углом, отличным от $45°$. Получим ***косоугольную фронтальную диметрию.*** В этом случае по осям $x$ и $z$ размеры объекта сохраняются, а по оси $y$ - искажаются. Показатель искажения зависит от направления проецирования. Такую аксонометрию называют ***кабинетной проекцией.*** Обычно по оси $y$ размеры объекта сокращают в два раза. При этом получается наиболее естественное изображение (рис. 5.6, *б*).

При построении планов жилой застройки применяют ***косоугольную горизонтальную изометрию*** (аксонометрическая плоскость проекций – горизонтальная, угол наклона проецирующих лучей *45*°). Такое изображение




а) б) в)

Рис. 5.6

обычно называют ***военной перспективой*** (рис. 5.6, *в*). Слово “перспектива” здесь не слишком уместно, потому что перспективой называют центральную проекцию, а в данном случае речь идет о параллельной проекции.

Рассмотренные выше пять видов аксонометрических проекций (две ортогональные и три косоугольные) рекомендованы стандартом для выполнения аксонометрических изображений. Самым наглядным изображением, лишенным заметных искажений формы, является ортогональная диметрия.

# Лекция 6

## ТЕОРЕМА ПОЛЬКЕ-ШВАРЦА. ТЕНИ В АКСОНОМЕТРИИ

### 6.1. Основная теорема аксонометрии

Предположим, что в пространстве дан ***произвольный*** тетраэдр (четырехгранник) *OABC*, который мы проецируем параллельными лучами на ***произвольную*** плоскость проекций *П′* по ***произвольному*** направлению. Проекция тетраэдра – полный четырехугольник *O′A′B′C′* (рис. 6.1). Полным четырехугольником называют обычный четырехугольник, но с начерченными диагоналями. Меняя направление проецирования и положение плоскости проекций *П′*, будем получать разные проекции тетраэдра. Но всякий раз это будут полные четырехугольники.

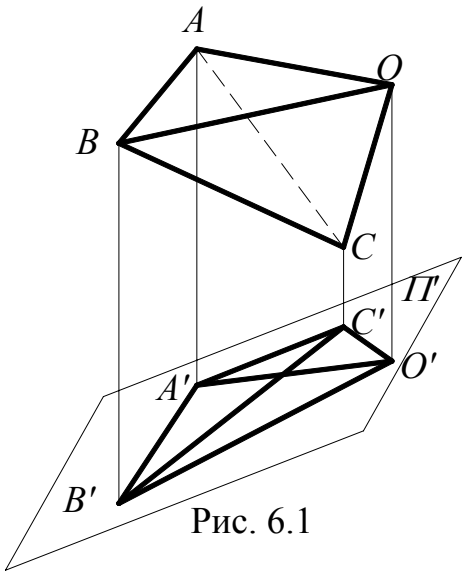


Рис. 6.1

Еще раз подчеркнем, что нам дан совершенно произвольный, случайный тетраэдр. У него ребра разной длины, разные углы при вершинах. Это ***неправильный*** четырехгранник. Вполне естественно предположить, что проекция неправильного тетраэдра – ***неправильный*** полный четырехугольник.

А теперь зададим себе следующий вопрос. ***Может ли неправильный тетраэдр проецироваться на плоскость какой-нибудь правильной фигурой*** ( ***квадратом, прямоугольником, ромбом и др.)?***

На первый взгляд кажется, что это невозможно. “Здравый смысл” подсказывает нам, что проекция (условно говоря, фотография) неправильного тетраэдра никак не может выглядеть квадратом или ромбом.

Оказывается, здесь геометрическая интуиция нас подводит. Основная теорема аксонометрии утверждает, что всегда можно выбрать направление проецирования и положение плоскости проекций так, чтобы заранее заданный произвольный тетраэдр проецировался в квадрат. Или в ромб. Или в равнобочную трапецию. Или в любой другой четырехугольник.

Иначе говоря, любой произвольный четырехгранник с ребрами разной длины может проецироваться в четырехугольник, подобный любому заранее начерченному полному четырехугольнику.

Это утверждение впервые было доказано К. Польке (для одного частного случая) и обобщено Г. Шварцем. В окончательном виде ***теорема Поль-***

***ке-Шварца (основная теорема аксонометрии)*** формулируется следующим образом.

***Всякий полный четырехугольник можно рассматривать как параллельную проекцию тетраэдра наперед заданной формы.***

В частности, любые три отрезка на плоскости(все – произвольной длины), исходящие из одной точки, можно рассматривать как параллельную проекцию трех взаимно перпендикулярных осей координат единичной длины. Это означает, что ***аксонометрические оси на плоскости чертежа П′ и единицы длины на осях могут быть выбраны совершенно произвольно*** (теорема Польке).

## 6.2. Построение теней в аксонометрии

В аксонометрии нет стандартного направления световых лучей. Его выбирают из условия правдоподобного освещения (тень не должна быть чересчур длинной или слишком короткой). Следует помнить, что тень – это средство выявления формы объекта и придания чертежу наглядности.

***Световой поток в аксонометрии задается направлением светового луча и его вторичной проекцией***.

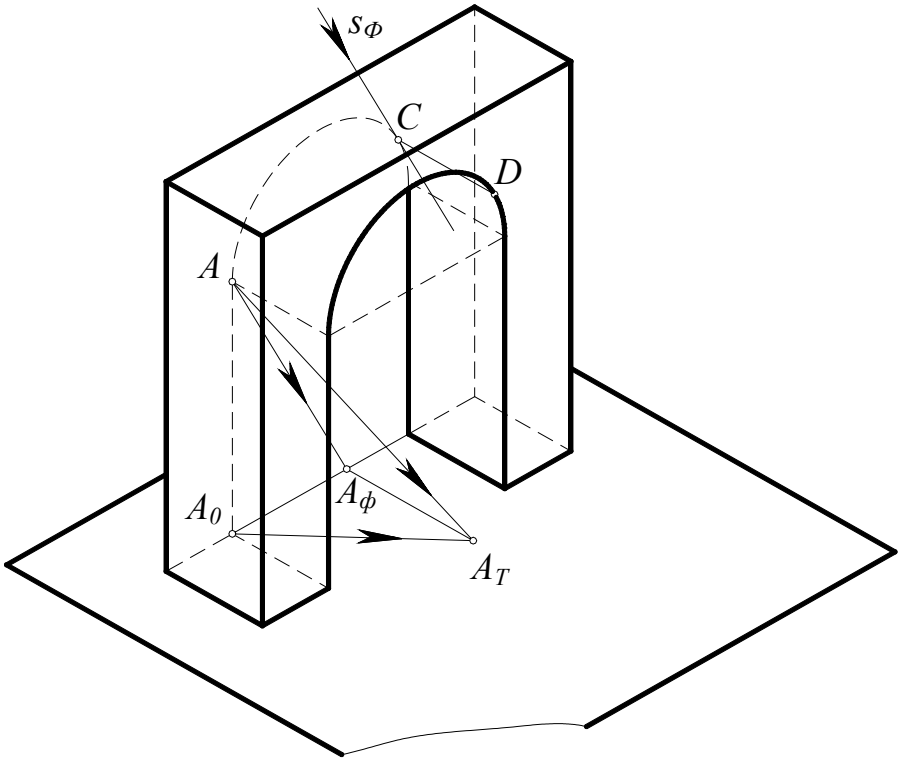



Рис. 6.2

Пусть требуется построить тень от цилиндрической арки. Произвольным образом назначаем направление светового луча: от точки $A$ на арке в точку $A_T$ на земле. Вторичная горизонтальная проекция луча $A_0 A_T$ определяется вторичной проекцией $A_0$ точки $A$ (рис. 6.2).

На этом же рисунке показана проекция $AA_Ф$ светового луча на фасадную плоскость арки. Луч $s_Ф$, параллельный $AA_Ф$ , позволяет построить границу $CD$ собственной тени на внутренней цилиндрической поверхности арки.

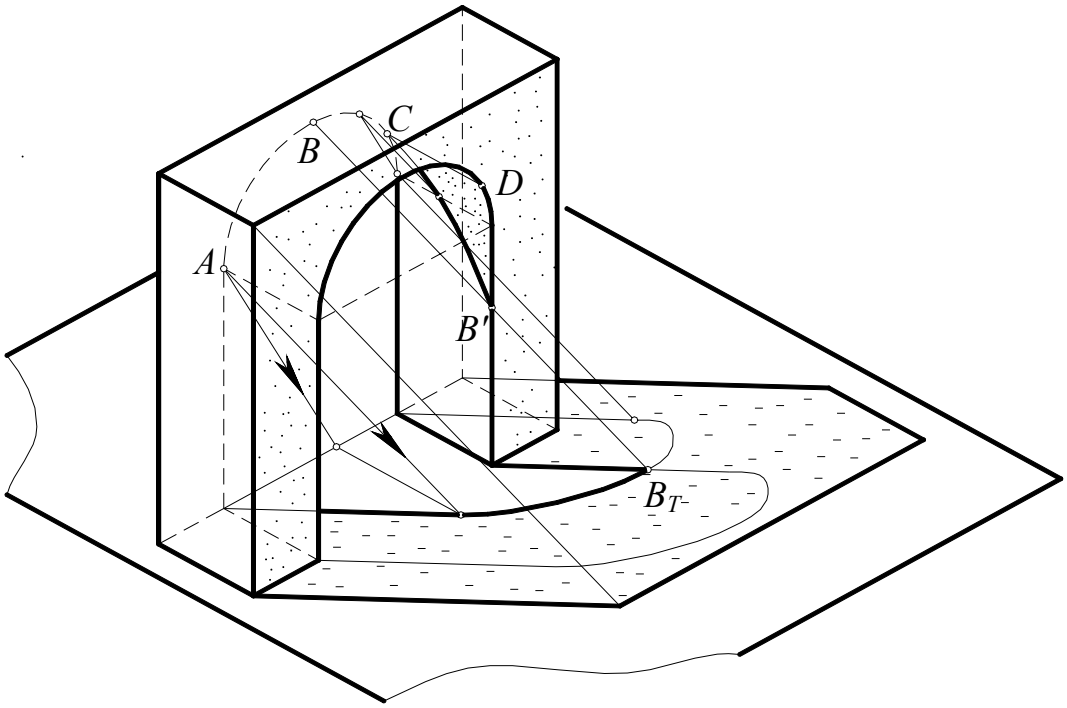



Рис. 6.3

Все последующие построения (рис. 6.3) выполняются способами, изложенными в лекции 3. Например, точка $B'$ найдена с помощью ***обратного луча***, идущего от точки $B_T$ пересечения теней, падающих на землю.

Рассмотрим построение тени на ступенях лестницы (рис. 6.4, *а*). На первый взгляд может показаться, что данных для построения – недоста-

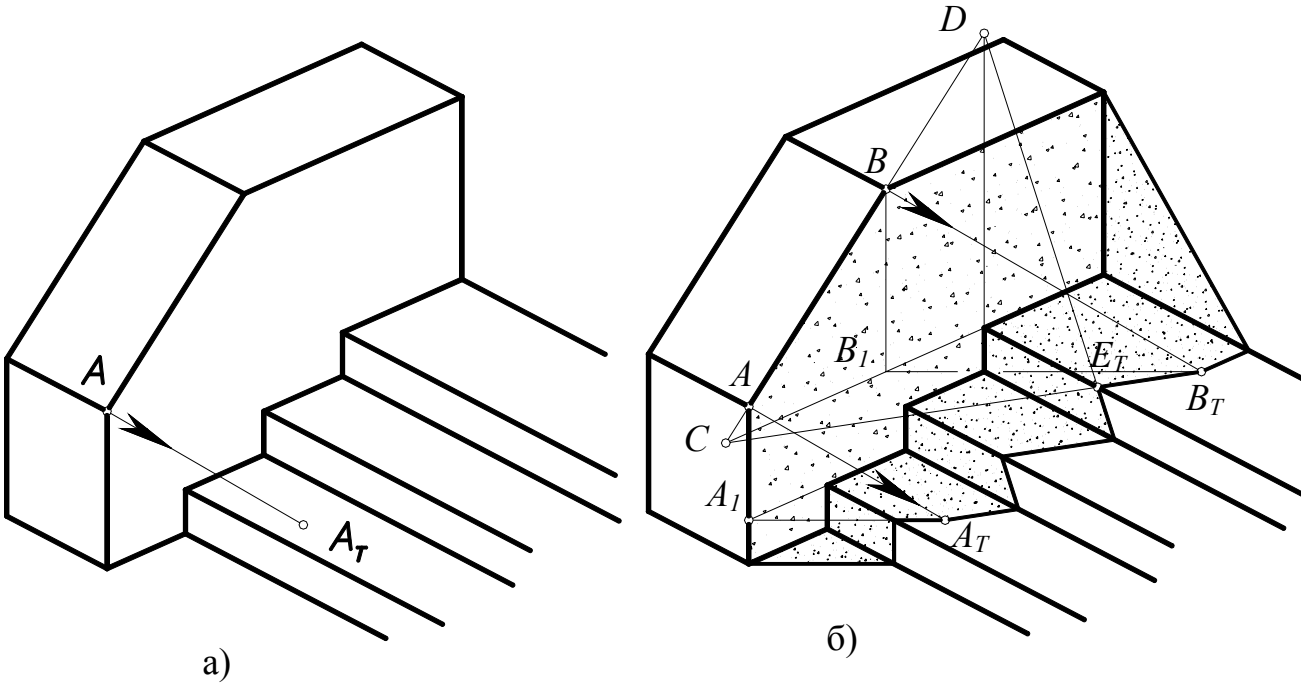



Рис. 6.4

точно. И это действительно так, потому что для построения тени надо знать ***вторичную проекцию*** светового луча. В данном примере положение точки $A_1$ не определено, поэтому вторичная проекция луча $AA_T$ неизвестна. Надо обязательно указать, что световой луч, исходя из точки $A$, падает на ***проступь*** первой ступеньки. Только тогда задача становится определенной.

Но даже в этом случае читатель может заметить, что на аксонометрическом чертеже не указаны оси координат, следовательно, чертеж необратим. Действительно, чертеж на рис. 6.4 ***метрически не определен***. Мы не сумеем с его помощью восстановить истинную форму и размеры лестницы.

Тем не менее, на чертеже можно решать позиционные задачи, поскольку нам известны вторичные проекции любой точки объекта. В частности, можно построить тени (построение теней – это ***позиционная задача***, никак не связанная с определением размеров).

Построение теней начинаем с определения вторичной проекции светового луча. Для этого находим точку $A_1$ (рис. 6.4,*б*), мысленно продлив проступь нижней ступени до пересечения с вертикальным ребром боковой стены. Луч $A_1A_T$ – это направление вторичной проекции и одновременно тень от бокового вертикального ребра на горизонтальных плоскостях пола и ступенек.

Но в точке $A$ ребро боковой стены терпит излом. Направление тени, падающей от бокового ребра – изменится. Чтобы найти тень от наклонного отрезка $AB$, построим сначала тень $B_T$ от точки $B$. Для построения этой теневой точки надо найти вторичную проекцию $B_1$ точки $B$ на проступи верхней ступени (для этого мысленно продлить проступь верхней ступени). На пересечении светового луча $BB_T$ с вторичной проекцией $B_1B_T$ получаем теневую точку $B_T$.

Продлив верхнюю проступь до пересечения с ребром $AB$ (в точке $C$), получаем тень $CB_T$ от ребра $AB$ на верхней проступи лестницы. Понятно, что тени от этого ребра, падающие на другие проступи, будут параллельны между собой.

Осталось отыскать тень на вертикальных плоскостях ступеней (на ***подступеньках)***. Для этого определяем точку $D$ пересечения ребра $AB$ с подступенькой верхней ступени (мысленно продлив ребро $AB$). Соединяя точку $D$ с ранее найденной точкой $E_T$, получаем тень на верхней подступеньке от наклонного ребра.

Дальнейшие построения не вызывают затруднений. Эта простая задача не требует применения каких-либо специальных способов построения теней.

Рассмотрим задачу, для решения которой используется способ ***лучевых сечений*** и способ ***обратного луча***.

Дан “сарай” с примыкающей к нему башней. Освещение задано лучом

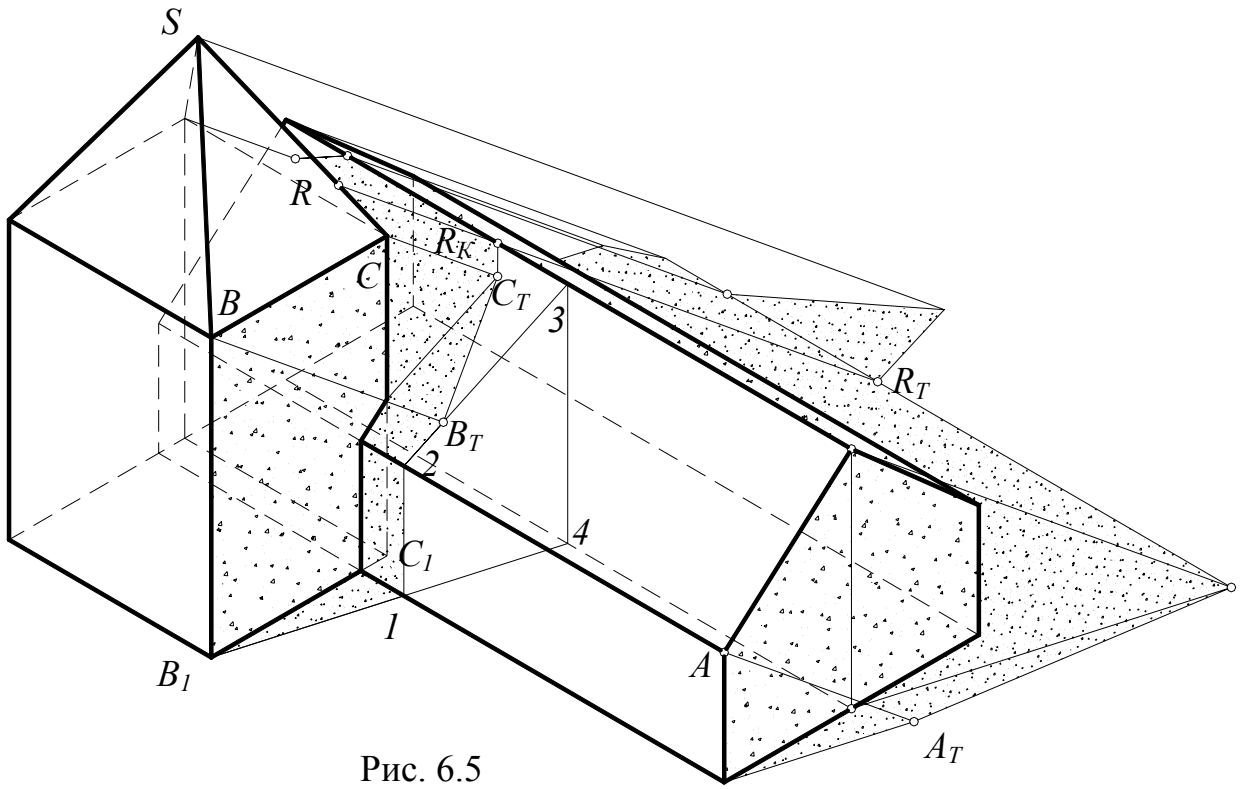



Рис. 6.5

$AA_T$ (тень от точки $A$ падает в точку $A_T$ на земле). Требуется построить собственные и падающие тени (рис. 6.5).

Построив тени, падающие на землю от сарая и от башни, определяем области собственных теней. Конек сарая отдает тень на землю, следовательно, задний скат крыши сарая не освещен. Горизонтальное ребро башни $BC$ также отбрасывает тень на землю (это построение на рис. 6.5 не показано), поэтому грань $BCS$ башни – освещена.

Чтобы найти тень на сарае от ребра $BB_1$, проводим через это ребро ***лучевую плоскость,*** которая рассекает сарай по линии *1-2-3* (точка *4* – вторичная проекция точки *3*). Проводя через точку $B$ световой луч, получаем теневую точку $B_T$. Ломаная линия $B_1$-*1-2*-$B_T$ – тень от вертикального ребра башни.

Тень $C_T$ от точки $C$ построена с помощью вспомогательной лучевой плоскости, проходящей через вертикальное ребро $CC_1$.

Падающие на землю тени от сарая и от башни пересекаются в точке $R_T$. Проводя через эту точку ***обратный луч***, находим точку $R$ на освещенном ребре $CS$ башни, от которой на конек сарая падает тень $R_K$.

## 6.3. Примеры

На рис. 6.6 показано построение теней от вертикального и горизонтального цилиндров. Направление светового луча выбрано произвольно.

Для вертикального цилиндра это направление $AA_T$, для горизонтального – направление $RR_T$.

Для построения тени от вертикального цилиндра достаточно знать вторичную горизонтальную проекцию $A_1A_T$ светового луча. Касательно к ос-

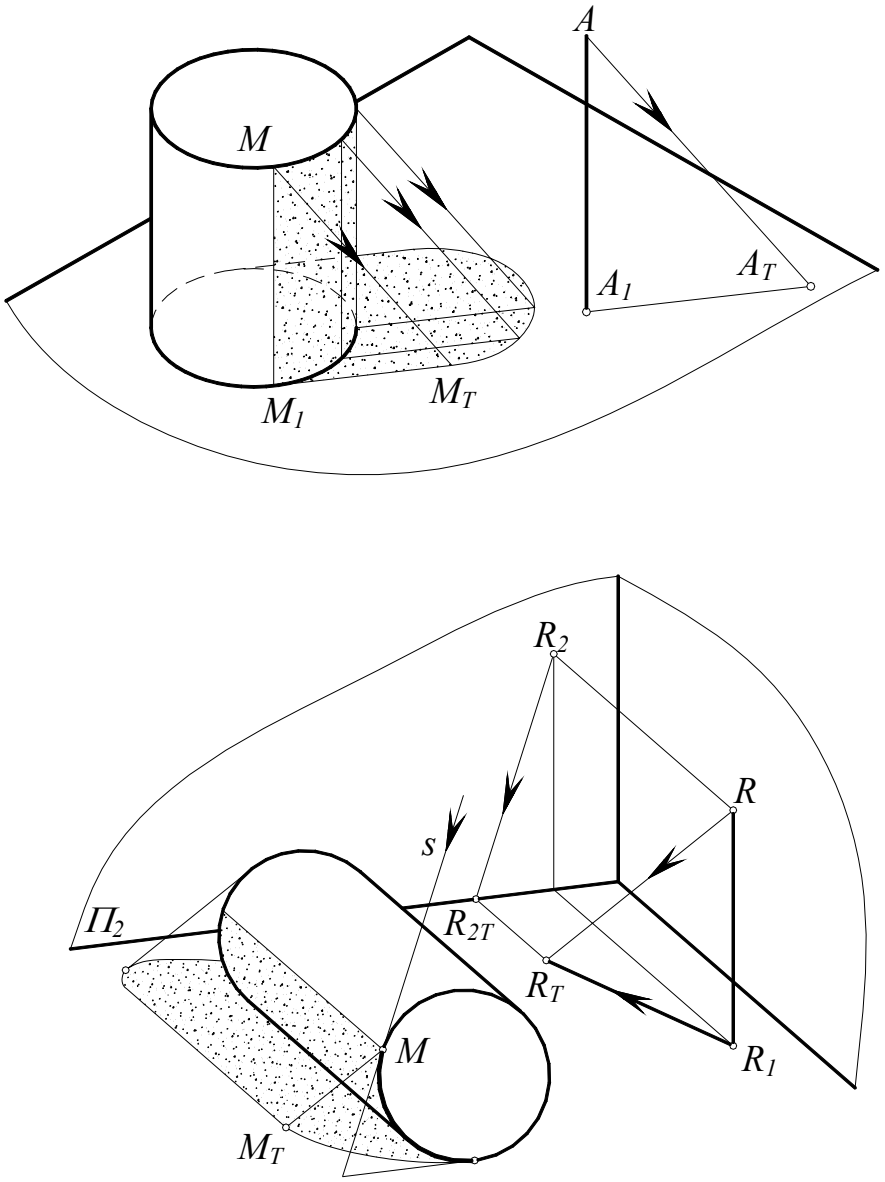



Рис. 6.6

нованию цилиндра проводим прямую $M_1M_T$, параллельную $A_1A_T$. Точка касания определяет собственную тень на цилиндре.

Немного сложнее построение тени на горизонтальном цилиндре. Кроме горизонтальной вторичной проекции $R_1R_T$, потребовалось найти фронтальную вторичную проекцию $R_2R_{2T}$ светового луча. Для построения собственной тени на горизонтальном цилиндре проводим луч $s$ касательно к “дну”

цилиндра. Луч $s$, параллельный вторичной фронтальной проекции $R_2R_{2T}$, касается дна цилиндра в точке $M$.

Заметим, что на рис. 6.3 (тени на цилиндрической арке) использован тот же самый прием: найдена фронтальная проекция $AA_Ф$ светового луча $AA_T$. Луч $s_Ф$ , параллельный $AA_Ф$, касается цилиндра в точке $C$, определяя границу $CD$ собственной тени цилиндрического свода.

Падающая тень от горизонтального цилиндра определена направлением $RR_T$ светового луча и его вторичной горизонтальной проекцией $R_1R_T$.

Следующий пример – фрагмент задания "*коттедж в аксонометрии*". Требуется построить тени на двускатной крыше (рис. 6.7, *а*).

Прежде всего, определяем точку *3* пересечения конька *m* со скатом крыши. Для этого через *m* проводим вертикальную плоскость, пересекающую скат по линии *1-2* (рис. 6.7, *б*). Искомая точка *3* найдена на пересечении конька *m* с линией *1-2* (первая позиционная задача).

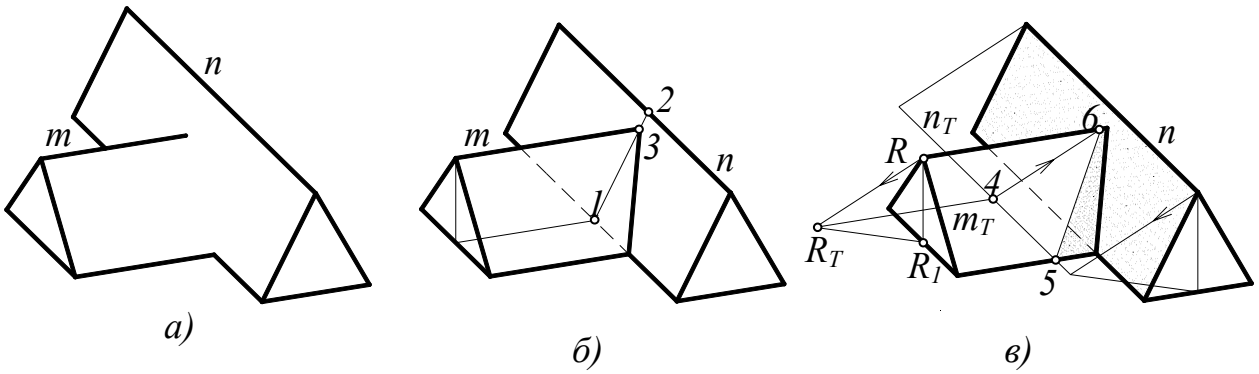



Рис. 6.7

Задаем лучевой треугольник $RR_1R_T$ и строим мнимые тени $m_T$ и $n_T$, падающие на горизонтальную плоскость "чердака" от коньков *m* и *n* (рис. 6.7, *в*). Возвращая "обратным лучом" точку *4* пересечения падающих теней, получаем точку *6*. Отрезок *5-6* – искомая падающая тень на скате крыши.

# Лекция 7

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ПЕРСПЕКТИВЫ. ТЕНИ В ПЕРСПЕКТИВЕ

***Перспективой***, или перспективной проекцией, называют изображение, полученное центральным проецированием предмета на какую-либо поверхность.

Если предмет проецируется на плоскость, то полученное изображение называют ***линейной перспективой***.

Центральная проекция предмета на сферическую поверхность называется ***купольной перспективой***, на цилиндр – ***панорамной перспективой***.

### 7.1. Основные компоненты линейной перспективы

Горизонтальная плоскость $П_1$, на которой располагается изображаемый предмет, называется ***предметной плоскостью*** (рис. 7.1). Вертикальная плоскость $K$, на которой строится перспективная проекция предмета – ***картинная плоскость***. Линию $t$-$t$ пересечения картинной и предметной плоскостей называют ***основанием картины***.

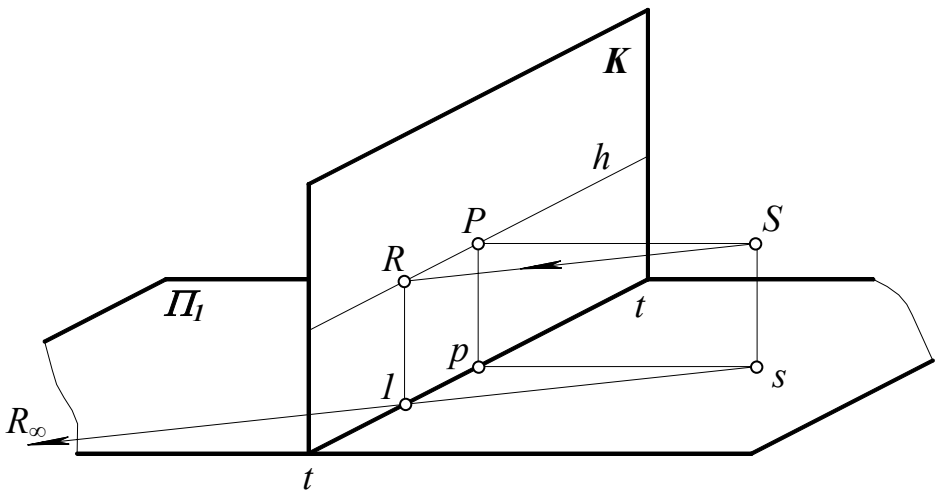



Рис. 7.1

Точка $S$ пространства, через которую проходят все проецирующие лучи, называется ***точкой зрения*** или центром проекций. Точку $s$ на предметной плоскости называют ***точкой стояния***.

Перпендикуляр $SP$, опущенный из точки зрения на картинную плоскость – называют ***главным лучом зрения***, а точку $P$ – ***главной точкой*** картины. Точка $p$ – основание главной точки.

Отрезок *SP*, определяющий расстояние точки зрения до картины, называют ***главным расстоянием*** или ***дистанцией***.

Если через точку зрения *S* мысленно провести горизонтальную плоскость, то она пересечет картину *K* по ***линии горизонта*** *h*. Отрезок *Ss*, определяющий высоту точки зрения, называют высотой точки зрения или ***высотой линии горизонта***.

## 7.2. Перспектива радиальной прямой

Кроме рассмотренных нами основных компонентов линейной перспективы, на рис. 7.1 показана так называемая ***радиальная прямая*** *s-1-*$R_\infty$, которая будет часто использоваться при практическом построении перспективы. Радиальная прямая располагается в предметной плоскости и проходит через точку стояния *s*. Перспектива радиальной прямой выглядит вертикальным отрезком *1-R* (см. рис. 7.1), где *1* – точка пересечения радиальной прямой с основанием картины, а *R* – изображение (перспективная проекция) бесконечно удаленной точки радиальной прямой $R_\infty$.

На картине (рис. 7.2) показан “морской пейзаж”, дополненный планом (видом сверху), находящимся в проекционной связи с картиной. Перспектива радиальной прямой *s-1-*$R_\infty$ показана на картинной плоскости утолщенным вертикальным отрезком *1-R*.

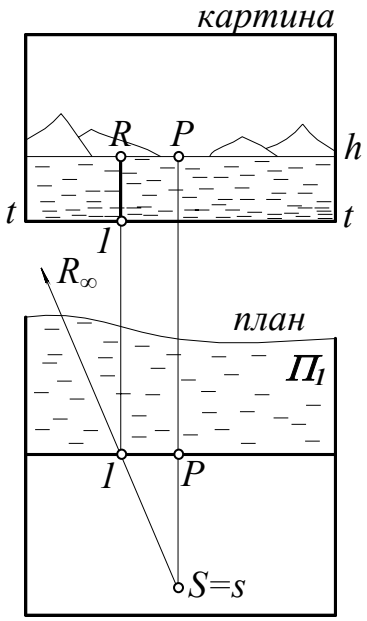
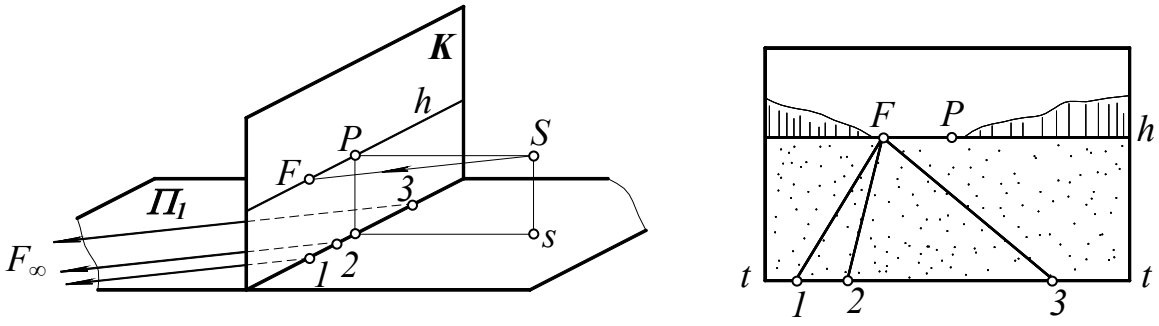



Рис. 7.2

## 7.3. Перспектива параллельных прямых




а) б)

Рис. 7.3

Пусть параллельные прямые располагаются в предметной плоскости (рис. 7.3, *а*). В точках *1,2,3* они пересекаются с основанием картины. Общая несобственная точка $F_\infty$ пучка параллельных прямых проецируется в точку схода $F$ на линии горизонта, поэтому на картине параллельные прямые сходятся в одной точке (рис. 7.3, *б*).

### 7.4. Перспектива прямой общего положения

Прямая, не параллельная и не перпендикулярная предметной и картинной плоскостям, называется ***прямой общего положения***.

Прямая общего положения может быть ***восходящей*** или ***нисходящей*** (относительно наблюдателя). Если высота точек на прямой возрастает при удалении от точки зрения, то прямая – восходящая, и наоборот.

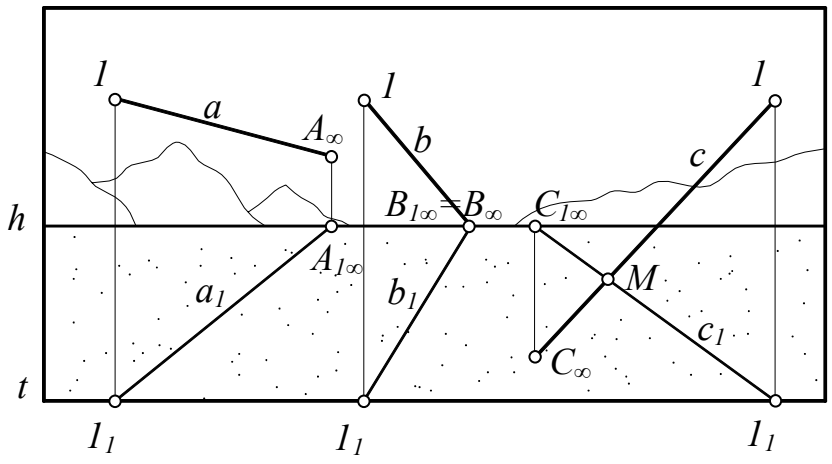



Рис. 7.4

Точка схода восходящей прямой на картине располагается выше линии горизонта, точка схода нисходящей прямой – ниже линии горизонта. Напомним, что точки схода всех горизонтальных прямых находятся точно на линии горизонта.

На рис. 7.4 показана картина с изображенными на ней прямыми *a,b,c* и их вторичными проекциями $a_1,b_1,c_1$. У всех трех прямых картинные следы находятся на одной высоте. ***Картинным следом прямой линии называют точку пересечения этой прямой с картинной плоскостью.*** На рис. 7.4 картинные следы прямых *a,b,c* обозначены цифрой *1* ($1_1$ – вторичная проекция точки *1*).

Прямая *а* – восходящая. Ее точка схода $A_\infty$ находится выше линии горизонта. Вторичная проекция $A_{1\infty}$ бесконечно удаленной точки схода, разумеется, попадает на линию горизонта. Любая точка на прямой *а* выше, чем начальная точка *1*.

Прямая $b$ – горизонтальная. Ее точка схода $B_\infty = B_{1\infty}$ находится на линии горизонта. Высота любой точки на прямой $b$ равна высоте начальной точки *1*.

Прямая $c$ – нисходящая. Точка схода $C_\infty$ прямой $c$ на картине находится ниже линии горизонта. В точке $M$ прямая $c$ пересекается со своей вторичной проекцией $c_1$. Это означает, что высота точки $M$ равна нулю. Иначе говоря, в точке $M$ нисходящая прямая $c$ "врезается" в предметную плоскость.

## 7.5. Перспектива прямых частного положения

Прямые частного положения – это прямые, параллельные либо перпендикулярные предметной или картинной плоскостям.

Кроме этого, к прямым частного положения мы добавляем уже рассмотренные радиальные прямые (см. рис. 7.2), а также горизонтальные прямые, размещенные под углом $45^\circ$ к картинной плоскости.

### *7.5.1. Радиальные прямые*

Еще раз напомним, что радиальными прямыми называют прямые, лежащие в предметной плоскости и проходящие через основание точки зрения. Эти прямые изображаются на картине вертикальными (см. рис. 7.2).

### *7.5.2. Прямые, параллельные предметной плоскости*

О прямых, параллельных предметной плоскости, то есть о горизонтальных прямых, можно сказать только одно: точка схода всякой горизонтальной прямой находится на линии горизонта, независимо от высоты данной горизонтальной прямой.

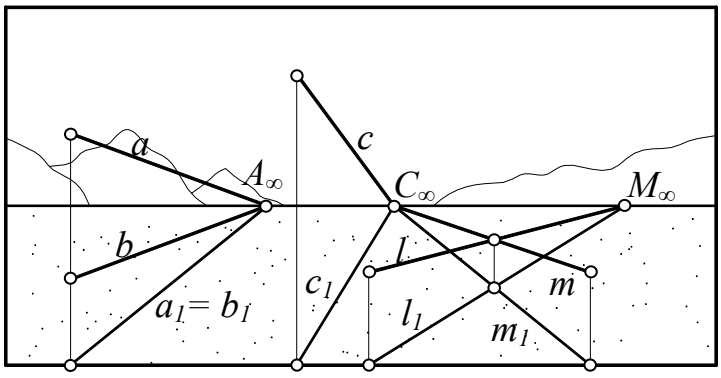



Рис. 7.5

На рис. 7.5 показаны прямые $a,b,c,m,l$ и их вторичные проекции $a_1,b_1,c_1,m_1,l_1$. Точки схода $A_\infty,C_\infty,M_\infty$ находятся на линии горизонта, следовательно, все прямые – горизонтальные.

Проанализируем некоторые особенности относительного расположения в пространстве данных прямых.

Прямые $a$ и $b$ параллельны, так как у них общая точка схода $A_\infty$. Они располагаются в одной вертикальной плоскости, так как их вторичные проекции $a_1, b_1$ совпадают. Прямая $a$ выше прямой $b$.

Горизонтальные прямые $m$ и $l$ не параллельны между собой, но находятся в одной горизонтальной плоскости (пересекаются).

Прямые $m$ и $c$ параллельны (у них общая точка схода $C_\infty$), находятся на разных уровнях (прямая $m$ – ниже прямой $c$) и в разных вертикальных плоскостях.

### *7.5.3. Прямые, параллельные картине*

Перспективы таких прямых параллельны самим прямым. Например,

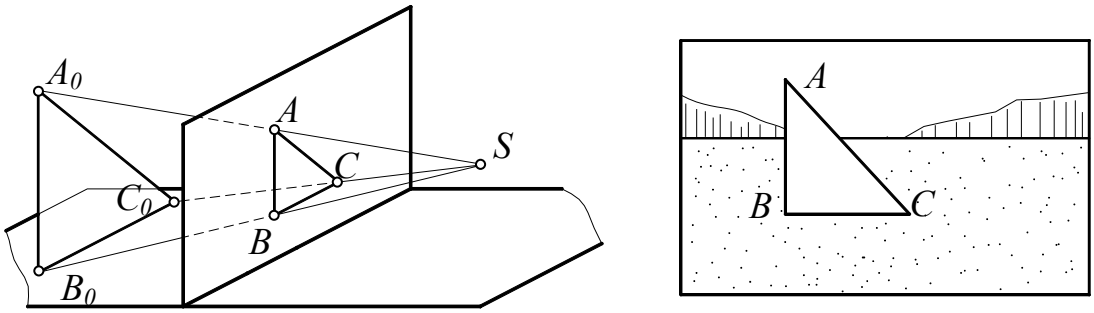



Рис. 7.6

вертикальный отрезок $A_0B_0$ изображается на картине вертикальным отрезком $AB$ (рис. 7.6).

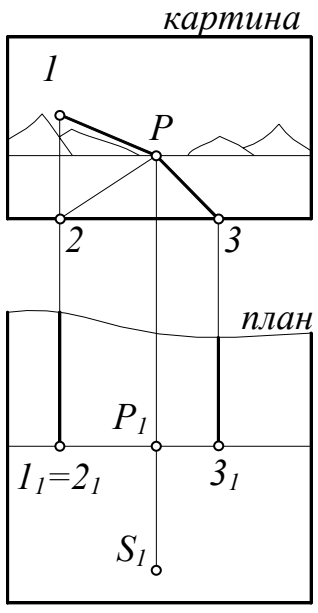



Рис. 7.7

И вообще, ***любая плоская фигура, параллельная картине, проецируется на картинную плоскость в подобную ей фигуру.*** Треугольник $A_0B_0C_0$ (оригинал) и треугольник $ABC$ (изображение) подобны друг другу и подобно расположены (см. рис. 7.6).

### *7.5.4. Прямые, перпендикулярные картине*

Прямые, перпендикулярные картине, параллельны между собой и располагаются параллельно предметной плоскости (горизонтально). Точка схода таких прямых находится на линии горизонта, совпадая с главной точкой картины (рис. 7.7).

### *7.5.5. Горизонтальные прямые под углом 45° к картине*

Существенная особенность таких прямых заключается в том, что их точки схода располагаются на линии горизонта справа и слева от главной точки на расстоянии, равном дистанционному расстоянию. На рис. 7.8 по-

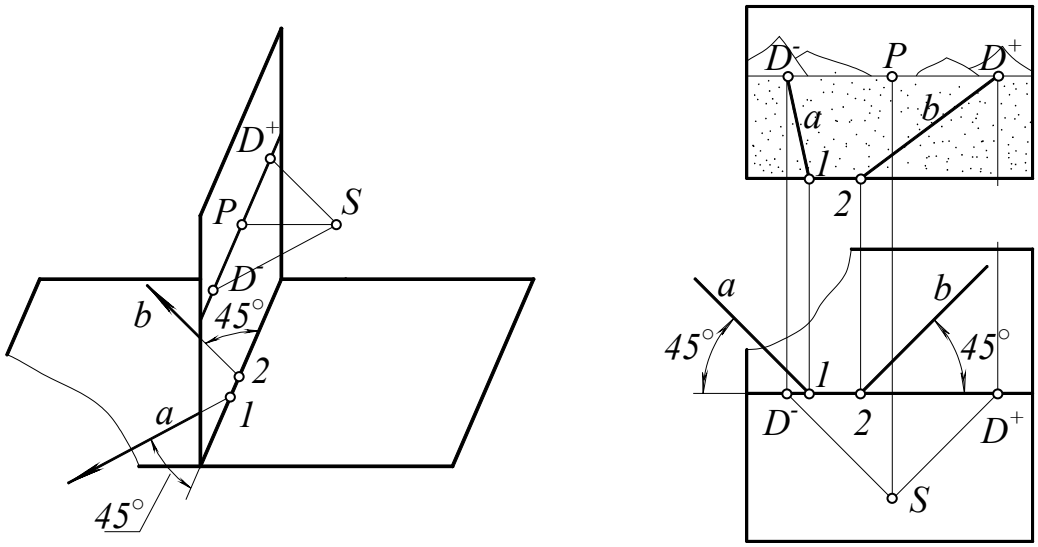



Рис. 7.8

казаны горизонтальные прямые *a* и *b* (наклоненные к картине под *45°*). Точки схода $D^+$ и $D^-$ этих прямых называют ***дистанционными точками.***

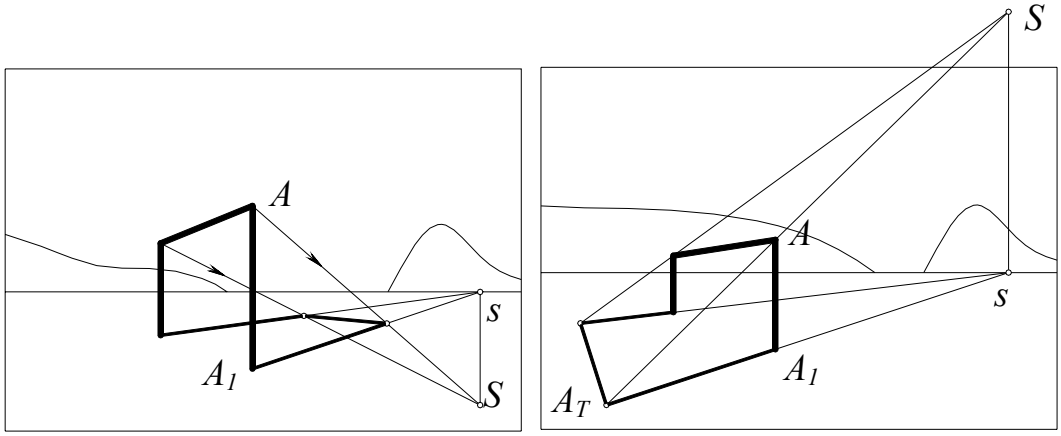
## 7.6. Тени в перспективе

В перспективной проекции мы встретим прямые общего положения не только на изображениях зданий, но и в виде световых лучей (при построении теней в перспективе). Обычно в качестве источника света принимают естественное солнечное освещение (поток параллельных световых лучей). Стандартного направления световых лучей в перспективе не предусмотрено. Направление светового потока выбирается произвольно, из условия наилучшего выявления объемов.

Если ***солнце находится позади наблюдателя***, то световые лучи - ***нисходящие***. При этом точка схода световых лучей *S* располагается ниже линии горизонта. Вторичная проекция точки схода *s*– на линии горизонта.

На рис. 7.9, *а* показан луч *AS* от солнца, расположенного позади зрителя, слева. Это нисходящая прямая общего положения ($A_1s$ –ее вторичная проекция).

Если солнце расположено ***перед зрителем*** (так называемый "*контровой свет*"), то нам придется назвать световой луч ***восходящим***, хотя это




а) б)

Рис. 7.9

название в какой-то степени противоречит здравому смыслу. Точка схода $S$ световых лучей – над горизонтом (рис. 7.9, *б*). Луч $AS$ – восходящий.

***Построение тени от точки на любую поверхность сводится к решению первой позиционной задачи, а именно – к поиску точки пересечения светового луча (проходящего через данную точку) с поверхностью***.

Например, чтобы на рис. 7.9 отыскать тень на земле от точки $A$, мы провели через световой луч $AS$ вспомогательную вертикальную лучевую плоскость. Эта плоскость пересекает землю по линии $A_1s$. Искомая тень $A_T$ определяется на пересечении найденной линии $A_1s$ и светового луча $AS$.

# Лекция 8

## ПЕРСПЕКТИВА ТОЧКИ И ПЛОСКОСТИ. ДЕЛЕНИЕ ОТРЕЗКА В ПЕРСПЕКТИВЕ

### 8.1. Перспектива точки

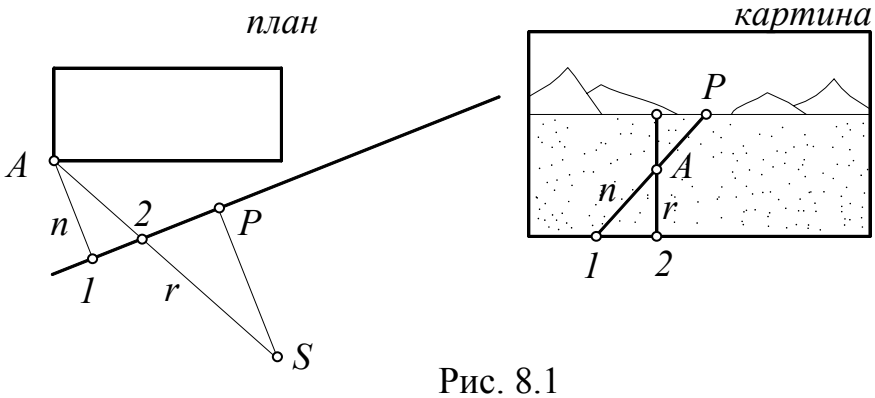



Рис. 8.1

Перспектива точки определяется как точка пересечения перспектив двух каких-либо вспомогательных прямых, проходящих через данную точку. В качестве вспомогательных прямых обычно используют прямые частного положения. Например, перспектива точки *A* построена как точка пересечения перспектив радиальной прямой *r=S-2-A* и прямой *n=1-A*, перпендикулярной к картине (рис. 8.1).

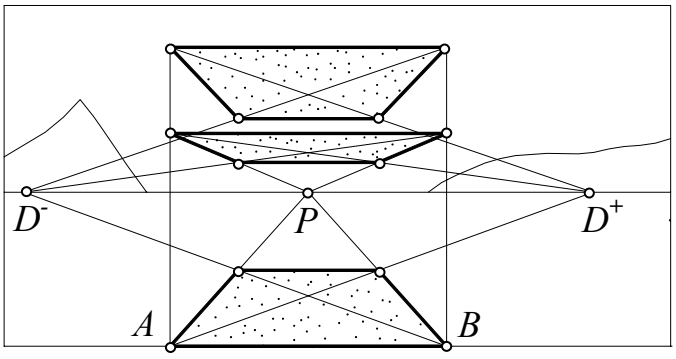



Рис. 8.2

Радиальная прямая *r* выглядит на картине вертикальным отрезком, проходящим через точку *2* пересечения этой прямой с основанием картины. Прямая *n*, проходя через точку *1*, идет в главную точку картины *P*.

### 8.2. Перспектива плоскости

Перспектива плоскости обычно формируется как перспективное изображение плоской фигуры, лежащей в этой плоскости.

### *8.2.1. Перспектива горизонтальной плоскости*

На рис. 8.2 показана перспектива трех горизонтальных плоскостей, расположенных на разной высоте. В каждой плоскости начерчены квадраты. Нижний квадрат располагается в предметной плоскости.

Ближние стороны *AB* квадратов совмещены с картинной плоскостью. Боковые стороны квадратов перпендикулярны картинной плоскости, поэтому они сходятся в главной точке *P* картины. Диагонали квадратов сходятся в левой $D^-$ и правой $D^+$ дистанционных точках картины (почему?).

### *8.2.2. Перспектива вертикальной плоскости*

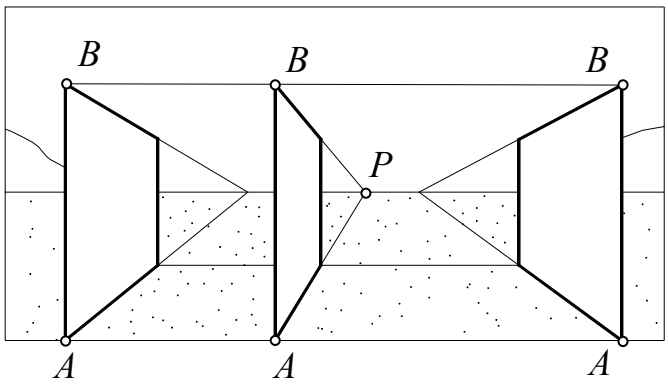



Рис. 8.3

На рис. 8.3 показана перспектива трех вертикальных прямоугольных стен, передние ребра *AB* которых совпадают с картинной плоскостью. Длина стен разная, а высота всех трех стен одинакова, причем одна из них перпендикулярна картине (*какая*?).

Боковая стена может быть использована как вспомогательный элемент при построении перспективы для переноса высотных отметок в заданную точку плана (см. следующую лекцию).

### *8.2.3. Перспектива плоскости общего положения*

В практике построения архитектурных перспектив это могут быть козырьки, скаты крыш, пандусы и др. Например, наклонная грань *ABCD*

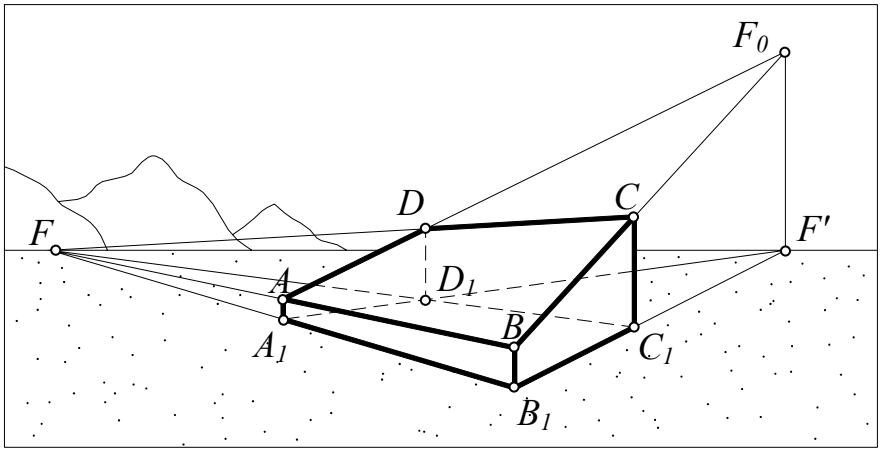



Рис. 8.4

призмы (рис. 8.4) является плоскостью общего положения – она не параллельна и не перпендикулярна ни картинной, ни предметной плоскостям.

Обратим внимание, что параллельные между собой отрезки прямых $AD$ и $BC$ сходятся в несобственной точке $F_0$, расположенной выше линии горизонта. Такие прямые называются восходящими. Вторичная проекция $F'$ точки $F_0$ находится на линии горизонта. В точку $F'$ сходятся вторичные (горизонтальные) проекции $A_1D_1$ и $B_1C_1$ ребер $AD$ и $BC$.

Перспективный чертеж, показанный на рис. 8.4, иллюстрирует один из основных законов перспективы: ***параллельные прямые в перспективе изображаются сходящимися в несобственной (бесконечно удаленной) точке пространства.***

Если прямые горизонтальны, то их точка схода располагается строго на линии горизонта. Если же параллельные прямые занимают общее положение в пространстве, то на картине их точка схода может находиться как выше, так и ниже линии горизонта. В первом случае прямые называются восходящими, во втором – нисходящими (см. также лекцию 7, рис. 7.4).

## 8.3. Деление отрезка в перспективе

При построении перспективы геометрические размеры изображаемых объектов “снимаются” с ортогонального чертежа (с плана и фасада). Но членение основных объемов и прорисовку деталей выполняют непосредственно в перспективе. Рассмотрим приемы перспективного деления отрезков прямых на равные или пропорциональные части. Чаще всего используются способы ***“вынос на картину”*** и ***“способ диагоналей”.*** Иногда применяют ***деление отрезка на основе перспективного соответствия.***

### *8.3.1. Деление отрезка пополам. Удвоение отрезка*

Рассмотрим сущность ***способа выноса*** на примере деления горизон-

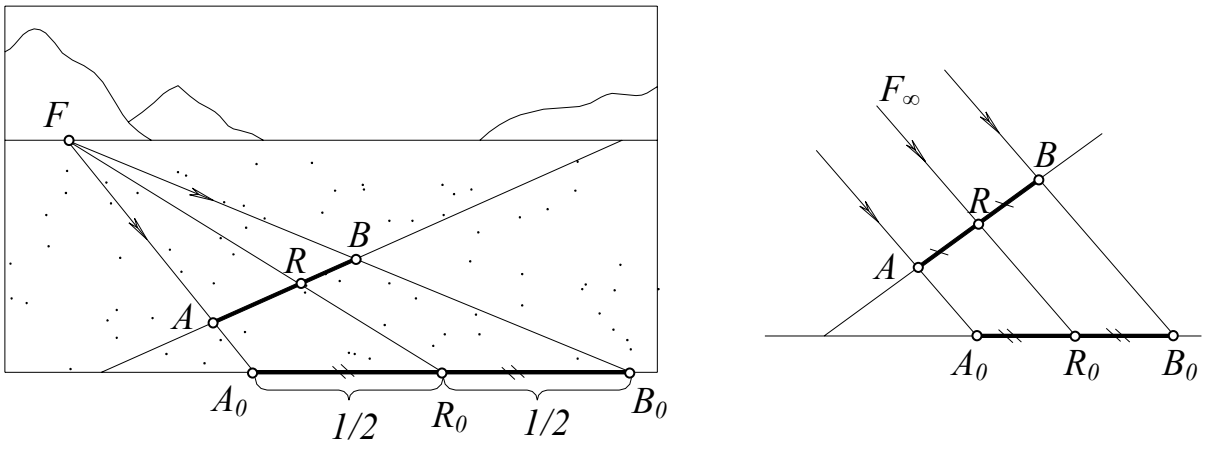
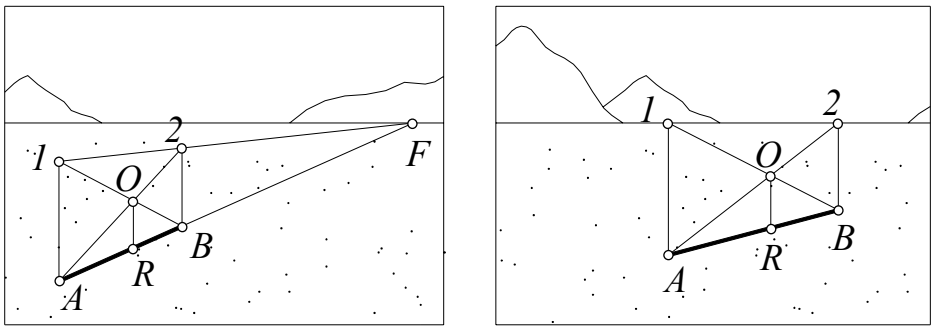



Рис. 8.5

тального отрезка пополам в перспективе. “Выносим” горизонтальный отрезок $AB$ на основание картины, используя для этого произвольную точку $F$ на линии горизонта (рис. 8.5). Отмечаем середину $R_0$ вынесенного отрезка $A_0B_0$. Найденную точку $R_0$ возвращаем обратно на перспективное изображение отрезка $AB$. Получаем точку $R$, которая делит отрезок пополам в перспективе.

Геометрический смысл построения поясняется на правой части рисунка. Точка $F$ в натуре бесконечно удалена, поэтому лучи $AA_0$, $BB_0$, $RR_0$ параллельны друг другу и делят отрезки $AB$ и $A_0B_0$ в равном отношении.

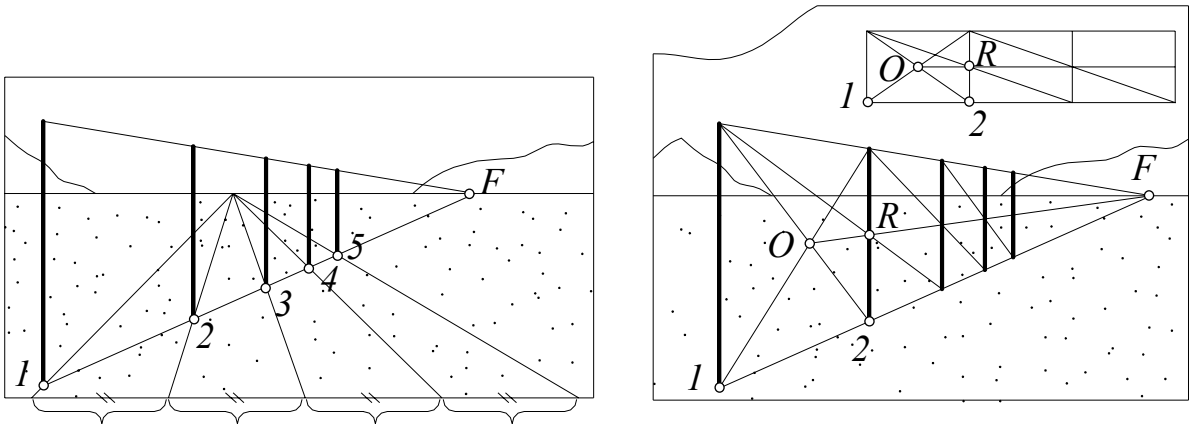
Заметим, что для деления отрезка совсем не обязательно выносить его именно на ***основание*** картины. Можно “вынести” отрезок на любую прямую, параллельную основанию.




а) б)

Рис. 8.6

На рис. 8.6 показано деление горизонтального отрезка пополам ***способом диагоналей***. Если точка схода $F$ доступна (находится в пределах картины), то на заданном отрезке $AB$ можно построить вертикальный прямоугольник $AB21$ произвольной высоты (рис. 8.6, *а*). Его диагонали делятся пополам в точке $O$. Точка $R$ – середина отрезка.




а) б)

Рис. 8.7

Если точка схода горизонтального отрезка недоступна (находится за пределами картины), то высоту вспомогательного вертикального треугольника *AB21* можно принять равной высоте точки зрения. Тогда верхняя сторона *21* прямоугольника совпадет с линией горизонта (рис. 8.6, *б*).

“Удвоение” отрезка в перспективе (и вообще, увеличение его в несколько раз) может выполняться как способом выноса, так и способом диагоналей. На рис. 8.7 показано многократное удвоение расстояния *12* между столбами в перспективе, выполненное двумя способами: способом выноса (рис. 8.7, *а*) и способом диагоналей (рис. 8.7, *б*). Способ диагоналей поясняется чертежом, размещенным в правом верхнем углу картины.

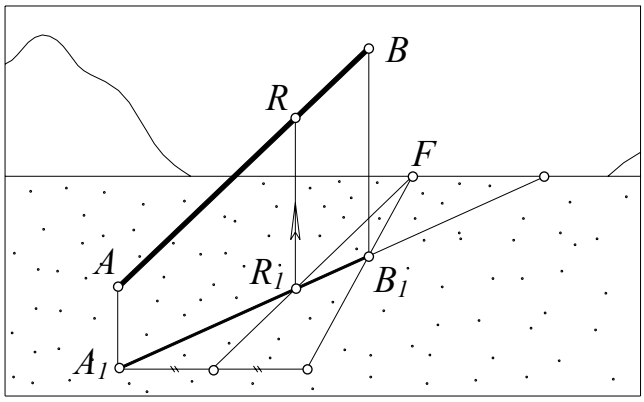



Рис. 8.8

Может показаться странным, что речь идет о делении или удвоении только ***горизонтальных*** отрезков. А как удвоить (или поделить пополам) отрезок прямой ***общего положения***? Для этого достаточно удвоить или поделить план (вторичную проекцию) данного отрезка и перенести точку деления на перспективу отрезка с помощью вертикальной линии связи. На рис. 8.8 показан отрезок *AB* прямой общего положения. Его вторичная проекция $A_1B_1$ поделена пополам точкой $R_1$. Вертикальная линия связи, идущая из точки $R_1$ , высекает на отрезке *AB* его середину – точку *R*.

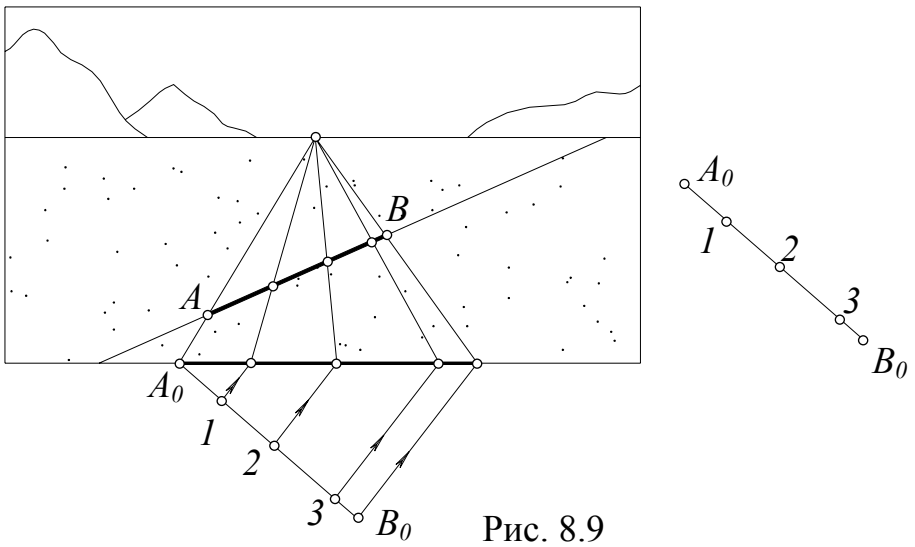



Рис. 8.9

Заметим, что вторичная проекция $A_1B_1$ вынесена (из произвольной точки *F* на линии горизонта) не на основание картины, а на прямую, параллельную основанию.

### *8.3.2. Деление отрезка в заданном отношении способом выноса*

Пусть требуется поделить перспективное изображение ***горизонтального отрезка*** *AB* (рис. 8.9) на несколько неравных частей в точно таком же отношении, что и отрезок $A_0B_0$ , показанный справа от картины.

"Выносим" отрезок *AB* на основание картины (из произвольной точки на линии горизонта). Вынесенный отрезок делим на части, перенося на него (параллельными лучами) точки деления *1,2,3* с заданного "шаблона" $A_0B_0$. Полученные точки возвращаем на перспективное изображение *AB* .

Еще проще выполняется деление ***вертикального отрезка*** в заданном отношении. Вертикальный отрезок располагается параллельно картине. При этом пропорции оригинала в перспективе сохраняются, поэтому достаточно перенести (параллельными лучами) делящие точки с шаблона $A_0B_0$ непосредственно на перспективу *AB* вертикального отрезка (рис. 8.10).

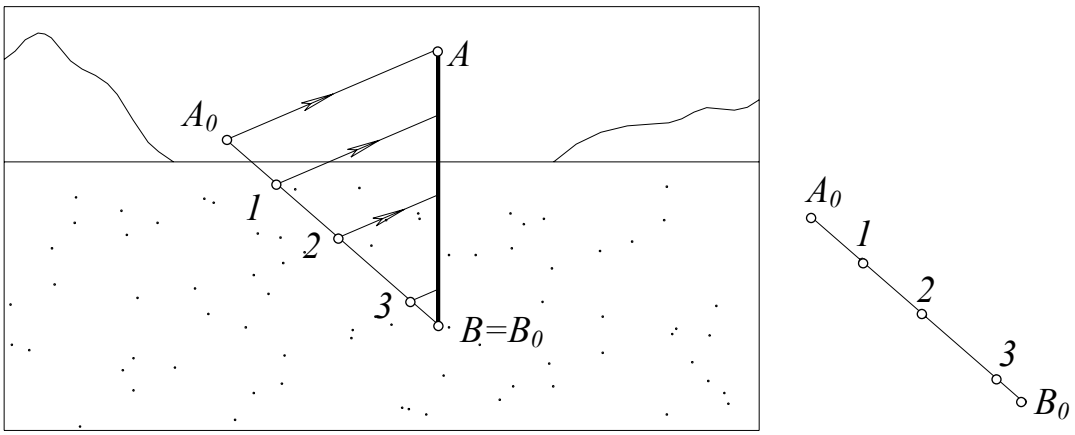



Рис. 8.10

Если надо поделить в заданном отношении отрезок прямой ***общего положения***, то сначала делим его вторичную проекцию, затем точки деления переносим на отрезок с помощью вертикальных линий связи.

### *8.3.3. Деление отрезка на основе перспективного соответствия*

Рассмотрим еще один способ деления перспективы отрезка в заданном отношении. Пусть дано перспективное изображение отрезка *AB* (рис. 8.11), который требуется разделить в том же отношении, что и "шаблон", показанный на рис. 8.11 справа от картины. Отрезок *AB* занимает ***общее положение*** в пространстве.

Прежде всего, находим центр *O* отрезка. Для этого выносим его вторичную проекцию на основание картины, находим центр $O_1$ вторичной проекции и возвращаем его на перспективу отрезка. Затем отмечаем середину шаблона. В результате на шаблоне и на перспективе отрезка появляются три соответственные точки: концы и середина отрезка соответствуют концам и середине шаблона. Теперь надо переместить шаблон так, чтобы эти три пары точек стали перспективно соответственны.

***Соответствие между точками двух прямых называют перспективным, если лучи, соединяющие соответственные точки, проходят через общий центр.***

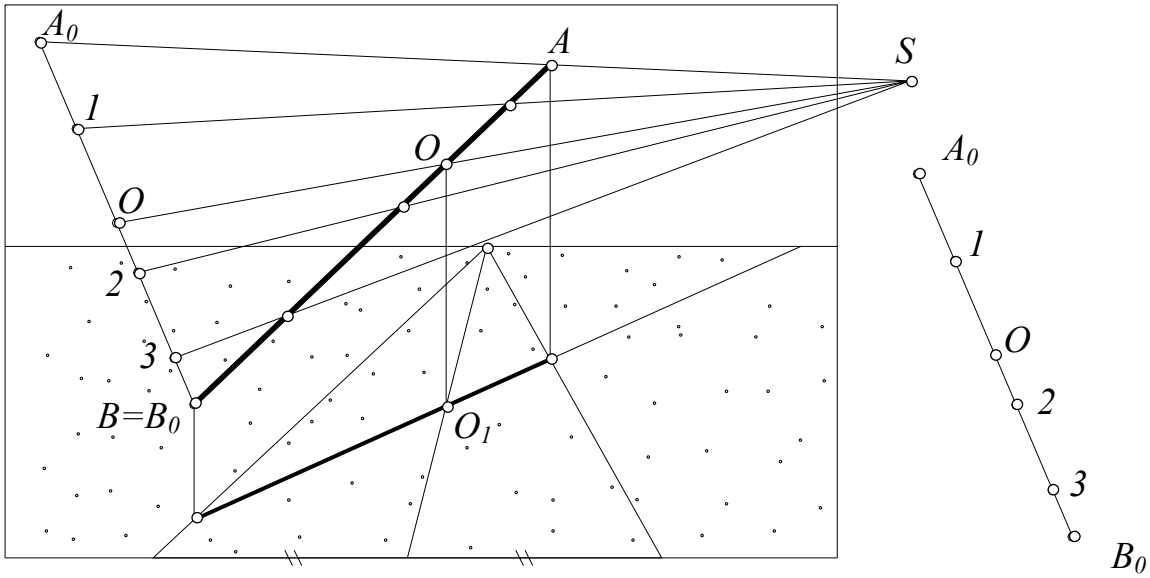



Рис. 8.11

Добиться такого соответствия можно разными способами. Например, на рис. 8.11 конечная точка $B_0$ шаблона, начерченного на полоске бумаги, совмещена с конечной точкой *B* отрезка. Проецирующие прямые $AA_0$ и *OO* пересеклись в центре перспективы *S*. Лучи, идущие из центра *S* к делящим точкам *1,2,3*, высекают на перспективе *AB* отрезка искомые точки деления.

В учебной литературе (Ю.И. Короев) предлагается немного иная последовательность построения. Пусть дана перспектива отрезка *AB* (рис. 8.12). Требуется поделить ее на участки в том же отношении, что и отрезок $A_0B_0$, показанный рядом с картиной.

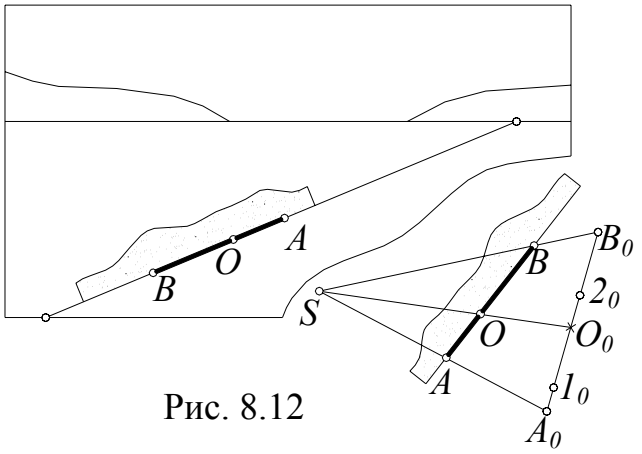



Рис. 8.12

Находим в перспективе середину *O* отрезка (любым описанным выше способом). На картину прикладываем

полоску бумаги и переносим на нее точки *A,B,O*.

На любом свободном месте листа ставим произвольную точку *S*, через которую проведем прямые в концы отрезка $A_0B_0$ и в его середину $O_0$.

Теперь берем полоску с точками *A,B,O* и "пристраиваем" ее так, чтобы луч $SB_0$ прошел через точку *B*, луч $SA_0$ – через точку *A*, луч $SO_0$ – через точку *O*. Это положение полоски бумаги – единственно возможное (доказательство единственности – в курсе проективной геометрии).

Осталось отметить на полоске бумаги точки *1* и *2*, соответственные делящим точкам $1_0$ и $2_0$, вернуть полоску обратно на картину и перенести найденные точки *1* и *2* на перспективу отрезка *AB* (на рис. 8.12 эти построения не показаны).

С помощью рассмотренных способов пропорционального деления отрезков выполняют учебное задание "*перспектива карниза"*.

# Лекция 9

## ПОСТРОЕНИЕ ПЕРСПЕКТИВЫ СПОСОБОМ АРХИТЕКТОРОВ

Сущность способа заключается в том, что построение перспективы начинается с ***построения перспективы плана*** здания, сооружения или интерьера ***с использованием точек схода*** характерных направлений (ширины и глубины). Высотные отметки любой точки плана "снимаются" с ортогонального чертежа и переносятся на картину с помощью ***боковой стены***.

### 9.1. Разметка ортогонального чертежа

Построение перспективы начинается с ***разметки***: на ортогональном плане здания показываем положение картинной плоскости и точку зрения *S*, а на фасаде назначаем линию горизонта *h* (рис. 9.1).

Положение картинной плоскости, точку зрения и высоту линии горизонта можно выбирать произвольно, хотя и подчиняясь требованиям наглядности и естественности изображения. Об этих требованиях мы поговорим позднее.

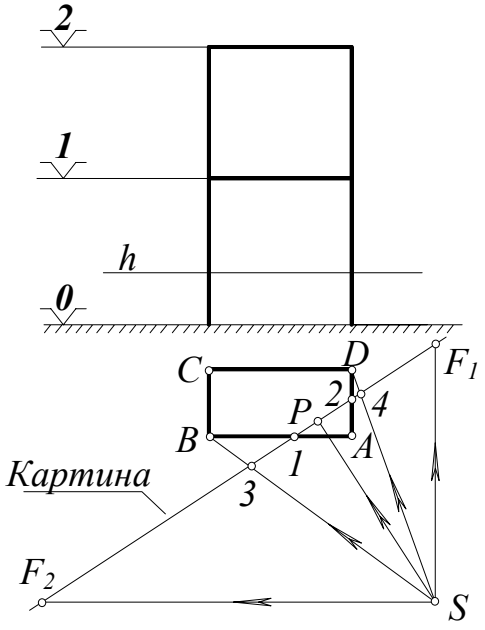


Рис. 9.1

На плане объекта отмечаем характерные точки. В примере на рис. 9.1 это точки схода $F_1$ , $F_2$ , главная точка *P*, а также точки *1* и *2* пересечения сторон плана с основанием картины. Через основание точки зрения проводим ***радиальные прямые*** в характерные точки *B* и *D* плана и отмечаем точки пересечения *3* и *4* этих лучей с основанием картины.

На фасаде указываем высотные отметки ***0*** (уровень предметной плоскости), ***1*** и ***2*** (уровни ската крыши).

### 9.2. Построение перспективы плана

На чистом листе бумаги (на будущей картине) проводим линию горизонта *h* и основание картины *t*. Расстояние между прямыми *h* и *t* равно высоте линии горизонта. Обычно ортогональный чертеж архитектурного

объекта дается в малом масштабе, поэтому ***перспективу объекта увеличивают*** в несколько раз относительно данного чертежа. При этом говорят о ***масштабе картины*** относительно ортогонального чертежа. Например, если выбран масштаб картины ***5:1***, то на картине расстояние от основания *t* до линии горизонта *h* будет в пять раз больше, чем на разметке фасада.

Начертив в выбранном масштабе линию горизонта и основание картины, переносим на картину характерные точки. Прежде всего, отмечаем на линии горизонта главную точку картины *P* и точки схода $F_1$ , $F_2$ основных направлений плана. Расстояния от главной точки до точек схода "снимаем" с размеченного ортогонального чертежа, увеличивая их в соответствии с выбранным масштабом картины. Точки *1,2,3,4* переносим на основание картины *t* , не забывая увеличивать расстояние между ними в соответствии с масштабом.

Найденных точек вполне достаточно, чтобы на картине построить перспективу плана здания (рис. 9.2). Через точки *1* и *2* боковые стороны плана идут в свои точки схода $F_1$ , $F_2$. Угловые точки плана определяются на пе-

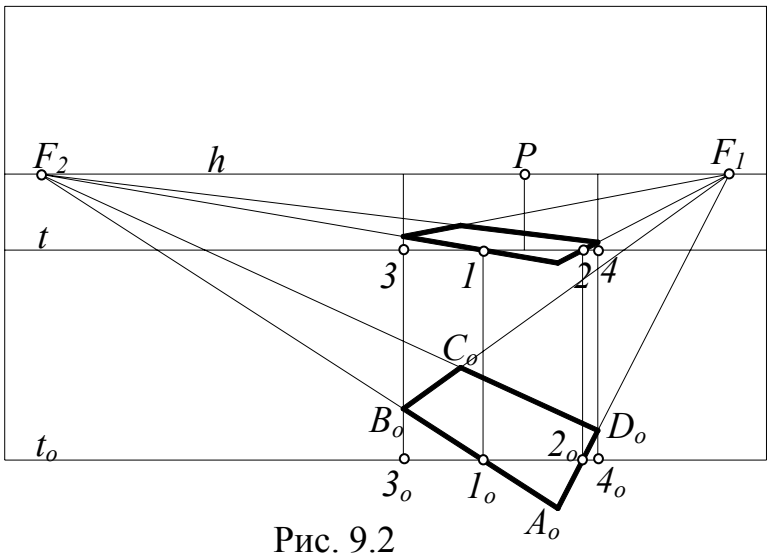



Рис. 9.2

ресечении боковых сторон с радиальными прямыми *s-3* и *s-4* (эти радиальные прямые выглядят на картине вертикальными отрезками, идущими из точек *3* и *4*).

## 9.3. Опущенный план

Если выбрана низкая точка зрения, то на картине расстояние между линией горизонта *h* и основанием картины *t* получается небольшим. План, расположенный на этой узкой полоске, будет "смятым". Характерные угловые точки плана будут найдены неточно (на пересечении прямых, идущих под острым углом друг к другу).

Чтобы точнее построить характерные точки плана, основание картины *t* вместе с отмеченными на нем точками *1,2,3,4* “опускают” вниз на произвольное расстояние до положения $t_o$ (см. рис. 9.2). Получаем ***опущенный план***, на котором угловые точки $A_o$ ,$B_o$ ,$C_o$ ,$D_o$ определяются гораздо точнее (говорят, что план лучше “раскрыт”). Затем по вертикальным линиям связи возвращаем угловые точки $A_o$ ,$B_o$,$C_o$ ,$D_o$ с опущенного плана на истинный план объекта.

При построении архитектурных перспектив может использоваться ***поднятый план***. При этом предметную плоскость с нанесенным на нее планом мысленно поднимают вверх на произвольную высоту. Основание картины с отмеченными на нем характерными точками чертят выше линии горизонта. В этом случае зритель смотрит на план “снизу вверх”.

## 9.4. Боковая стена

На рис. 9.3 показана в перспективе вспомогательная плоскость *OTF* (прямоугольная ***боковая стена***), передняя сторона *OT* которой совмещена

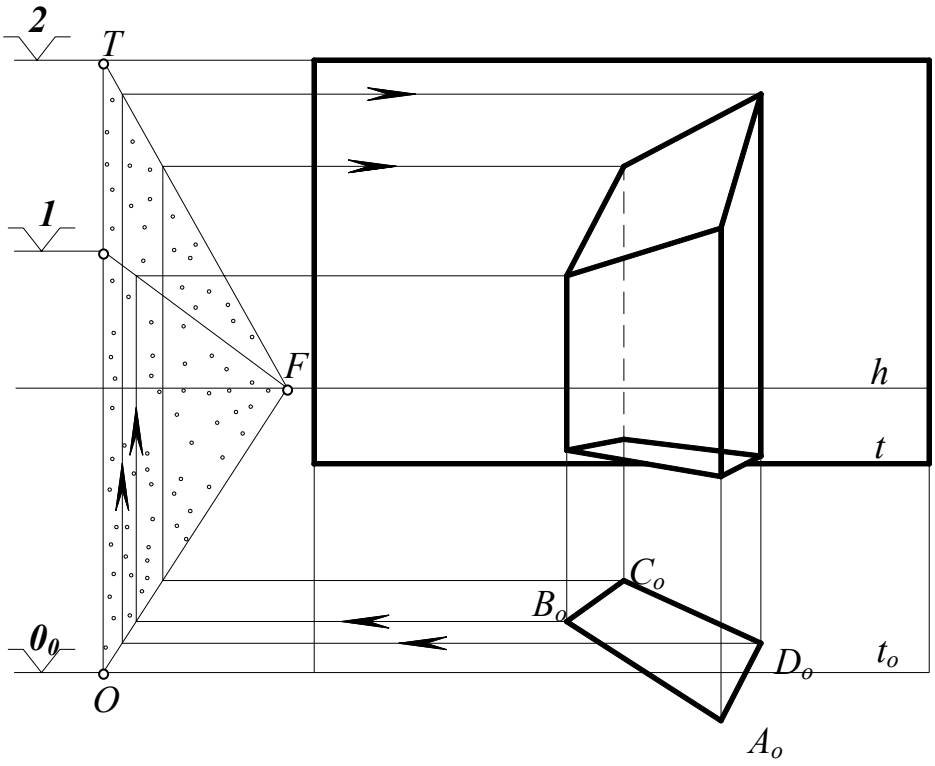



Рис. 9.3

с картинной плоскостью. Верхняя *TF* и нижняя *OF* горизонтальные стороны боковой стены сходятся в произвольной точке *F* на линии горизонта. Передняя сторона *OT* находится на картинной плоскости, поэтому на ней откладывают высотные отметки ***1*** и ***2*** в натуральную величину (с учетом масштаба картины).

На рис. 9.3 стрелками отмечено построение высот для угловых точек плана. Применение боковой стены позволяет освободить перспективу от вспомогательных построений, вынося их за пределы рамки картины.

## 9.5. Выбор углов зрения

Точка зрения и картинная плоскость полностью определяют будущее перспективное изображение. Эти основные элементы перспективы выбираются из многочисленных, зачастую противоречивых, условий. Главное требование – реалистичность и естественность изображения. Если произвольно выбрать картину и точку зрения, можно получить неправдоподобное изображение объекта.

Рекомендуемый угол зрения в плане составляет *30°...40°*, отклонение главного луча от биссектрисы угла зрения допускается в пределах средней трети расстояния между крайними лучами зрения. Например, на рис. 9.1 угол зрения составляет *34°*, а главный луч (перпендикуляр к картине, опущенный из точки зрения) располагается в пределах средней трети угла зрения.

При выборе точки зрения рекомендуется придерживаться следующей формулы: ***“Относительное расположение изображаемого объекта, точки зрения и картины должно быть таково, чтобы этот объект попадал целиком в пространство такого прямого кругового конуса, у которого вершина находится в точке зрения, ось перпендикулярна к картине и диаметр круга основания на картине укладывался в высоте конуса от 1 до 3 раз***”. При этом угол между образующими при вершине будет составлять от *53°* до *18°*. Лучший угол *28°*; при таком угле диаметр круга основания укладывается в высоте два раза.

Иногда рекомендацию о размере рисунка или картины формулируют следующим образом: ***диагональ картины должна быть равна половине главного расстояния.***

В зависимости от положения картины и точки зрения относительно объекта возможны два вида перспектив. Если картинная плоскость не параллельна фасаду здания, перспектива называется ***угловой***. Это наиболее распространенный вид перспективы.

Если картина параллельна одной из основных плоскостей объекта, перспектива называется ***фронтальной***. В этом случае точку зрения можно немного сместить от оси симметрии плана для “оживления” композиции. При этом картина остается расположенной фронтально. Чаще всего фронтальную перспективу применяют при построении перспективы интерьера.

## 9.6. Построение перспективы с одной или двумя точками схода

На рис. 9.2 показана перспектива, построенная с использованием двух точек схода. Точки схода $F_1$ , $F_2$ характерных направлений плана (широты и глубины) находятся в пределах картины. В этом случае говорят, что перспектива (см. рис. 9.2) построена с ***двумя доступными точками схода***.

Наличие доступных точек схода значительно упрощает построение перспективы. Однако чаще всего в пределах картины находится точка схода только одного какого-либо характерного направления плана. В этом случае строят перспективу с ***одной доступной точкой схода*** (рис. 9.4).

На рис. 9.4, *а* показаны план объекта, картинная плоскость и точка зрения. Точка схода *F* боковых сторон плана находится на картине (доступна).

Точку схода фронтальных сторон использовать не удается. Она располагается далеко за пределами картины и на плане не показана. В этой ситуации перспективу угловых точек плана находят как точку пересечения перспектив двух каких-либо вспомогательных прямых, проходящих через данную точку (см. восьмую лекцию, параграф “Перспектива точки”). Например, точка *6* на рис. 9.4, *б* построена как пересечение радиальной прямой $S\text{-}6_K$ с боковой стороной *7-8*. Точка *7* найдена с помощью диагоналей прямоугольника.

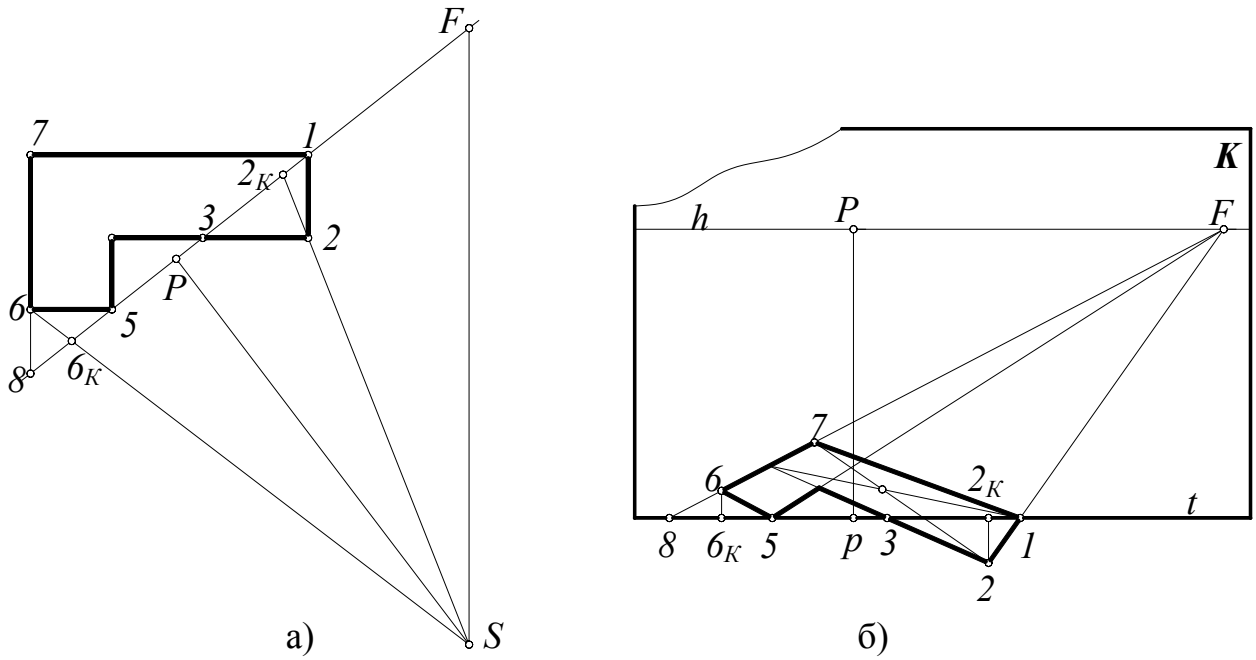



Рис. 9.4

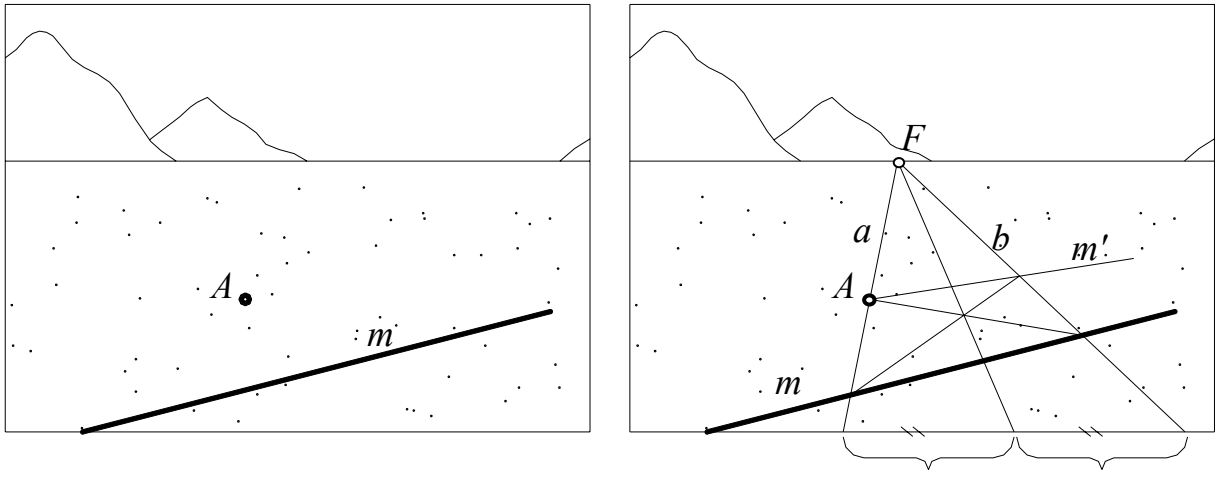
Следует отметить, что ***построение перспективы с двумя точками схода, с одной точкой схода или вообще без точек схода – принципиально ничем не отличается***. Наличие доступных точек схода всего лишь упрощает практические построения. Отсутствие точек схода в пределах

чертежа не является существенным препятствием к формированию перспективного изображения.

### 9.7. Проведение прямой в недоступную точку схода

Пусть на перспективе плана (рис. 9.5, *а*) дана прямая *m*, идущая в недоступную точку на линии горизонта, и указана произвольная точка *A*. Требуется через точку *A* провести прямую *m′*, параллельную прямой *m*.

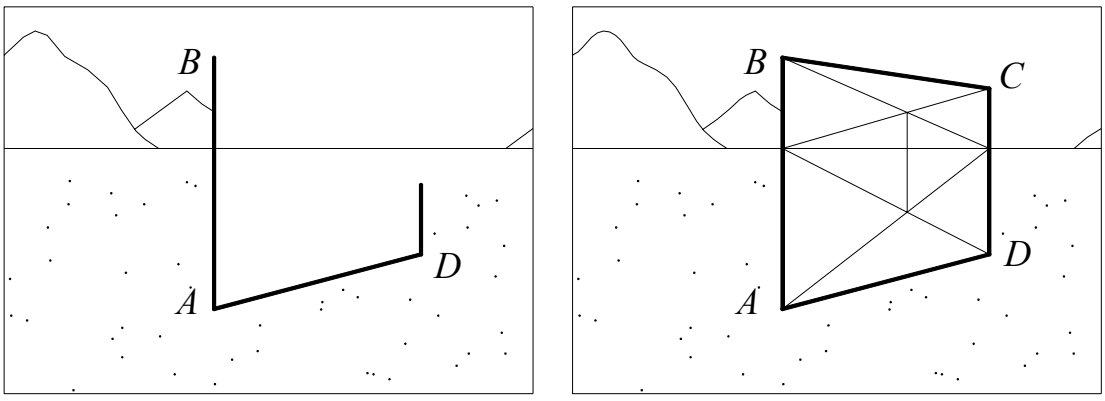
Одно из возможных решений показано на рис. 9.5, *б*. Из произвольной точки *F* на линии горизонта проводим пару параллельных лучей *a* и *b*




а) б)

Рис. 9.5

(один из них проведен через точку *A*, другой – произвольно). Эти лучи высекают на прямой *m* отрезок, который делим пополам ***способом выноса на картину.*** Проводя диагонали, получаем прямоугольник. Одна из его сторон идет в недоступную точку схода. Для решения пришлось провести пять вспомогательных прямых.

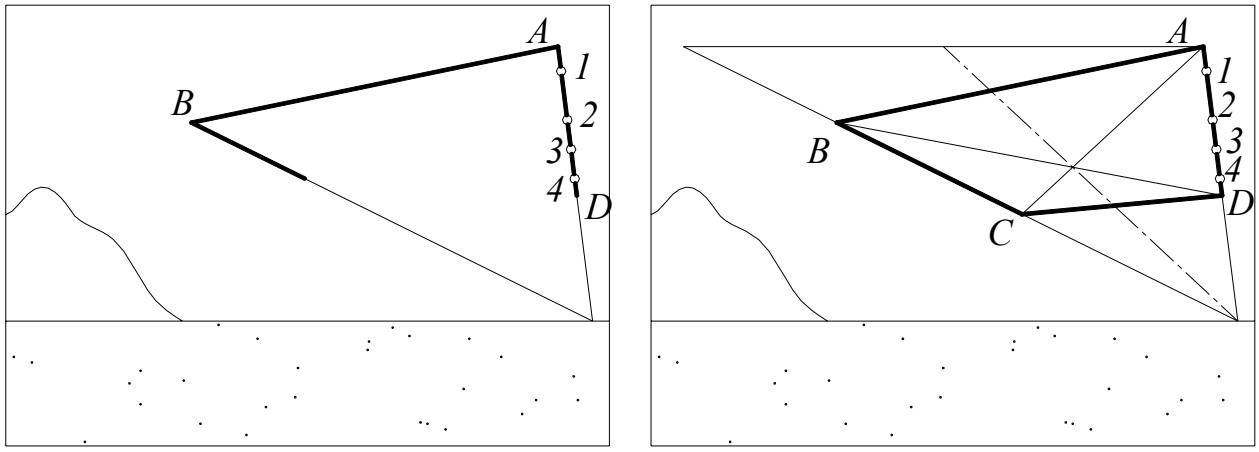



а) б)

Рис. 9.6

Еще один способ, также основанный на построении ***вспомогательного прямоугольника***, показан на рис. 9.6. Дано основание *AD* и боковое ребро *AB* вертикальной стены (рис. 9.6, *а*). Требуется построить верхнее ребро *BC*. Иначе говоря, надо провести прямую *BC* в недоступную точку схода прямой *AD*. Решение показано на рис. 9.6, *б*. Снова пришлось начертить пять вспомогательных прямых.

Если надо ***много раз проводить прямые в недоступную точку***, то рассмотренный способ вспомогательного прямоугольника не слишком удо-

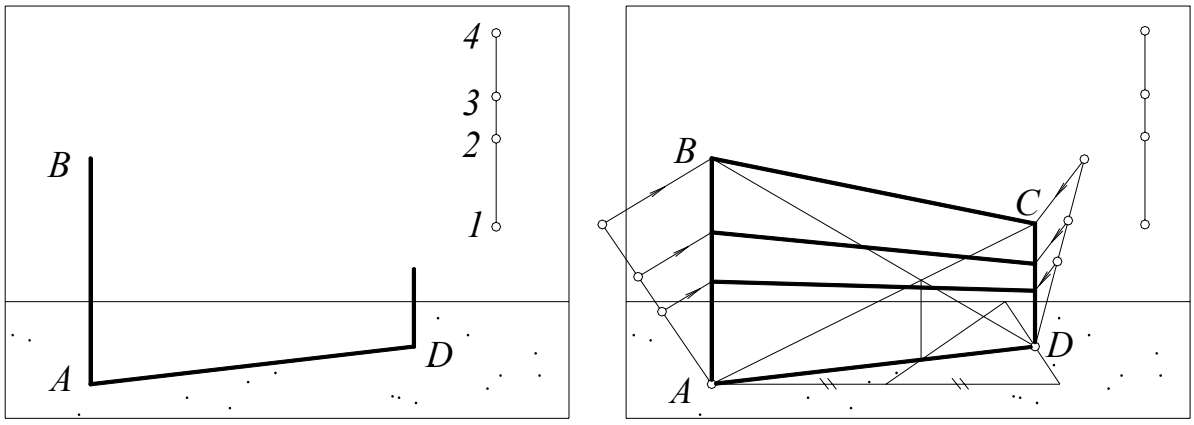



а) б)

Рис. 9.7

бен. В этом случае применяют деление отрезка на пропорциональные части.

На рис. 9.7, *а* показан недостроенный поднятый план прямоугольника *ABCD*. Требуется построить недостающую вершину *C* и провести параллельные прямые из точек *1,2,3,4* в недоступную точку схода параллельных сторон *AB* и *CD*.




а) б)

Рис. 9.8

Вершину *C* находим с помощью диагоналей (рис. 9.7, *б*). Для этого выносим сторону *AB* на произвольную горизонтальную прямую, параллельную картине, затем делим вынесенный отрезок пополам, проводим ось плана (штрихпунктирная линия) и чертим диагонали.

Чтобы из точек *1…4* провести серию параллельных прямых, надо отрезок *BC* поделить в том же отношении, что и сторона *AD*. Деление перспективы отрезка в заданном отношении рассмотрено в восьмой лекции.

В практических построениях часто требуется проводить параллельные лучи через точки ***вертикальной прямой***. Эта простая задача решается делением отрезка на пропорциональные части (рис. 9.8), либо с помощью вспомогательной боковой стены (рис. 9.9).

На рис. 9.8, *а* показана недостроенная прямоугольная вертикальная стена и "шаблон" ***1…4***. Требуется найти недостающую вершину *C* и разделить стену на горизонтальные полосы в соответствии с шаблоном. Решение показано на рис. 9.8, *б*. Стена достроена с помощью диагоналей (середина основания *AD* найдена способом выноса). Боковые стороны *AB* и *CD* размечены на части в соответствии с шаблоном.

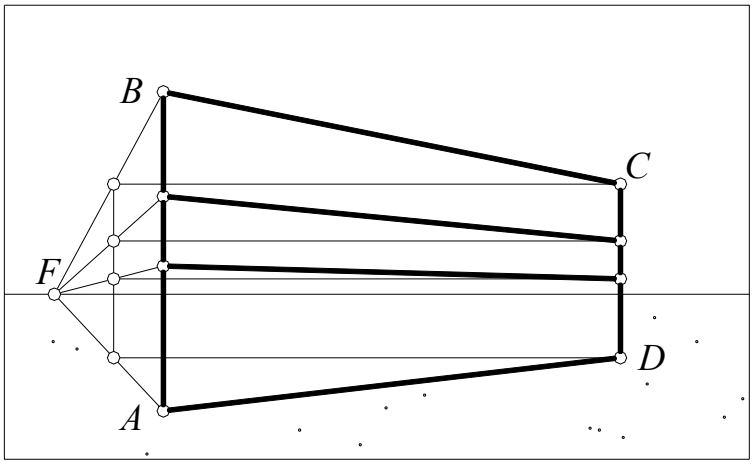



Рис. 9.9

Эта же задача решена на рис. 9.9 с помощью вспомогательной вертикальной стены *ABF* (деление стороны *AB* в соответствии с шаблоном на рисунке не показано). Из точки *D* проводим горизонтальную линию связи до основания *AF* вспомогательной стены, поднимаемся вверх и возвращаемся обратно на правое ребро стены. Получаем точку *C*. Таким же образом переносим все высотные отметки с левого ребра *AB* на правое ребро *CD*. В результате получаем серию параллельных прямых, проведенных в недоступную точку схода.

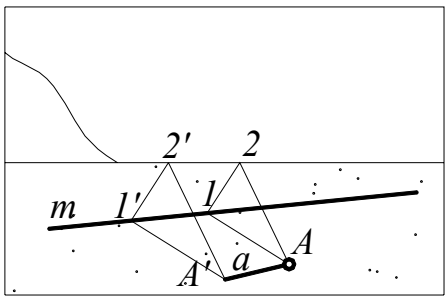



Рис. 9.10

Еще один простой прием, показанный на рис. 9.10, основан на построении подобных треугольников. Чтобы через точку *A* провести луч *a*, параллельный прямой *m*, пришлось построить два подобных треугольника *A12* и *A′1′2′* с центром подобия в недоступной точке схода.

## 9.8. Пример

На рис. 9.11 показано построение перспективы арки с использованием

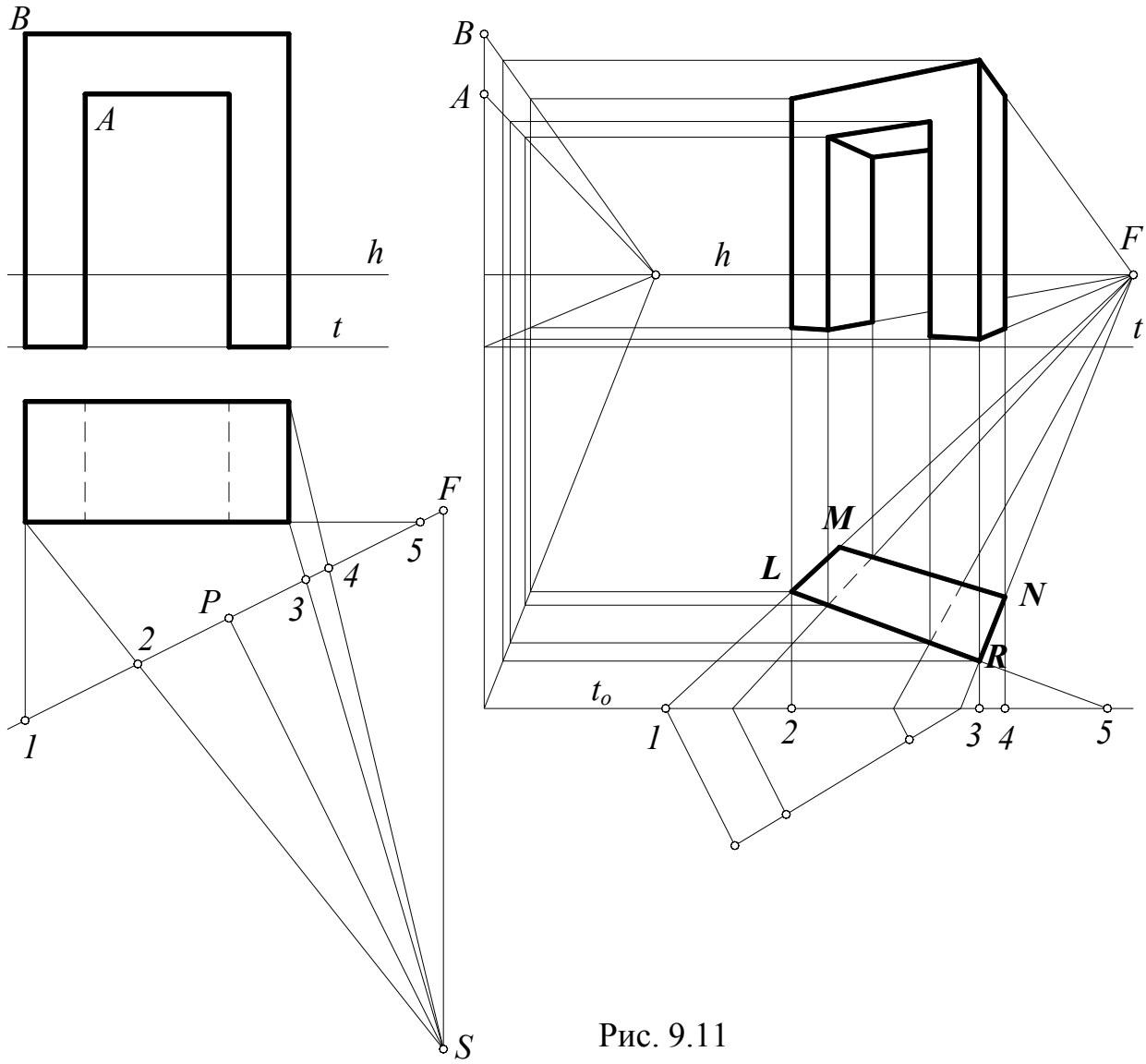



Рис. 9.11

опущенного плана и боковой стены. На картине проведен след $t_0$ плоскости опущенного плана и на этот след перенесены характерные точки *1,2,3,4,5*, снятые с ортогонального плана. Точки *1* и *5* получены на пересечении продленных сторон плана с картиной. На линии горизонта отмечена точка схода *F* боковых сторон плана *(построение перспективы с одной точкой схода)*.

Отметим, что разметка арочного проема по ширине выполнена непосредственно на плоскости картины с помощью *способа выноса* (см. восьмую лекцию).

# Лекция 10

## ПЕРСПЕКТИВНЫЕ МАСШТАБЫ. ПЕРСПЕКТИВА ОКРУЖНОСТИ. КАПИТЕЛЬ

Понятие “масштаб” при построении перспективы встречается в разных смыслах. Можно говорить о “***делительном масштабе***”, о “***масштабе картины***” (по отношению к плану и фасаду), а также о “***перспективных масштабах***” по координатным осям *X,Y,Z.*

Рассмотрим эти понятия подробнее.

### 10.1. Делительный масштаб

***Обычно “делительным масштабом” называют способ деления отрезка на основе перспективного соответствия (***см. восьмую лекцию***).*** Но иногда делительным масштабом называют специальный угловой шаблон, позволяющий делить отрезок заданным образом (на основе перспективного соответствия).

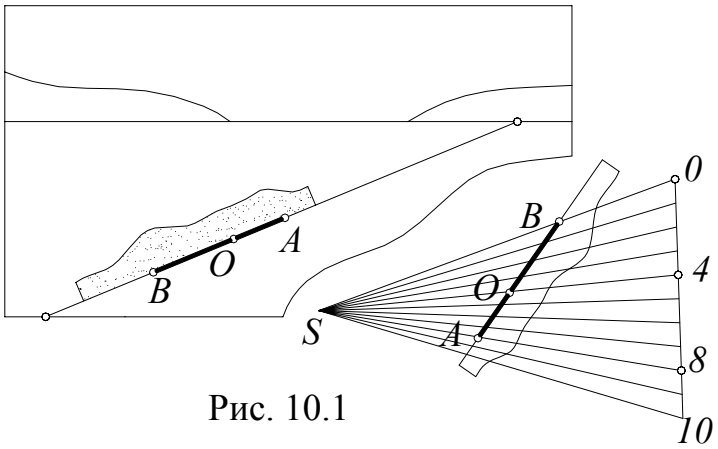


Рис. 10.1

Шаблон вырезан из картона, имеет форму равнобедренного треугольника большого размера (высота примерно 45 см, длина основания 30 см). Через вершину *S* шаблона проведены лучи, делящие основание треугольника на несколько равных частей (например, на 10 равных отрезков). Лучи на шаблоне пронумерованы от *0* до *10* (рис. 10.1).

Пусть требуется разделить отрезок *AB* в перспективе на заданное число частей (например, на восемь). Для этого, прежде всего, находим в перспективе середину *O* отрезка *AB* (любым описанным выше способом), после чего к перспективе отрезка *AB* прикладываем полоску бумаги и переносим на нее точки *A,B,O*. Эти точки называют ***реперо́м*** отрезка *AB*.

Далее переносим полоску на шаблон, располагая ее так, чтобы реперы *A* и *B* попали на лучи *0* и *8,* а точка *O* – на луч *4*. Промежуточные лучи *1…7* шаблона высекают на полоске бумаги ряд точек. Возвращаем полоску обратно на изображение *AB* отрезка и переносим на изображение найденные

точки. Полученные точки будут искомыми точками деления перспективы отрезка *AB* на восемь равных частей.

Шаблон “делительный масштаб” может быть рекомендован, если требуется многократно делить в перспективе разные отрезки на пропорциональные части.

Заметим, что в учебнике Ю.И. Короева “Начертательная геометрия”, издание 1995г, стр. 262 имеется параграф “Перспектива архитектурных деталей и применение ***делительного масштаба***”, но определение этого термина – не дано.

## 10.2. Масштаб картины

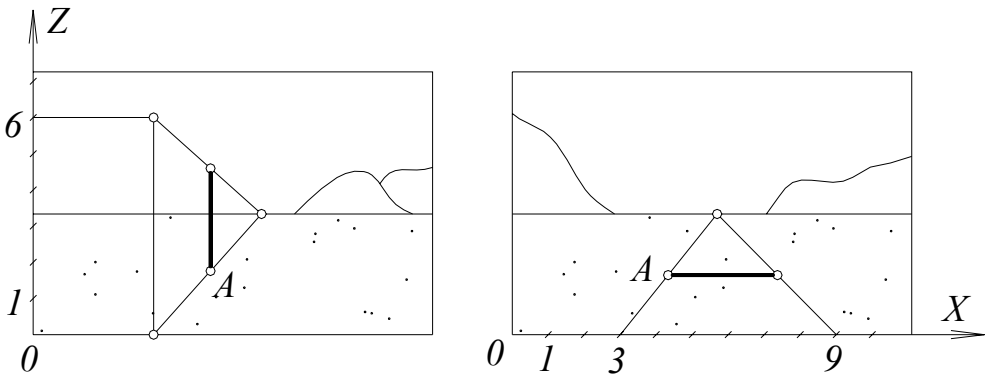
Перспектива может быть построена в любом масштабе по отношению к масштабу плана и фасада. В архитектурной практике “подача” проекта выполняется на больших планшетах, чтобы перспективы получались в виде четких, красивых картин. Поэтому данные ортогонального чертежа при построении архитектурных перспектив обычно увеличивают в несколько раз (например, в пять раз). При этом говорят, что масштаб картины “пять к одному” по отношению к плану и фасаду (см. девятую лекцию).

## 10.3. Перспективные масштабы

Для построения перспективного изображения фигуры, заданной своими размерами, на картинной плоскости отмечают отрезки единичной длины по трем координатным осям: высота *z*, широта *x*, глубина *y*.

Ось широт *x* совпадает с основанием картины, ось высот *z* – вертикальная прямая. Оси широт и высот находятся в плоскости картины.

Что дает нам знание масштабов?




а) б)

Рис. 10.2

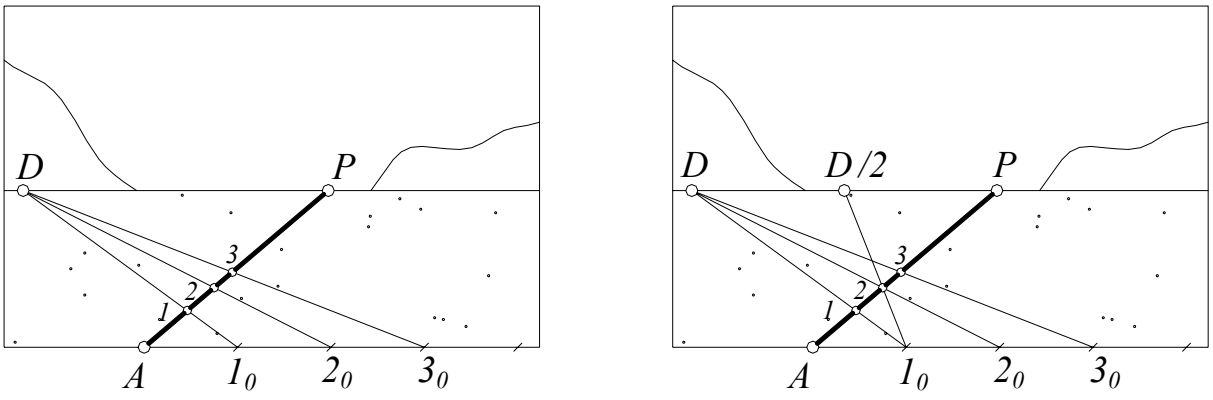
Если на осях *x* и *z* отложены отрезки единичной длины, мы сможем из любой точки на предметной плоскости начертить вертикальный “столбик” заданной высоты или горизонтальный отрезок заданной длины, параллель-

ный картине. Например, на рис. 10.2, *а* показано построение вертикального отрезка длиной шесть единиц, поднятого из произвольной точки *A*. На рис. 10.2, *б* начерчен горизонтальный отрезок длиной шесть единиц, идущий из точки *A* и параллельный оси *x*. В обоих случаях использован уже знакомый нам способ “выноса на картину” (см. восьмую лекцию).

Но мы не сумеем удалиться “вглубь” картины на заданное расстояние. Чтобы это сделать, надо научиться откладывать единичные отрезки вдоль оси глубин *y*. Для этого используют дистанционные точки (*то есть точки на линии горизонта, удаленные от главной точки картины на дистанционное расстояние*).

Осью глубин (или глубинной прямой) называют любую прямую, перпендикулярную картинной плоскости. В перспективе все глубинные прямые сходятся в главной точке *P* картины. Например, на рис. 10.3 показана глубинная прямая *AP*.

Всякая прямая, идущая в дистанционную точку *D*, наклонена к плоскости картины под углом 45 градусов, поэтому высекает на оси глубин *AP* и на основании картины равные отрезки (см. рис. 10.3, *а*).




а) б)

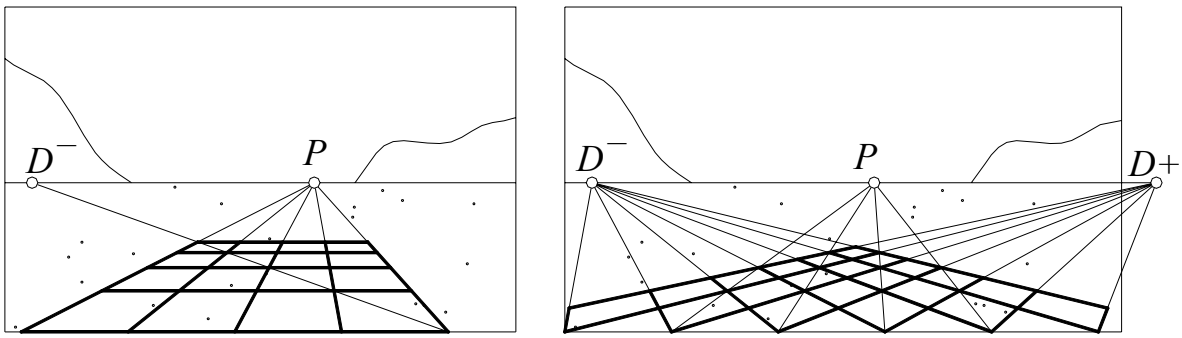
Рис. 10.3

Если дистанционная точка *D* располагается далеко за рамкой картины, то используют *дробные дистанционные точки.* Например, на рис. 10.3, *б* отмечена дробная точка *D/2*. Луч из точки $1_0$ в точку *D* высекает на оси глубин единичный отрезок *A-1*, а луч, идущий в *D/2*, высекает на оси глубин удвоенный отрезок *A-2*.

## 10.4. Перспективная сетка

С помощью дистанционных точек чертим квадратный паркет (перспективную сетку) на предметной плоскости. Для этого откладываем на основании картины отрезки, равные стороне квадрата, и переносим эти отрезки на глубинную прямую (рис. 10.4, *а*).

Если чертим перспективную сетку с углом наклона *45°* к картине, то стороны квадратов “сойдутся” в левой и правой дистанционных точках.



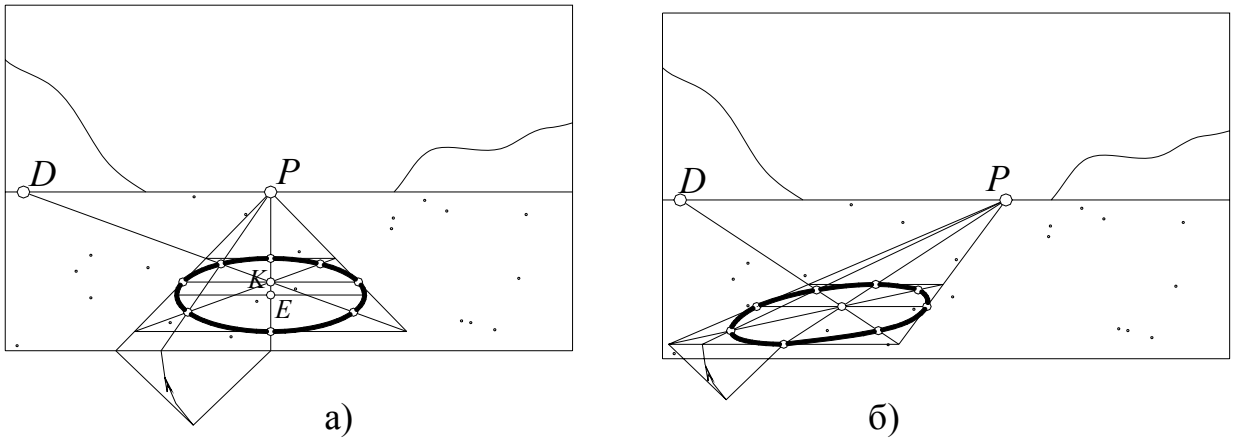

а) б)

Рис. 10.4

Одно семейство диагоналей идет в главную точку картины, другое семейство диагоналей параллельно картине (рис. 10.4, *б*).

## 10.5. Перспектива окружности

Перспектива небольшой окружности строится “*по восьми точкам*” способом описанного квадрата. Чертим в перспективе фронтальный квадрат со стороной, равной диаметру, отмечаем середины сторон (четыре точки) и четыре точки на диагоналях (рис. 10.5, *а*). Квадрат чертим с помощью дистанционной точки. Точки на диагоналях находим с помощью вспомога-




а) б)

Рис. 10.5

тельного прямоугольного равнобедренного треугольника (см. первую лекцию, рис. 1.17). Заметим, что центр *E* эллипса и центр *K* квадрата – не совпадают (см. рис. 10.5, *а*).

*Какая точка (E или K) является перспективным изображением центра окружности? Почему?*

При построении перспектив круглых предметов следует иметь в виду одно очень важное условие – их надо располагать ближе к середине картины. Изображение окружности, попавшей к боковому краю картины, будет выглядеть неестественно наклоненным эллипсом (рис. 10.5, *б*). Сфера в перспективе принимает привычное глазу очертание окружности только в том случае, если изображение центра сферы совпадает с главной точкой картины. В других положениях сфера в перспективе выглядит эллипсом.

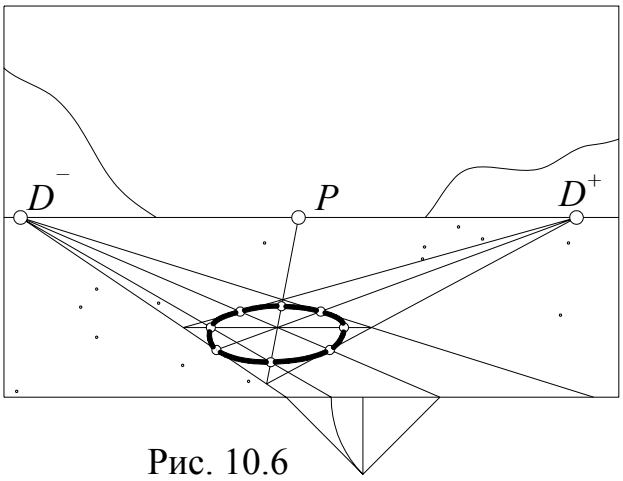


Рис. 10.6

Для построения перспективы окружности можно использовать не только фронтальный квадрат (как на рис. 10.5), но и любой другой квадрат, произвольно расположенный относительно картинной плоскости. Например, на рис. 10.6 показан горизонтальный квадрат, стороны которого наклонены к плоскости картины под углом *45°*.

Если фронтальный квадрат размещен строго симметрично относительно главной точки картины, то к восьми точкам можно добавить еще шесть (построение перспективы окружности "*по четырнадцати точкам"*). На рис. 10.7 показан поднятый над линией горизонта квадрат, в который вписана окружность. Окружность в перспективе выглядит эллипсом с центром *E*. Исходный квадрат размещен строго по центру картины, поэтому главная ось эллипса горизонтальна.

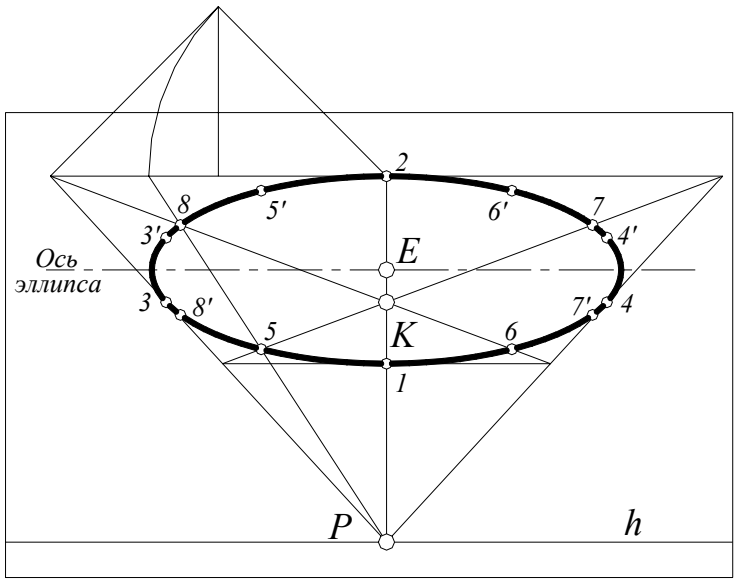


Рис. 10.7

Ось эллипса является его осью симметрии, что позволяет "зеркально отобразить" ранее найденные восемь точек *1,2,…8* относительно оси эллипса. Это построение дополнительно дает еще шесть точек *3′,4′,…8′* на искомом эллипсе (точки *1* и *2* зеркально отображаются друг в друга, поэтому не дают

новых точек эллипса). В результате получаем четырнадцать точек, по которым строится перспективное изображение окружности (эллипс). Еще раз отметим, что добавочные точки можно найти только в том случае, если изображаемая окружность не смещена ни влево, ни вправо от вертикальной оси картины.

### *10.5.1. Деление перспективы окружности на равные части*

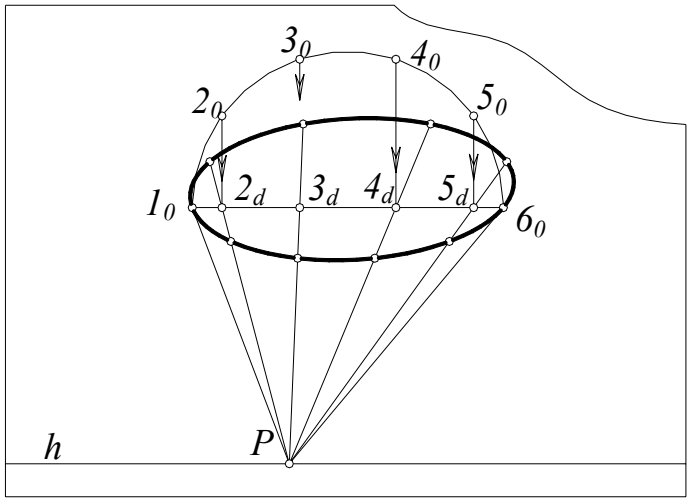



Рис. 10.8

Во всякой окружности всегда можно провести диаметр, параллельный картине. На рис. 10.8 показана перспектива горизонтальной окружности, вписанной во фронтальный квадрат. Сам квадрат не начерчен, чтобы не загромождать рисунок. Показаны направления его боковых сторон $P\text{-}1_0$ и $P\text{-}6_0$, касательные к эллипсу в точках $1_0$ и $6_0$. Диаметр окружности $1_0\text{-}6_0$ располагается параллельно картине.

Пусть требуется разделить перспективу окружности на 10 равных частей. Построенную на этом диаметре *вспомогательную полуокружность* делим (любым способом) на пять частей, и вертикальными линиями связи переносим делящие точки $2_0$, $3_0$,...$5_0$ на диаметр $1_0\text{-}6_0$. На диаметре $1_0\text{-}6_0$ получаем точки $2_d$ ,$3_d$ ,...$5_d$ , из которых в главную точку картины $P$ пойдут лучи, делящие перспективу окружности на десять частей.

Рассмотренный способ деления окружности носит универсальный характер, не зависящий от того, как расположена окружность относительно картинной плоскости. Например, на рис. 10.8 окружность смещена в сторону от вертикальной оси симметрии картины.

### *10.5.2. Построение перспективы соосных окружностей*

При построении перспективы тел вращения приходится чертить несколько соосных окружностей. Всякую окружность чертят с помощью описанного квадрата. Можно немного сократить объем построений и сделать их более точными, если использовать вспомогательную боковую стену.

На рис. 10.9 показана перспектива горизонтальной окружности с центром $O$ и радиусом $OR$, построенная по восьми точкам с помощью фронтального квадрата. Требуется построить перспективу сосной окружности с центром $O'$ и радиусом $O'R'$.

Окружности $OR$ и $O'R'$ "надеты" на конус вращения с вертикальной осью $OO'$. Вершину $S$ этого конуса найдем, проводя образующую $RR'$ до пересечения с осью (пунктирная линия на рис. 10.9).

Проецируем конус на вспомогательную боковую стену $PTK$, начерченную на свободном месте картины.

*Примечание. На рис. 10.9 боковая стена перпендикулярна картинной плоскости (ее горизонтальные стороны сходятся в главной точке P). Но это не обязательно. Единственное требование к вспомогательной стене – она должна располагаться вертикально.*

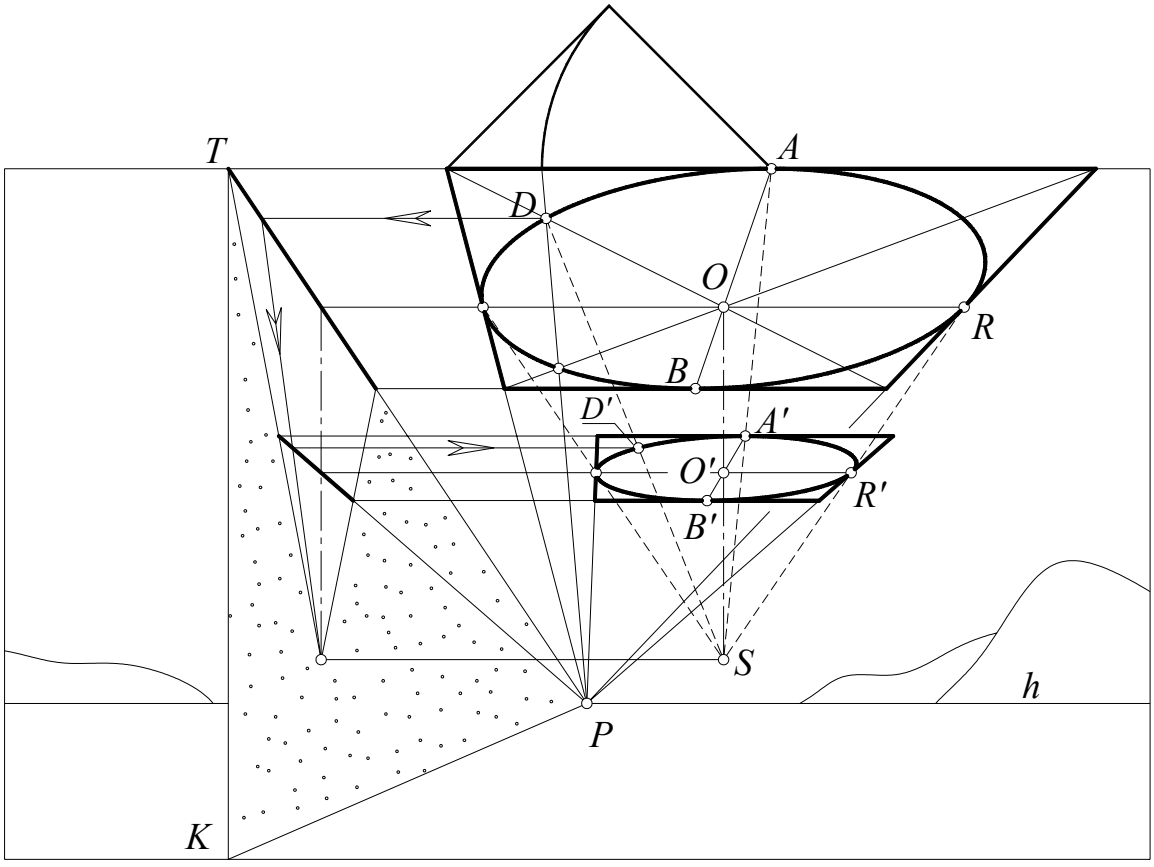



Рис. 10.9

Соосные окружности с центрами $O$ и $O'$ проецируются на боковую стену отрезками прямых (выделены на рис. 10.9 утолщенными линиями).

С помощью боковой проекции конуса на рис. 10.9 начерчен квадрат, описанный вокруг малой окружности, и отмечены середины его сторон. Например, точка $A'$ (середина передней стороны малого квадрата) найдена на образующей $AS$ вспомогательного конуса.

Проекция конуса на боковой стене не только облегчает построение описанного квадрата, но заметно упрощает построение любой точки на малой окружности. Например, для построения точки *D′* малой окружности потребовалось начертить образующую *DS* вспомогательного конуса (пунктирная линия) и пройти путь, отмеченный стрелками, от точки *D* к точке *D′*. При этом в процессе построения были начерчены всего четыре прямые линии: две линии связи, образующая конуса *DS* и боковая проекция этой образующей.

Рассмотренный способ построения соосных окружностей находит практическое применение при выполнении учебного задания "*перспектива капители*".

## 10.6. Перспектива дорической капители

### *10.6.1. Разметка*

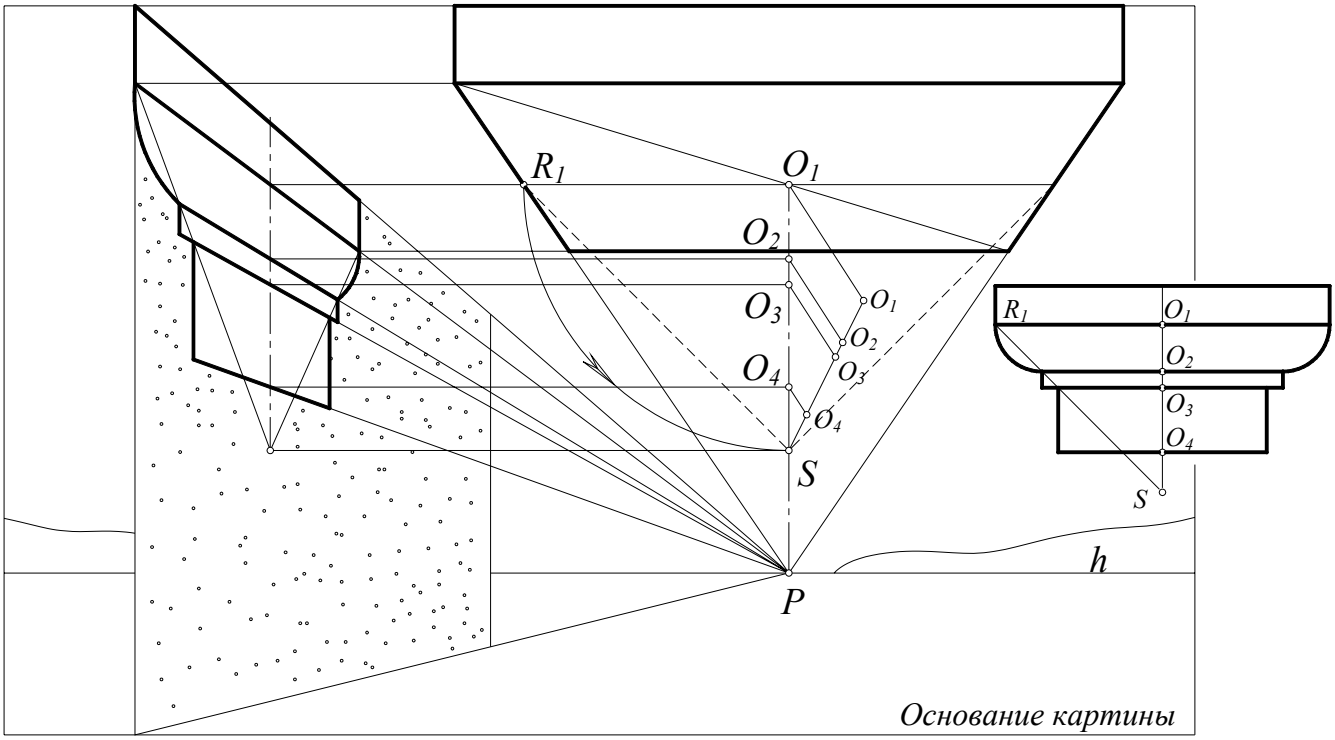



Рис. 10.10

Разметка в масштабе два к одному, показанная на рис. 10.10, выполняется в следующем порядке (без учета каннелюр).

1.Чертим перспективу верхней квадратной плиты (абаки), совмещая ее переднюю грань с плоскостью картины. Дистанцию выбираем произвольно. Высота линии горизонта задана (см. задачник Короева).

2. На вертикальную ось капители переносим центры $O_2$ ,$O_3$ ,$O_4$ ,$S$ . Центр большой окружности $O_1$ (примыкание эхина к плите) совпадает с центром квадратного основания верхней плиты. Расстояние $O_1S$ равно, согласно заданию, радиусу $O_1R_1$ большой окружности. Поэтому точка $S$ (вершина вспомогательного конуса) определяется с помощью засечки циркулем: отрезок $O_1R_1$ переносим на ось капители. Точки $O_2$ ,$O_3$ ,$O_4$ перенесены на ось способом пропорционального деления (см. восьмую лекцию, рис. 8.10).

В результате получаем на картине вспомогательный круговой конус с вершиной $S$ и радиусом основания $O_1R_1$. Две его образующие показаны пунктиром. Круговые сечения капители с центрами $O_1$ ,$O_2$ ,$O_3$ "сидят" на этом конусе.

3. Произвольно чертим вертикальную боковую стену. На рис. 10.10 показана стена, перпендикулярная к картинной плоскости (заштрихована). Проецируем капитель на боковую стену. Получаем профильную проекцию капители на боковой стене *(точнее говоря, получаем перспективное изображение профильной проекции капители).*

На этом разметка чертежа закончена. Заметим, что мы пока не начерти-

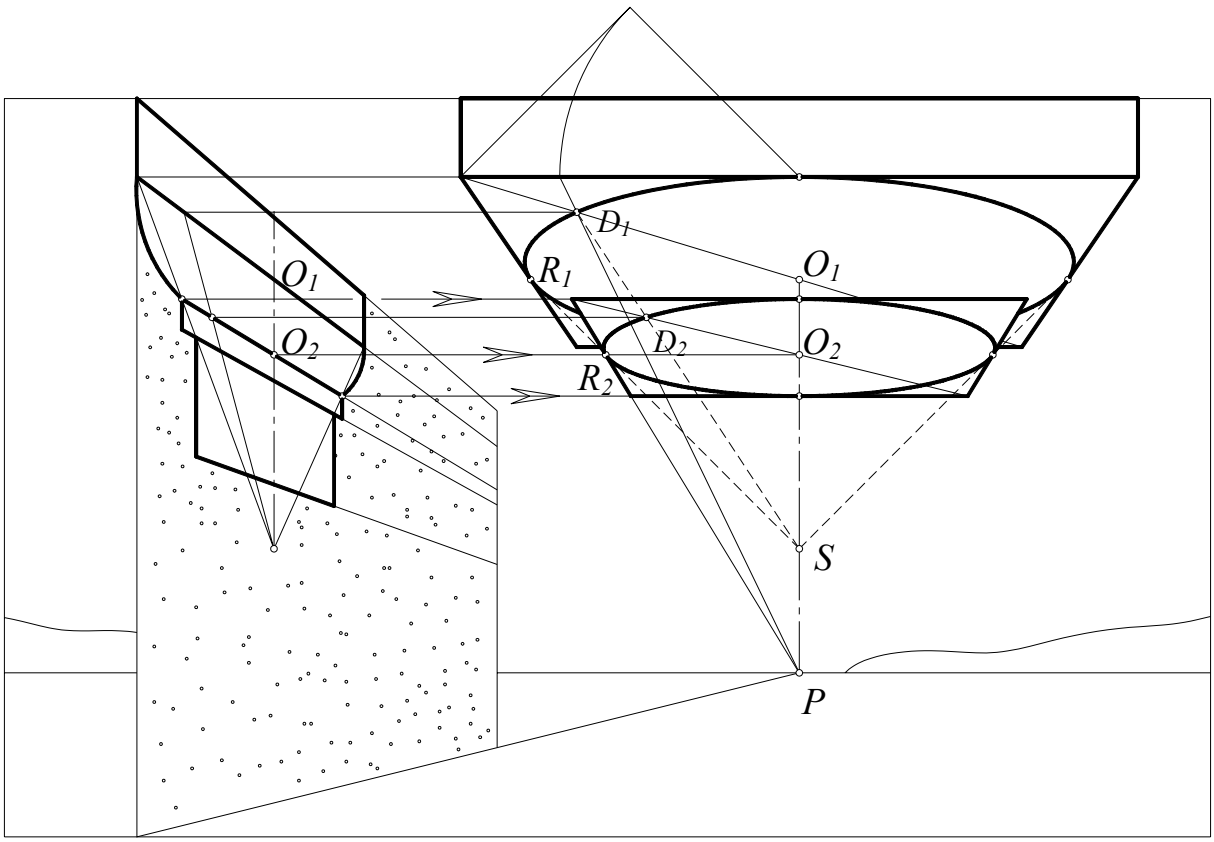



Рис. 10.11

ли в перспективе ни одной окружности, а только разметили их центры и показали профиль капители на боковой стене.

### *10.6.2. Эхин в перспективе*

Построение перспективы эхина (валика) сводится к построению двух соосных окружностей с радиусами $O_1R_1$ и $O_2R_2$ (рис. 10.11).

Большая окружность с центром $O_1$ строится обычным образом: по *14* точкам, с помощью ранее построенного фронтального квадрата. Эти построения на рис. 10.11 не показаны.

Малая окружность с центром $O_2$ (примыкание эхина к стволу колонны) строится с помощью профильной проекции капители. Малая окружность находится на вспомогательном конусе, поэтому точка $R_2$ обязана находиться на образующей $R_1S$. Через точку $R_2$ пройдет боковая сторона квадрата, описанного около малой окружности.

Это позволяет легко начертить описанный квадрат: его боковая сторона идет через точку $R_2$ в главную точку картины, а верхняя и нижняя фронтальные стороны определяются горизонтальными линиями связи, идущими от профиля капители.

Описанный квадрат сразу дает нам *4* точки малой окружности в перспективе. Любая дополнительная точка малой окружности при необходимости может быть построена так, как показано на рис. 10.9. Например, найдем диагональную точку $D_2$, сидящую на образующей $D_1S$. Уходим от точки $D_1$ на профильную проекцию большой окружности, затем по образующей переходим на профиль малой окружности, и возвращаемся на образующую $D_1S$ (см. рис. 10.11).

***Внимание!*** *На рис. 10.11 квадрат, описанный около малой окружности, начерчен толстыми линиями только для наглядности. Обводить его – не надо! Это вспомогательное построение.*

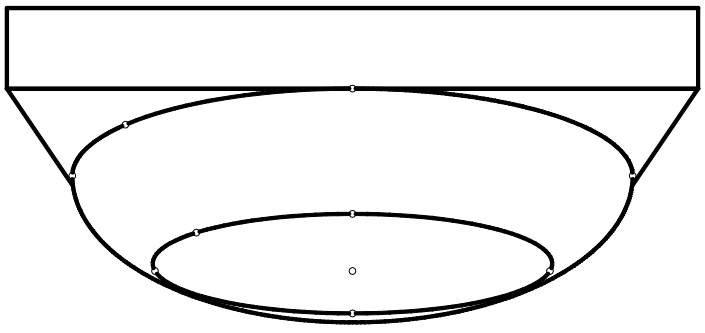


Рис. 10.12

Очерковая линия эхина касается верхнего эллипса и уходит несколько ниже нижнего эллипса (рис. 10.12). Точно построить эту линию – затруднительно. Потребуется чертить в перспективе несколько горизонтальных сечений эхина, затем полученные эллипсы “обертывать” плавной кривой.

### *10.6.3. Поясок и ствол колонны в перспективе*

Между эхином и стволом колонны – узкий цилиндрический поясок. Чтобы начертить его в перспективе, формируем два одинаковых квадрата (*квадрат 2* и *квадрат 3* на рис. 10.13). Квадрат *2*, описанный около окружности с центром $O_2$ , уже был построен ранее (см. рис. 10.11). Напомним, что квадратом *1* мы назвали нижнюю грань абаки.

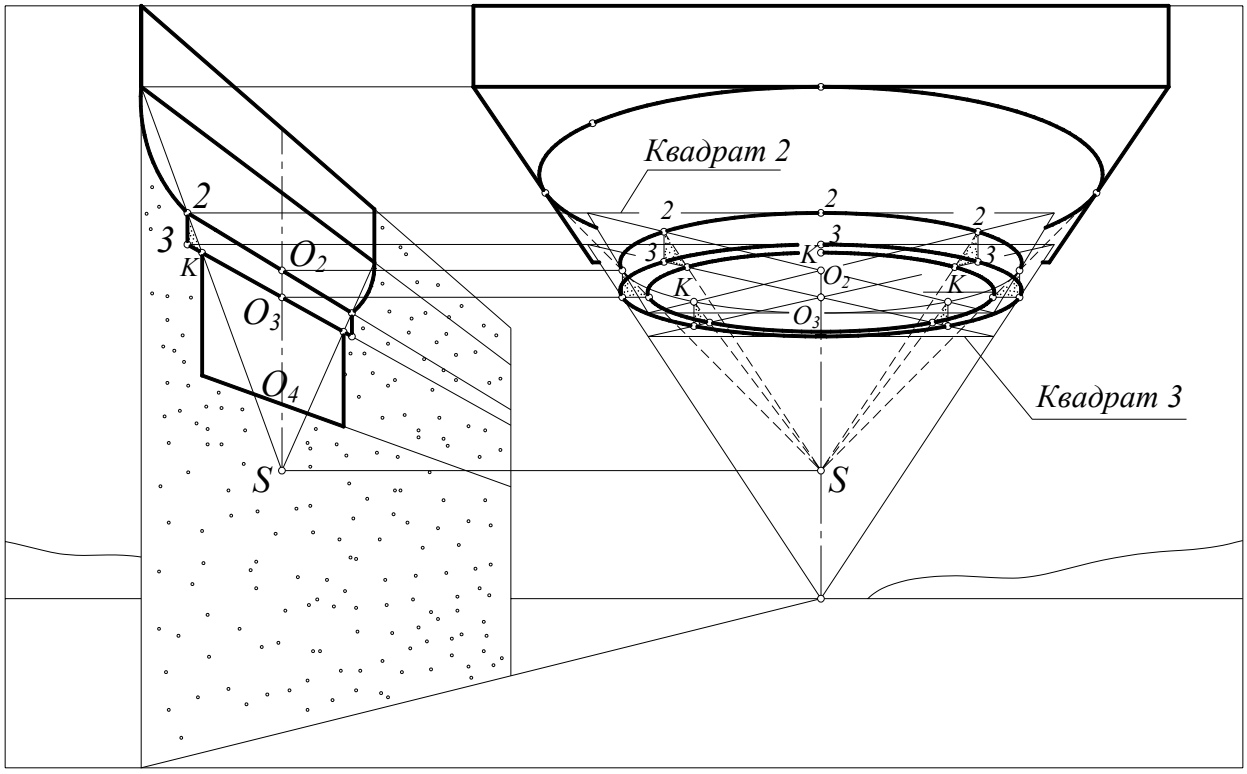



Рис. 10.13

Квадрат *3* начерчен в перспективе с помощью профильной проекции капители и ранее начерченного квадрата *2*.

Вписываем в квадрат *3* окружность с центром $O_3$ (по восьми точкам, обозначенным на чертеже цифрами *3*).

Следующее действие – построение верхнего среза ствола колонны с центром $O_3$ и радиусом $O_3K$ (см. профильную проекцию). Если поступать обычным образом, то для построения этой окружности надо начертить вспомогательный квадрат в плоскости квадрата *3*.

Но если мы заметим, что точки *K*, согласно заданию, находятся на вспомогательном конусе, то сумеем немного упростить построения. Действительно, любую из ранее построенных точек *2* (в плоскости квадрата *2*) можно по образующим конуса “перенести” в плоскость квадрата *3*.

Например, надо перенести диагональную точку *2*. Проведем через нее образующую конуса *2-S* (пунктир на рис. 10.13), которая пересечет диагональ квадрата *3* в искомой точке *K*.

Для наглядности на рис. 10.13 (а также в примере из задачника Короева) выделены характерные прямоугольные треугольники *23K* (заштрихованы). Эти треугольники возникают в сечении капители плоскостями, проходящими через ее вертикальную ось.

Таких треугольников – восемь: четыре в диагональных плоскостях, два в фронтальной плоскости симметрии капители. Еще два треугольника на перспективном чертеже выродились в вертикальные отрезки (в секущей плоскости, перпендикулярной к картине).

Построение треугольников следует рекомендовать как для повышения точности, так и для упрощения последующей проверки всего задания “Капитель”.

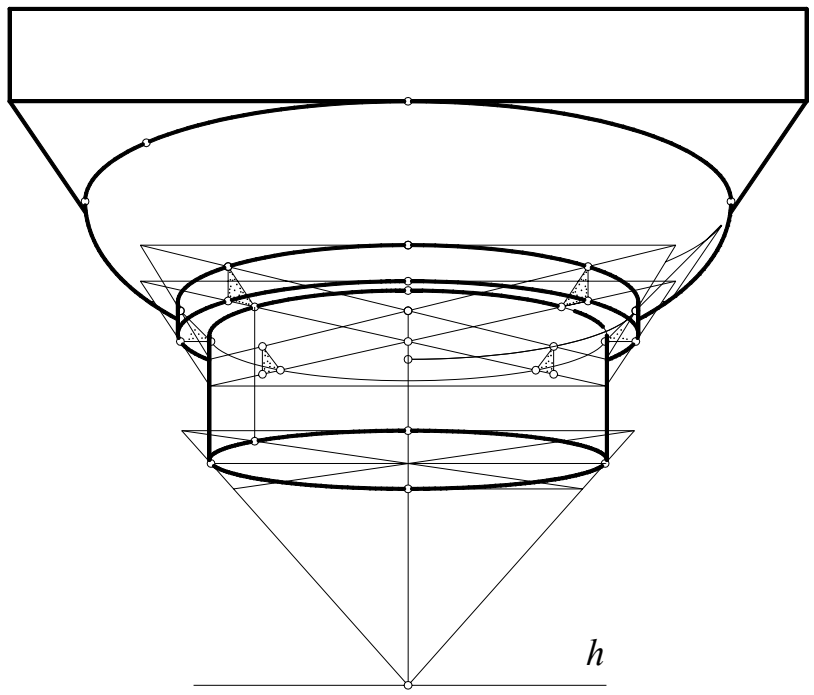



Рис. 10.14

В заключение строим перспективу нижнего среза колонны. Вертикальные очерковые образующие колонны касаются построенных эллипсов (рис. 10.14).

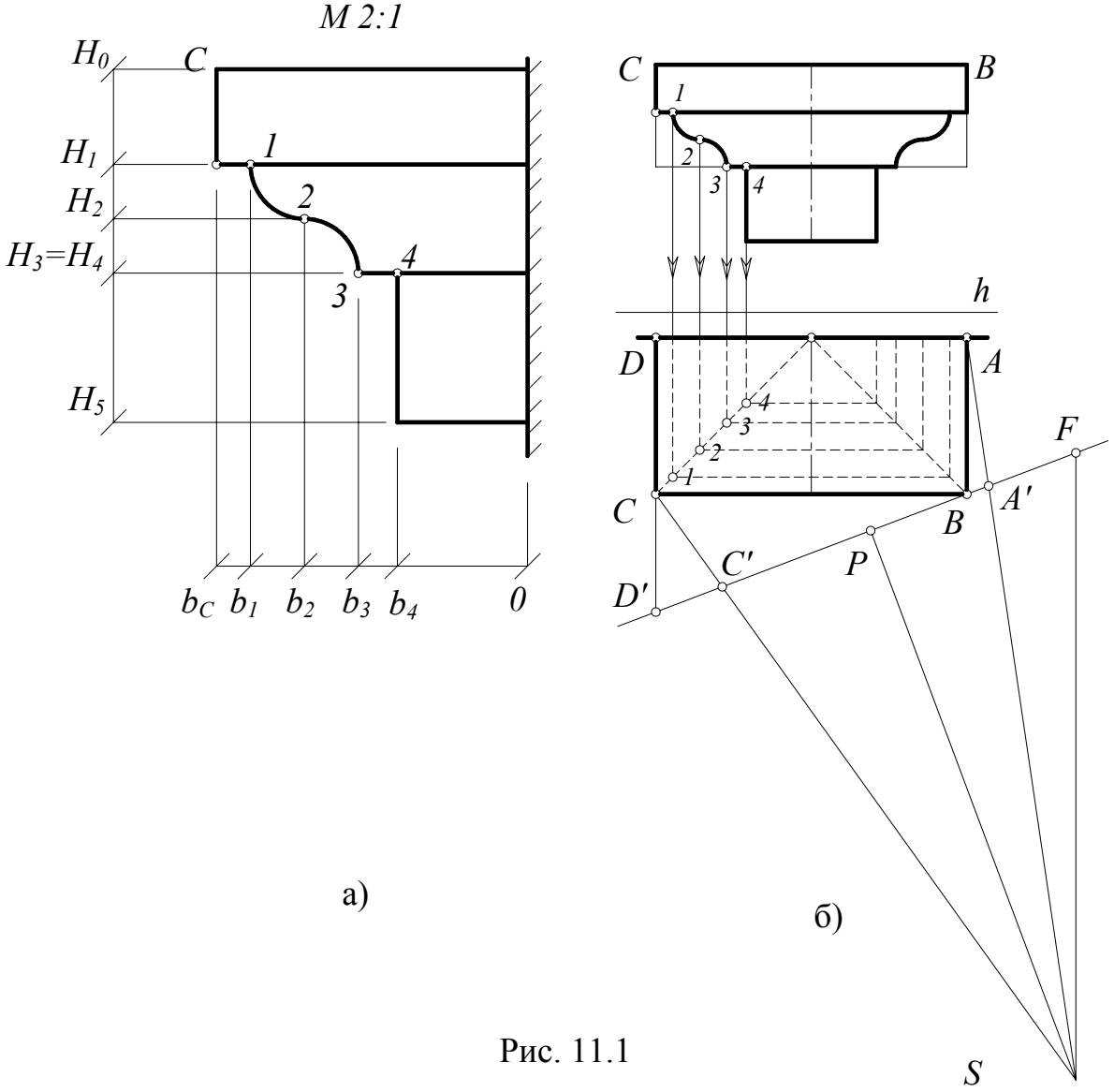
Вспомогательные построения стирать не следует. Они должны быть начерчены тонкими линиями, остро отточенным твердым карандашом. На чертеже должны быть видны три вспомогательных квадрата с центрами $O_2$, $O_3$, $O_4$, находящиеся в проекционной связи с профильной проекцией капители на боковой стене. Еще один (четвертый) вспомогательный квадрат будет построен при разметке каннелюр (это построение мы выполнять не стали, чтобы не затруднять чтение чертежей).

# Лекция 11

## ПЕРСПЕКТИВА АРХИТЕКТУРНОЙ ДЕТАЛИ (КАРНИЗА)

Основной прием построения перспективы сложного архитектурного объекта заключается в построении объемлющей формы с последующим членением ее на части способами пропорционального деления отрезков в перспективе.

Карниз (рис. 11.1) составлен из двух основных объемов: пилон (часть колонны, примыкающая к стене) и карнизная часть сложной формы (переход от пилона к потолку).




а) б)

Рис. 11.1

## 11.1. Выбор основных элементов перспективы и разметка осей

Самостоятельно выбираем положение картинной плоскости и точку зрения *S* (рис 11.1, *б*). Высота линии горизонта задана. Масштаб картины рекомендуется принять два к одному. Профиль карниза показан в увеличенном масштабе на рис. 11.1, *а*. Все характерные точки профиля *1,2,3,4* находятся в двух диагональных плоскостях, наклоненных к фасадной стене под углом *45°*.

На рис. 11.1, *б* показан ортогональный чертеж (план и фасад) карниза в малом масштабе. С этого чертежа переносим на картину ***только шесть точек***: главная точка *P* и фокус *F* попадают на линию горизонта, остальные четыре точки (*A',C',D',B*) отмечаем на основании картины. За предметную плоскость можно принять плоскость “потолка” (уровень $H_0$ на профиле карниза, см. рис. 11.1, *а*). В этом случае основанием картины будет линия пересечения потолка с картинной плоскостью, поднятая над линией горизонта *h* на заданную высоту.

Еще раз отметим, что с мелкого ортогонального чертежа мы берем только минимально необходимую информацию. В рассматриваемом примере это положение точек *A,B,C* относительно картинной плоскости. ***Перенеся точки A,B,C на картину, мы более ни разу не обратимся к ортогональному чертежу, данному на рис. 11.1, б.*** Все сведения о пропорциях карниза будем снимать с его профиля, показанного на рис. 11.1, *а*.

Итак, переносим точки *A,B,C* на картину (с помощью радиальных прямых и лучей, идущих в точку схода *F*). Поделив пополам в перспективе фронтальную сторону *BC* карниза, получаем горизонтальную ось *OF* потолочного плана карниза. Точку *D* плана ни в коем случае не снимаем с ортогонального чертежа, а находим с помощью диагоналей.

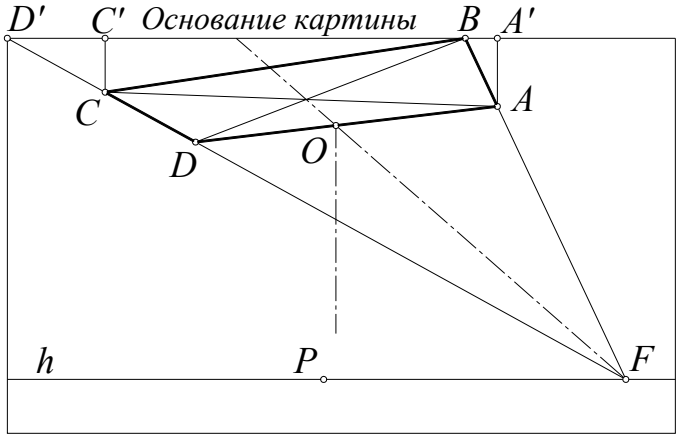



Рис. 11.2

В результате получаем простую, но очень важную для дальнейшего разметку, показанную на рис. 11.2. Построен потолочный прямоугольник карниза *ABCD* и зафиксированы горизонтальная и вертикальная оси симметрии карниза, пересекающиеся в точке *O*. ***Эти несложные построения (см. рис. 11.2) должны быть выполнены предельно точно.***

## 11.2. Построение ”потолочного” плана карниза

Следующее построение, показанное на рис. 11.3, позволяет нам избежать разметки профиля карниза с помощью способа “*перспективного соответствия отрезков”*, рекомендованного в учебнике Короева. Этот не слишком точный способ, предполагающий перенесение ряда точек с чертежа на полоску бумаги, а потом обратно на чертеж, был описан в восьмой лекции (рис. 8.12). Применять его – не рекомендуется.

Мы знаем, что построение перспективы способом архитектора начинается с построения перспективы плана. В соответствии с этим способом надо построить полноценный план всех профилей карниза, пользуясь простым и точным “*способом выноса*”, а не манипулировать полосками бумаги.

Поэтому на рис. 11.3 фронтальное ребро *BC* карниза “выносим” на ос-

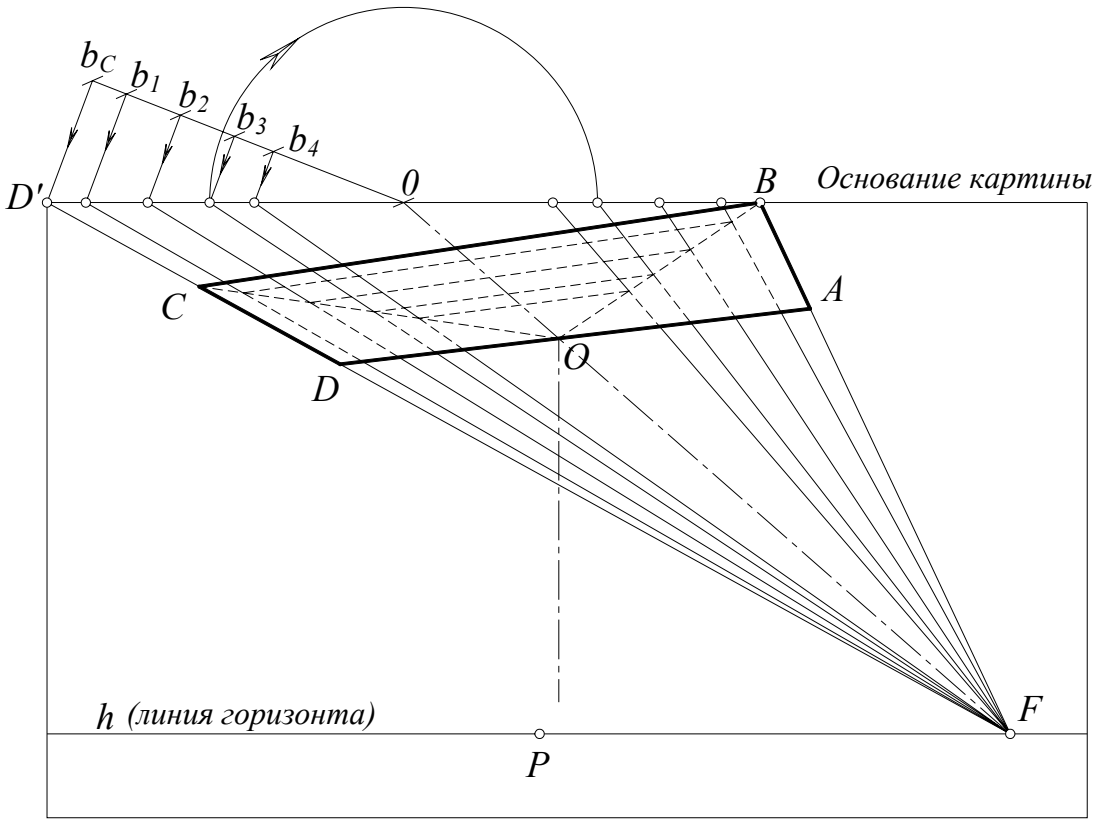



Рис. 11.3

нование картины (из точки *F*) и делим на части, пропорциональные отрезкам $b_C$ ,$b_1$ ,$b_2$ ,$b_3$ ,$b_4$ , снятым с профиля карниза. Получаем план сечений карниза по трем уровням $H_1$ , $H_2$ , $H_3$=$H_4$ (пунктирные прямоугольники на рис. 11.3). Характерные точки *1,2,3,4* профиля карниза попадают на биссекторные полудиагонали *OC* и *OB*.

### 11.3. Вертикальное членение карниза

Начертив план карниза в горизонтальной предметной плоскости (в плоскости “потолка”), переходим к членению карниза по вертикали. При этом нам совершенно не понадобятся “полоски бумаги”, рекомендованные в учебнике Короева.

Ребро карниза *B* находится в картинной плоскости, поэтому вертикальные отметки $H_0$ ,...$H_5$ переносим на это ребро непосредственно с заданного на рис. 11.1 профиля карниза.

Вертикальное ребро *C* “выносим” на картину из фокуса *F*, размечаем вынесенное ребро отметками $H_0$ ,...$H_5$ и возвращаем полученные засечки на перспективу ребра *C*.

В результате карниз оказался разделен на слои, показанные пунктиром на рис. 11.4. Точка схода $F_b$ биссекторных полудиагоналей – проверочная. Если разметка карниза выполнена точно, то полудиагонали всех слоев сойдутся в одной точке $F_b$ на линии горизонта.

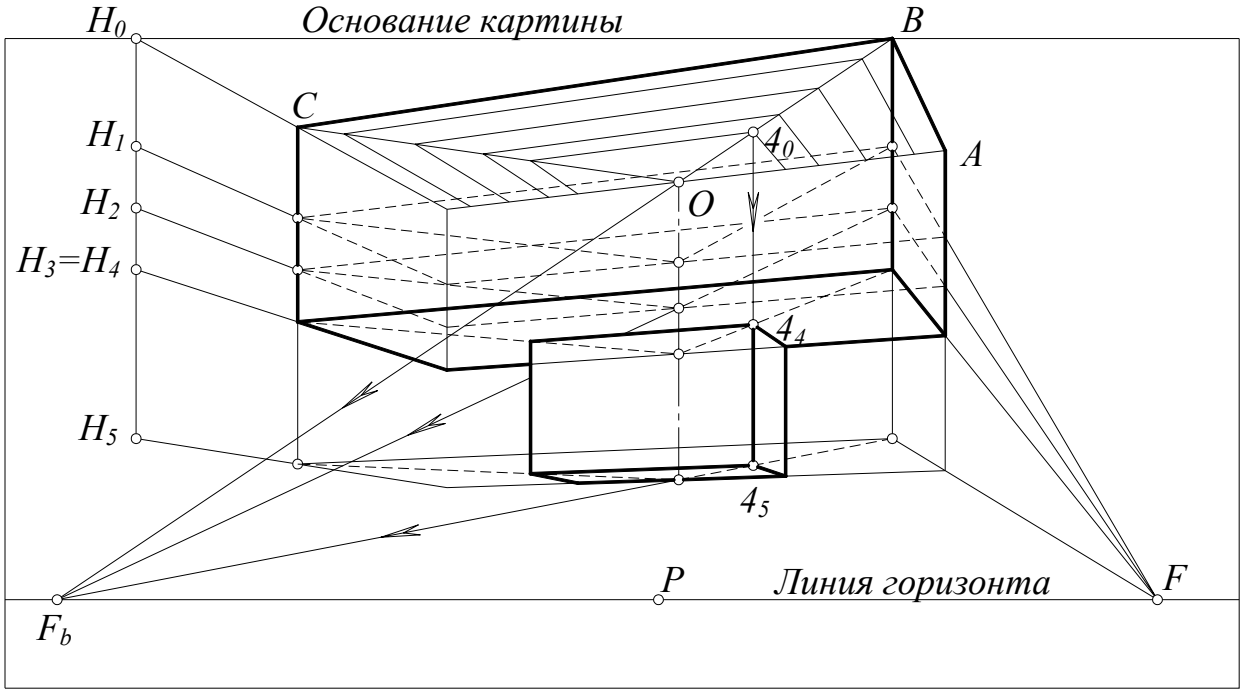



Рис. 11.4

На рис. 11.4 показано, как построено в перспктиве ребро пилона $4_4$-$4_5$. Пилон начинается на уровне $H_3=H_4$ , поэтому точку $4_0$ с потолочного плана опускаем на полудиагональ слоя $H_3=H_4$. Получаем начальную точку ребра $4_4$. Опуская точку $4_0$ на самый нижний уровень $H_5$ , получаем конечную точку ребра $4_5$.

## 11.4. Перспектива угловых профилей карниза

Потолочный план совместно с членением карниза на слои позволяет построить в перспективе характерные точки профиля карниза. Два профиля карниза располагаются в биссекторных плоскостях, один профиль – на примыкающей стене (еще один профиль – невидимый).

На рис. 11.5 показано построение точек *1,2,3* углового профиля. Точка *1* профиля карниза должна находиться на уровне $H_1$ (см. рис. 11.1,*а*), поэтому точку $1_0$ отправляем по вертикальной линии связи с потолочного плана на ранее построенную диагональ уровня $H_1$. Точка $2_0$ опускается на диагональ уровня $H_2$ , точка $3_0$ – на диагональ уровня $H_3=H_4$.

Построенные характерные точки профиля соединяем плавной кривой,

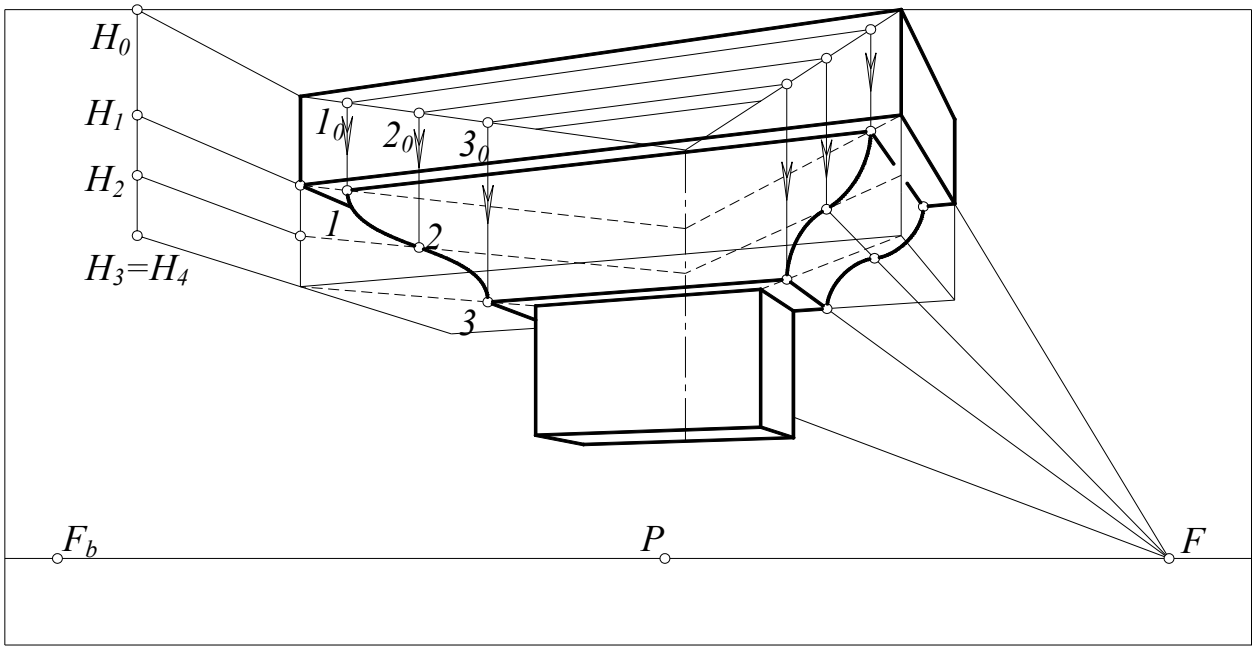



Рис. 11.5

которая в точках *1* и *3* должна иметь вертикальные касательные. В точке *2* профиль карниза касается горизонтальной полудиагонали уровня $H_2$.

Проверка построения: правые полудиагонали всех слоев сходятся в точке $F_b$ на линии горизонта, все характерные точки угловых профилей попадают на полудиагонали, боковые ребра карниза – сходятся в фокусе *F*.

Таким образом, построение карниза в перспективе выполняется в несколько действий – чертим план, разбиваем карниз на “слои”, в каждом слое проводим полудиагонали, затем с плана опускаем характерные точки профиля на полудиагонали.

## 11.5. Построение теней карниза

Направление солнечных лучей выбираем сверху вниз и слева направо. Солнце находится за спиной наблюдателя. Световой луч – нисходящий, точка схода *S* световых лучей– ниже линии горизонта (рис. 11.6).

На рис. 11.6 показана разметка, необходимая для построения теней на карнизе и а фасадной стене. Кроме характерных уровней карниза $H_0$ ,…$H_5$ нам потребуется построить какое-либо сечение карниза вертикальной лучевой плоскостью (пунктирная линия на рис. 11.6).

Тень, падающая от любой точки карниза на фасадную стену, строится по алгоритму решения первой позиционной задачи (см. седьмую лекцию, рис. 7.9). Например, для построения тени от точки *B* карниза мы проводим

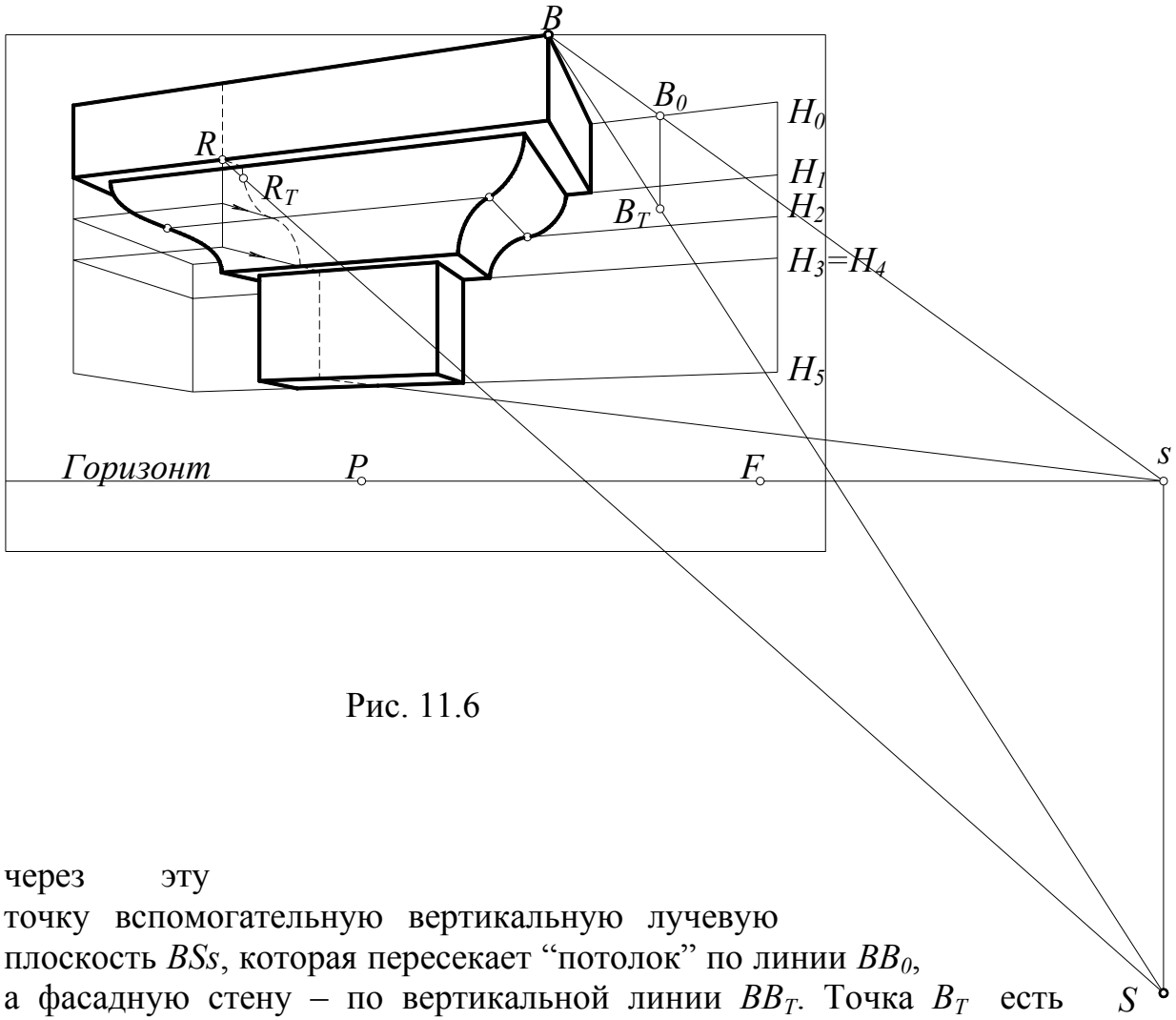



Рис. 11.6

через эту точку вспомогательную вертикальную лучевую плоскость *BSs*, которая пересекает “потолок” по линии $BB_0$, а фасадную стену – по вертикальной линии $BB_T$. Точка $B_T$ есть искомая тень от точки *B* на фасадной стене.

Тень, падающая от отдельных фрагментов карниза на его поверхность, также строится в полном соответствии со схемой решения первой позиционной задачи. Так, например, чтобы найти тень $R_T$ от точки *R*, надо через эту точку провести световой луч *RS* до встречи с ранее построенной линией лучевого сечения (пунктирная линия на рис. 11.6).

Окончательно выполненное задание представлено на рис. 11.7, где для наглядности удалены все многочисленные промежуточные построения. ***Внимание! Удалять вспомогательные построения не следует!*** На готовом перспективном чертеже должна по возможности сохраняться разметка, связанная с построением перспектив основных объемов и последующим их членением.

Тень на фасадную стену отбрасывают не все тенеобразующие кромки карниза. Так, например, участок *1-2* нижнего ребра плиты отдает тень на стену, а тень от остальной части ребра попадает на фасонную часть карниза. Подобное построение мы уже делали, но не в перспективе, а на ортогональном чертеже (см. четвертую лекцию, параграф “Тень карниза”).

Таким образом, при выполнении и проверке задания следим, чтобы на чертеже выполнялось основное правило: ***падающая тень – это тень от границы собственной тени.***

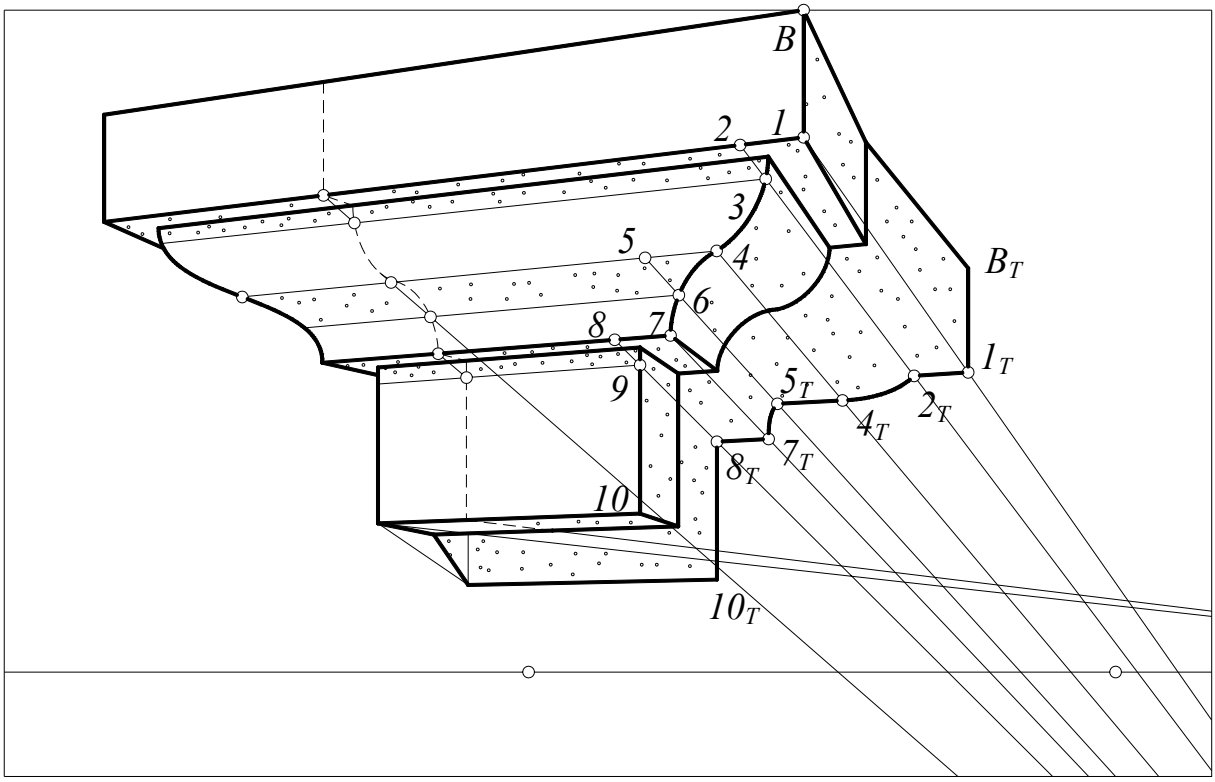



Рис. 11.7

# Лекция 12

## СПОСОБ ПЕРСПЕКТИВНОЙ СЕТКИ

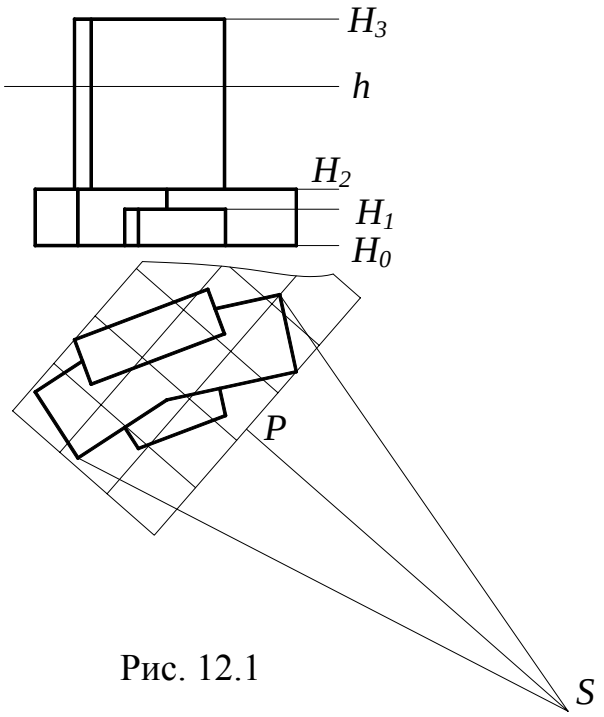



Рис. 12.1

Способ перспективной сетки применяют при построении перспектив архитектурных объектов со сложным планом, на котором отсутствуют характерные направления.

В этом случае на ортогональный план объекта наносят квадратную сетку с ячейками произвольного размера, затем вычерчивают эту сетку в перспективе.

На перспективной сетке отмечают угловые точки плана объекта. Если точка попала в угол ячейки, то она легко переносится на перспективу. Точка плана, занимающая случайное положение внутри ячейки, переносится на перспективу приблизительно.

Предварительная разметка, как обычно, состоит в выборе положения

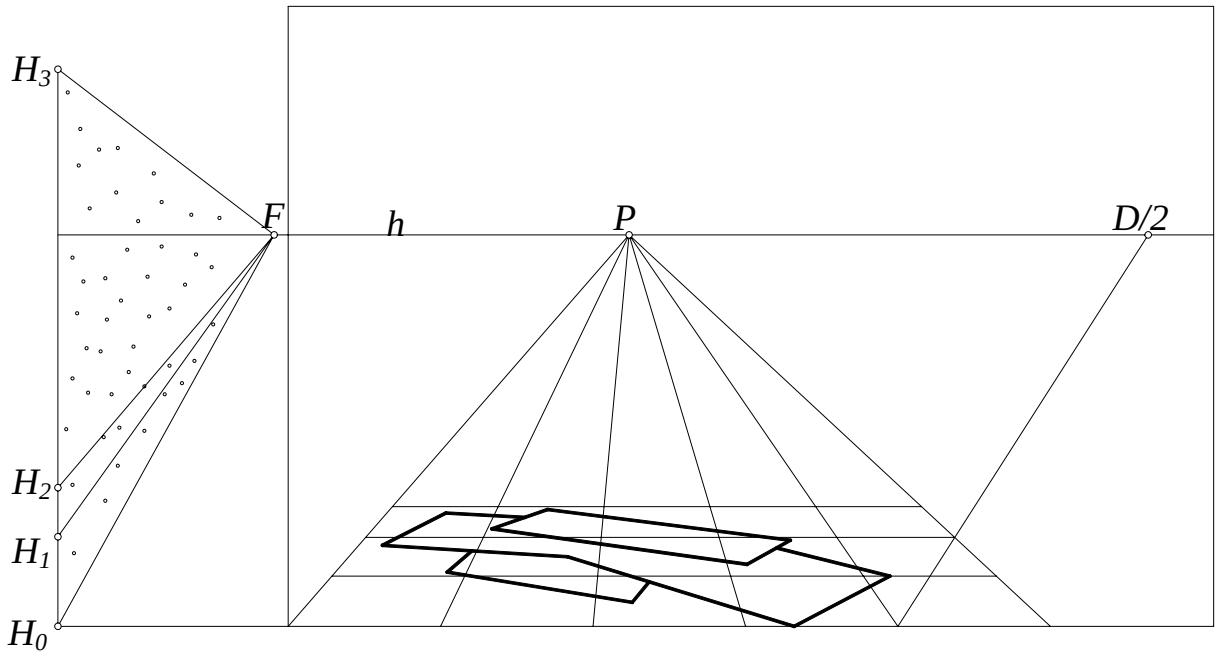



Рис. 12.2

картинной плоскости, точки зрения $S$ и высоты $h$ линии горизонта. Затем расчерчиваем ортогональный план на фронтальные квадраты (рис. 12.1).

Следующий шаг – разметка картины. В соответствии с выбранным масштабом указываем основание картины (уровень $H_0$) и линию горизонта $h$. Перспективную сетку строим с помощью дробной дистанционной точки. На перспективную сетку переносим план объекта (рис. 12.2).

Обязательно чертим вспомогательную боковую стену $H_0H_3F$ с нанесенными на ней характерными высотными отметками $H_1$ ,$H_2$ ,$H_3$ здания, снятыми с ортогонального чертежа.

Предварительная разметка закончена. Приступаем к формированию объемов. Данный объект состоит из трех основных объемов: входная группа (уровень $H_1$), стилобат (уровень $H_2$) и башня (уровень $H_3$).

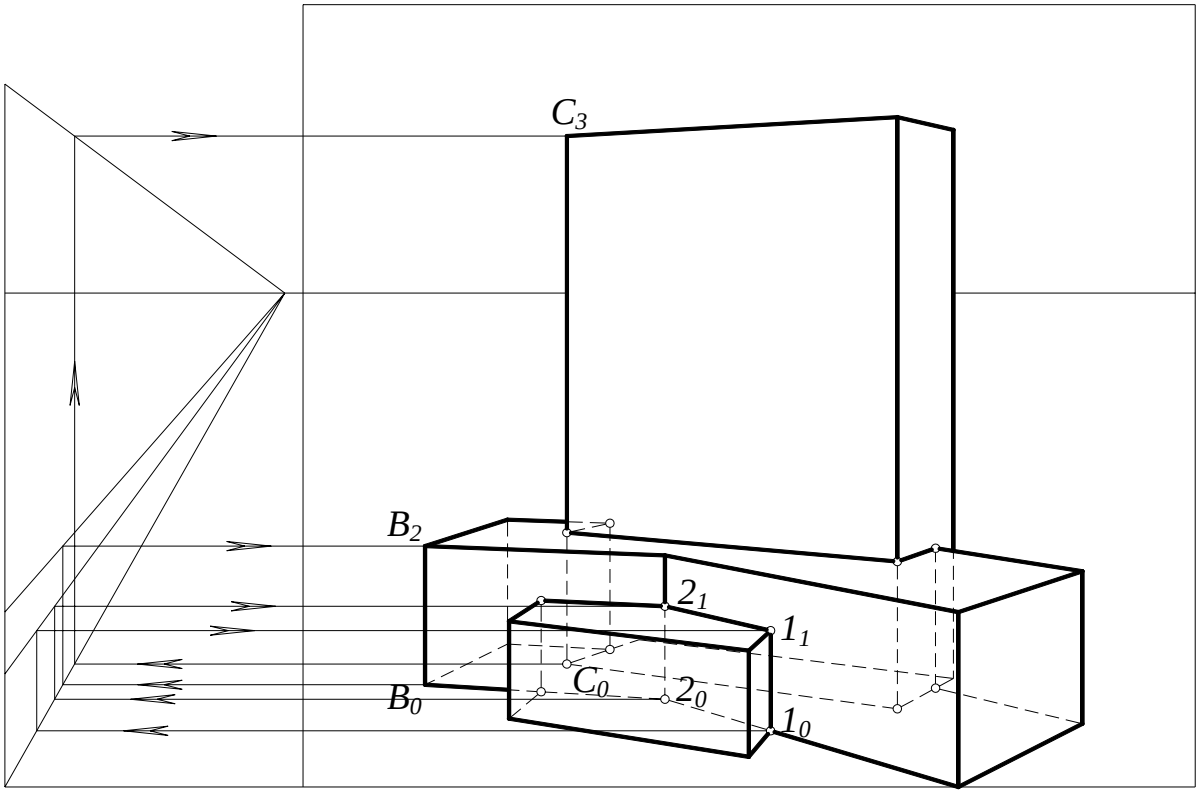



Рис. 12.3

Любую точку плана поднимаем на заданную высоту с помощью боковой стены. Например, чтобы построить ребро $B_0B_2$ стилобата, из точки $B_0$ плана проводим горизонтальную линию связи до основания боковой стены, затем поднимаемся на уровень $H_2$ и возвращаемся на картину в искомую точку $B_2$ (рис. 12.3).

Точно так же построено ребро $C_0C_3$: из основания ребра $C_0$ уходим на боковую стену, поднимаемся на уровень $H_3$ и возвращаемся на картину (на рис. 12.3 путь построения отмечен стрелками).

***Линии пересечения объемов находим по той же схеме, с активным использованием боковой стены***. Так, например, на рис. 12.3 показано построение линии $1_1 2_1$ пересечения козырька входной группы с фронтальной стеной стилобата.

Проверка точности построения усложняется отсутствием в пределах картины доступных точек схода. Тем не менее, на плане объекта есть группы параллельных прямых. Поэтому возможна приблизительная, "глазомерная" проверка, позволяющая заметить явные неточности построений.

В заключение выполняем построение собственных и падающих теней

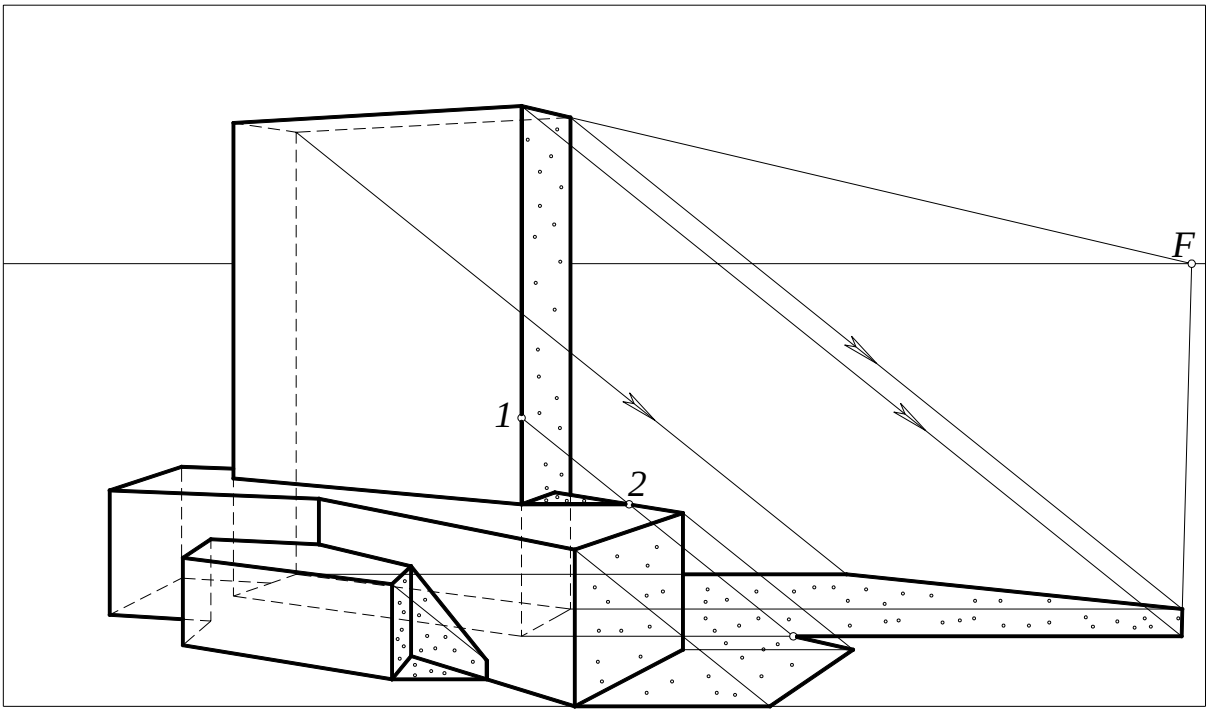



Рис. 12.4

объекта, произвольно выбирая направление освещения. На рис. 12.4 объект освещен лучами, параллельными картинной плоскости.

Проверка правильности построения теней производится по характерным точкам. Например, точки *1* и *2* лежат на одном световом луче. Если тени на земле построены неверно, то эти точки дадут "подсказку" (способ обратного луча).

Еще одна проверка связана с параллельными прямыми. Так, тень на предметной плоскости от горизонтального ребра параллельна самому ребру, поэтому ребро и тень от него должны сходиться в одной точке на линии горизонта (точка *F* на рис.12.4).

# Лекция 13

## ОТРАЖЕНИЯ В ПЕРСПЕКТИВЕ

Данная точка и ее отражение симметричны относительно плоскости зеркала.

Поэтому, ***чтобы построить отражение произвольной точки A пространства в любом, произвольно расположенном плоском зеркале Σ, надо из заданной точки A опустить перпендикуляр к плоскости зеркала Σ и продолжить его на равное расстояние за зеркало.***

Мы пока не умеем строить перпендикуляр к плоскости общего положения (см. пятнадцатую лекцию), поэтому ограничимся построением отражений в зеркалах, размещенных особым образом, а именно:

- зеркало размещено фронтально (параллельно картине),
- вертикальное зеркало размещено перпендикулярно картине (зеркальная боковая стена),
- зеркало размещено горизонтально (зеркальный пол или поверхность водоема).

### 13.1. Фронтальное зеркало

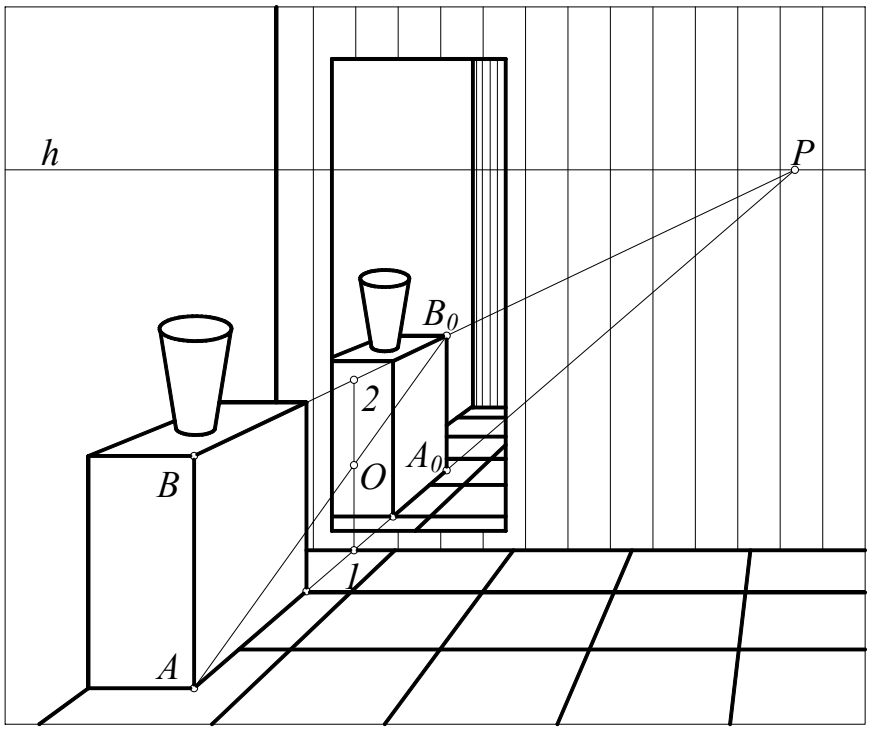



Рис. 13.1

На рис. 13.1 показан фрагмент интерьера с зеркалом на фронтальной стене. Дана линия горизонта с главной точкой картины *P*.

Чтобы построить отражение ребра *AB* тумбочки, чертим перпендикуляры из точек *A* и *B* к плоскости зеркала. Разумеется, эти перпендикуляры сходятся в главной точке *P* (*почему?*). Находим точки пересечения *1* и *2* перпендикуляров с плоскостью зеркала.

Осталось удвоить отрезки *A-1* и *B-2*, продлив их “в зазеркалье”. На рисунке это сделано с помощью ***способа диагоналей*** (см. восьмую лекцию, рис. 8.7,*б*). Начерчен вертикальный прямоугольник $ABB_0A_0$ с диагональю, проходящей через середину *O* отрезка *1-2*.

### 13.2. Зеркальная боковая стена

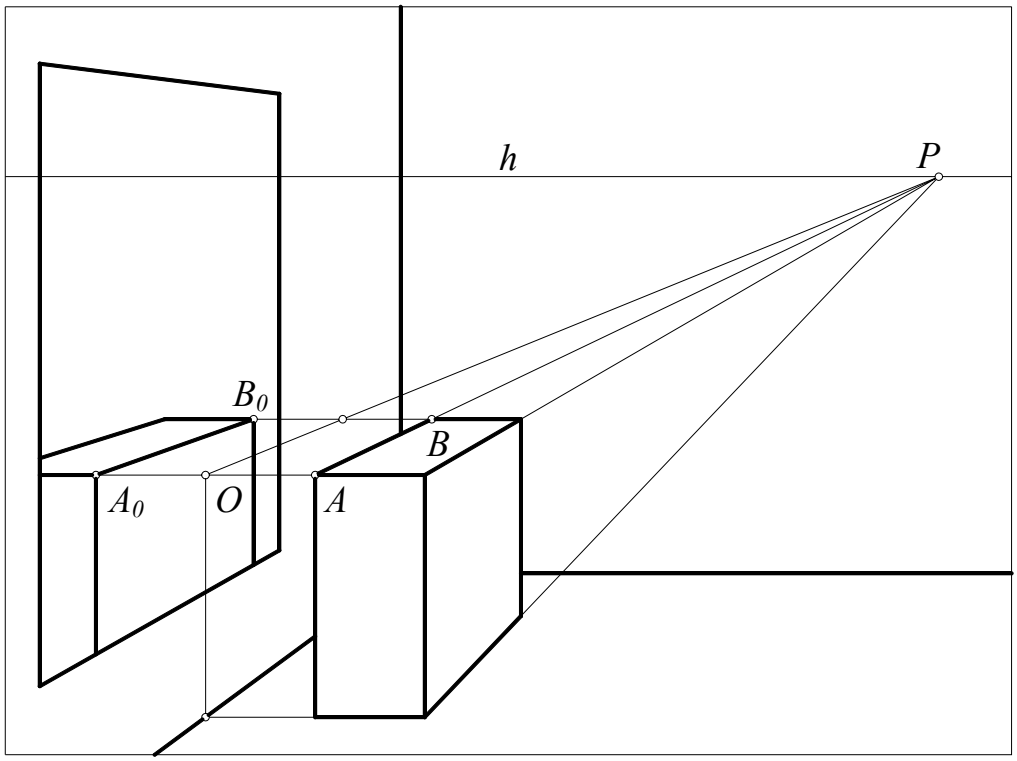



Рис. 13.2

На рис. 13.2 показан тот же самый фрагмент интерьера, что и на предыдущем рисунке. Но тумбочка отодвинута от боковой стены, а зеркало переместилось с фасада на боковую стену.

Следуя универсальному правилу (выделенному курсивом в самом начале лекции), для построения отражения любой точки надо: опустить из этой точки перпендикуляр на плоскость зеркала и удвоить его. Например, отражение $A_0$ точки *A* (рис. 13.2) найдено удвоением отрезка *AO*, где точка *O* – основание перпендикуляра к плоскости зеркала. Для поиска точки *O* использован план интерьера (линия пересечения пола и боковой стены, на которой укреплено зеркало).

В дальнейших построениях используется главная точка картины $P$, которая одновременно является проверочной точкой, позволяющей оценить точность построенных отражений.

### 13.3. Зеркальный пол

Чтобы найти отражение произвольной точки, опускаем из этой точки перпендикуляр до пересечения с зеркалом и удваиваем полученный отрезок (смотри универсальное правило в начале лекции).

На картине (рис. 3.13) схематично изображена набережная. Требуется

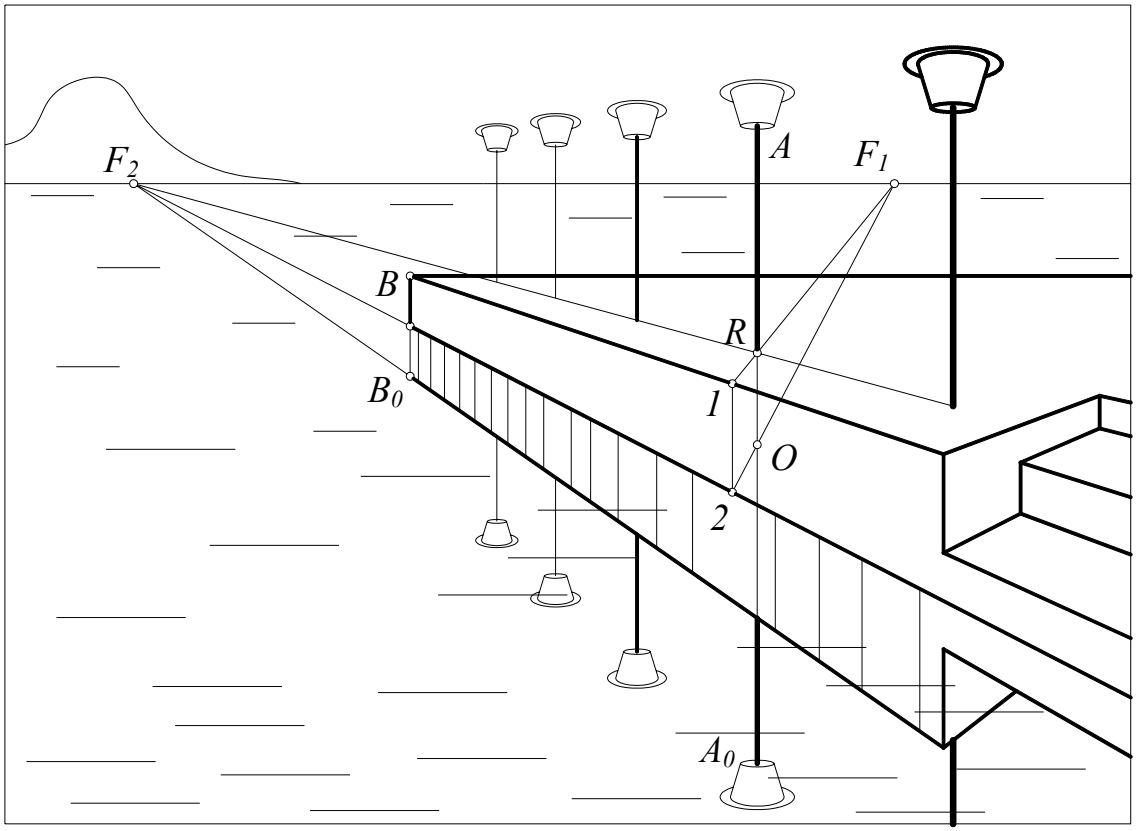



Рис. 13.3

построить ее отражение.

Дальний угол набережной непосредственно соприкасается с водой, поэтому построение отражения $B_0$ не вызывает затруднений.

Фонари удалены от края набережной, поэтому нам придется условно продлить фонарный столб и найти мнимую точку его пересечения с зеркалом воды. Для поиска этой точки используем вспомогательную секущую плоскость $F_1 12$, проходящую через фонарный столб. В точке $O$ фонарный столб $AR$ пересекается с поверхностью воды. Откладывая отрезок $AO$ вниз (“под воду”), получаем отражение $A_0$ точки $A$.

Заметим, что вспомогательное построение, выполненное на рис. 13.3, не представляет ничего нового. Это хорошо известная нам схема решения первой позиционной задачи.

Действительно, чтобы найти точку *O* пересечения прямой *AR* с плоскостью зеркала воды, надо:

1. Провести через эту прямую вспомогательную секущую плоскость (плоскость $F_1 12$).
2. Построить линию пересечения этой секущей плоскости с водным зеркалом (линия $2F_1$ на рис. 13.3).
3. Отметить точку пересечения данной прямой *AR* с построенной линией $2F_1$ (искомая точка *O*).

Если прямая параллельна зеркалу, то отражение прямой параллельно оригиналу. При этом прямая и ее отражение сходятся в одной точке. Например, на рис.13.3 в точке $F_2$ сходятся параллельные друг другу линия набережной и ее отражение в воде.

# Лекция 14

## ПЕРСПЕКТИВА ИНТЕРЬЕРА

Для построения перспективы задают план помещения и развертки стен (смотри задание на стр. 39 в рабочей тетради). На плане задают положение картинной плоскости и точку зрения (разумеется, одну из стен помещения при этом условно “убирают”).

Если картинная плоскость выбрана параллельно фронтальной стене, то получаем ***фронтальную перспективу*** интерьера. Для симметричных интерьеров точку зрения обычно смещают влево или вправо от оси симметрии, оставляя главную точку в пределах средней трети картины (рис. 14.1).

Если картинная плоскость расположена под некоторым углом к основным стенам, то получаем ***угловую перспективу***.

Обычно фронтальную перспективу выбирают, если надо показать интерьер всего помещения в целом, а угловую – для демонстрации какой-либо части интерьера.

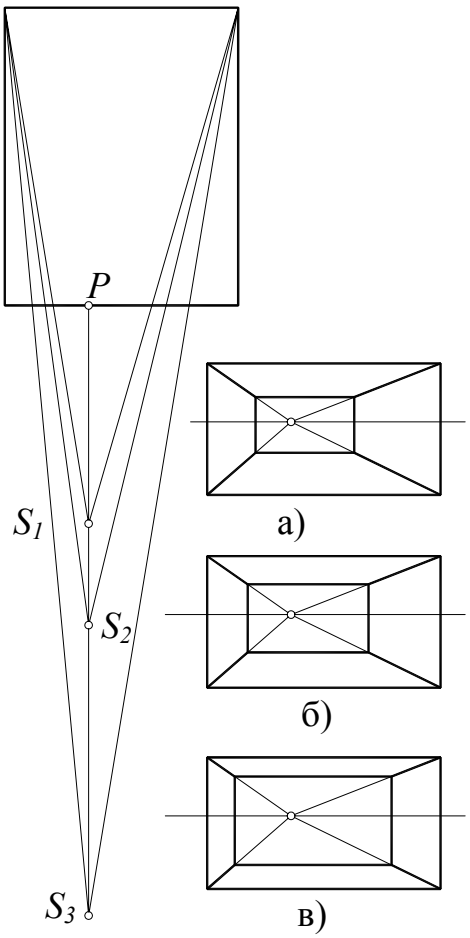



Рис. 14.1

При построении фронтальной перспективы существенное значение имеет выбор дистанционного расстояния. Выбрав малую дистанцию с широким углом зрения (точка зрения $S_1$ на рис. 14.1), получаем в перспективе неестественно “глубокое” помещение (рис. 14.1, *а*). Если дистанция очень велика (точка зрения $S_3$), то боковые стены комнаты оказываются плохо “раскрыты”, а перспектива в целом утрачивает объемность (рис. 14.1, *в*). Следует выбирать некоторую среднюю дистанцию, при которой достигается наиболее естественное впечатление от перспективы (рис.14.1, *б*, точка зрения $S_2$).

Построение перспективы интерьера способом архитекторов выполняется по обычному алгоритму: на ортогональном чертеже задаем картинную плоскость, точку зрения и высоту линии горизонта.

Затем с помощью особых прямых (радиальных прямых и прямых, перпендикулярных к картине) переносим характерные точки плана помещения на картину и получаем перспективу плана. Как обычно, широко используем

способы деления отрезков в перспективе на равные или пропорциональные части.

Фронтальная перспектива чертится с одной точкой схода (в качестве которой выступает главная точка картины). Угловая перспектива может вовсе не иметь доступных точек схода.

Рассмотрим ***построение перспективы интерьера ателье***. Исходные

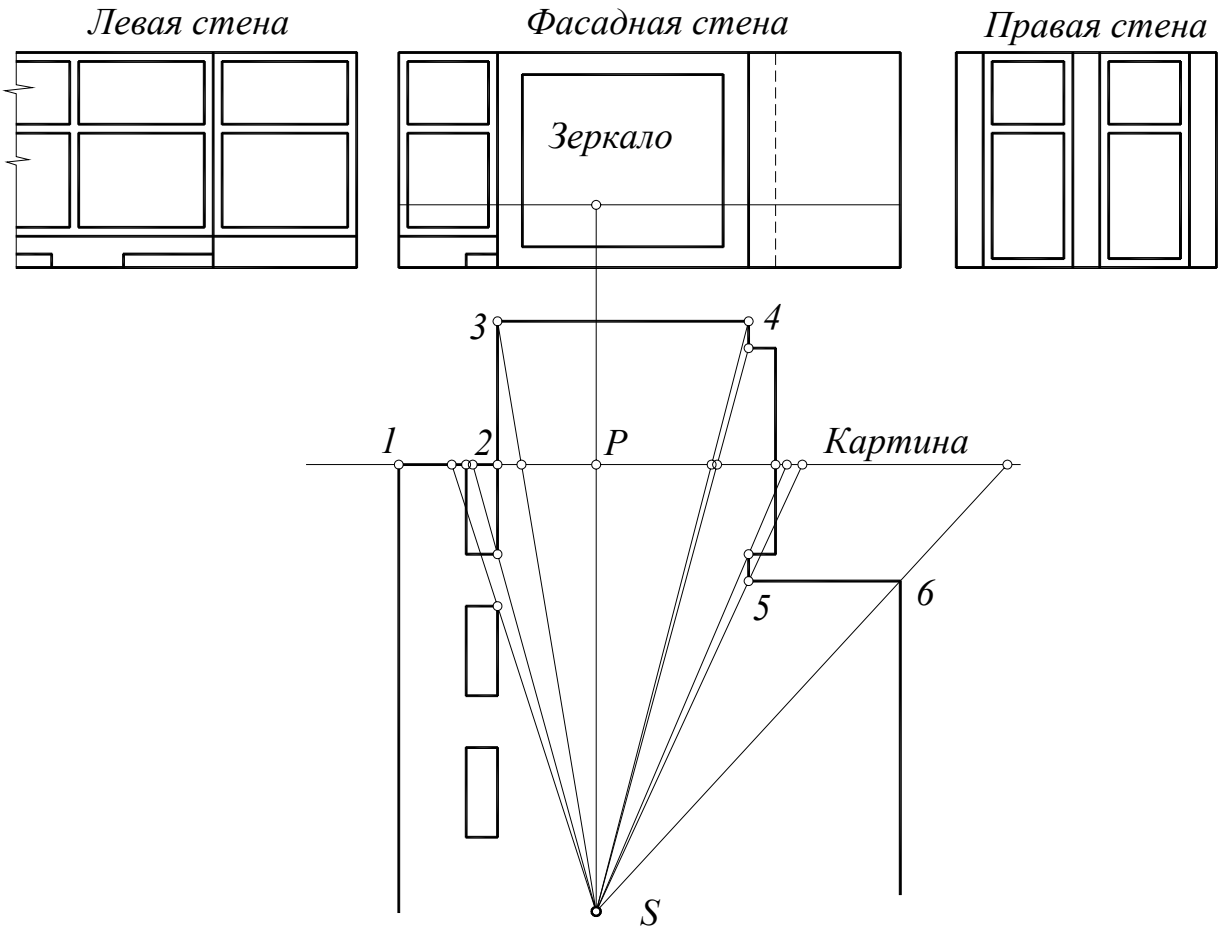



Рис. 14.2

данные – план и развертка стен (рис. 14.2). На правой стене – застекленный карман. Левая стена, вдоль которой стоят “диваны”, застеклена почти на всю высоту. На передней стене – зеркало.

Намечаем точку зрения *S*, картинную плоскость и линию горизонта *h*. Отмечаем характерные точки плана и радиальными прямыми переносим их на основание картины (точки *1…6* на рис. 14.2). Для построения остальных элементов плана (карманы, диваны, оконные рамы и пр.) можно использовать план, но рекомендуется достраивать эти элементы непосредственно на картинной плоскости, пользуясь приемами деления отрезков в перспективе.

На картине (рис. 14.3) не показаны все многочисленные вспомогательные построения. Они носят однотипный характер: либо это удвоение от-

резка способом диагоналей прямоугольника (используется при построении отражений), либо способ выноса на картину, позволяющий делить отрезки в заданном отношении.

В качестве примера на рис. 14.3 показано, как построено отражение точки *A* (способ диагоналей) и разметка “диванов”. Углы диванов “вынесены” из произвольной точки *F* на прямую *1…5*, параллельную основанию картины. Разумеется, точка *F* выбирается на линии горизонта. Разметку делают так, что отрезок *1-2* равен отрезку *3-4*, а зазоры между диванами *2-3* и *4-5* равны между собой.

В зеркальном отражении видна передняя, условно снятая стена помещения. В задании (см. план на рис. 14.2) глубина ателье не указана, поэтому отражение передней стены начерчено произвольно.

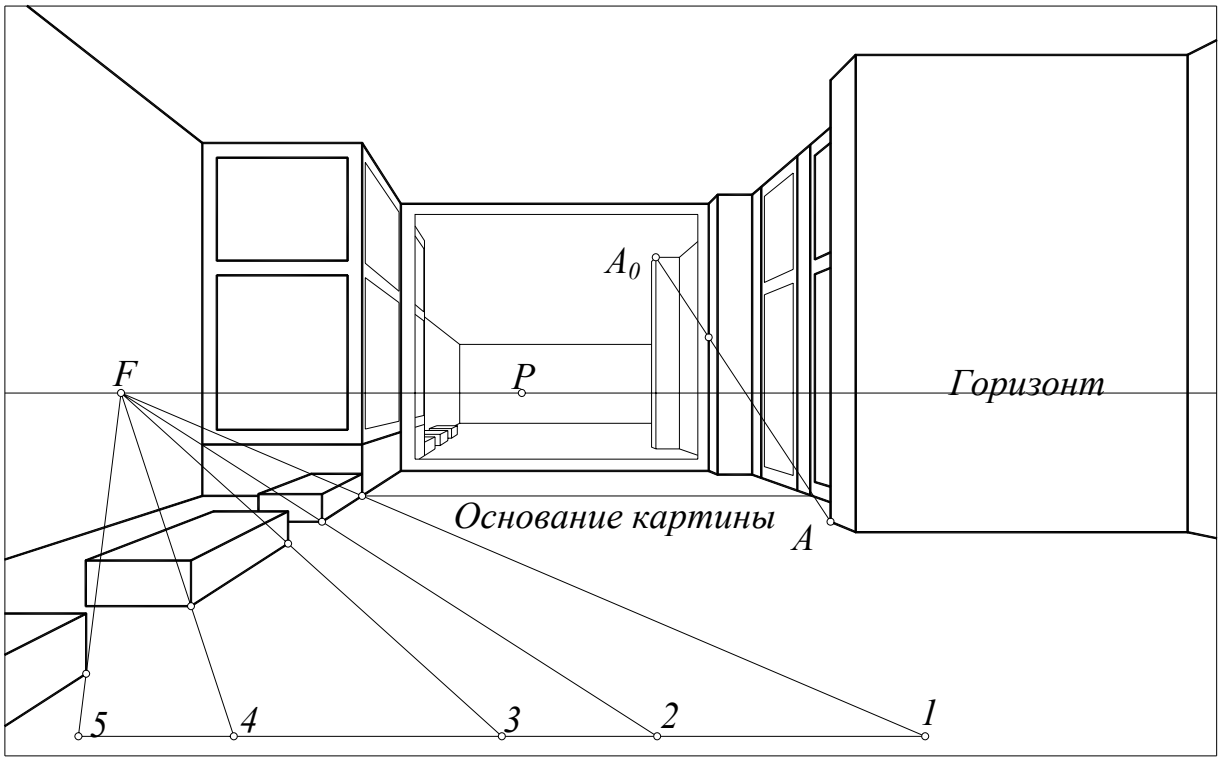



Рис. 14.3

Кадрировать начерченную перспективу можно в любой удобный формат. Надо следить лишь за тем, чтобы при обрезке не утратить существенные элементы перспективы интерьера.

Еще один учебный пример – ***перспектива интерьера промышленного помещения*** (рис. 14.4). Первый этаж разбит на боксы одинаковой ширины, второй этаж занимает система строительных балок технического назначения.

Боковые стены помещения на плане не обозначены, поэтому будем чертить перспективу не всего цеха, а только его части. Точка зрения и положение картинной плоскости указаны на плане, линия горизонта – на фасаде.

На плане обозначена фасадная стена. Вертикальные балки упираются в потолок, а горизонтальные связи и перекрытие первого этажа начинаются на фасадной стене.

При построении перспективы снимаем с плана лишь несколько характерных точек. Точки *1*, *3* и *4* полностью определяют положение и ширину стен боксов. Радиальная прямая, идущая в точку *2*, определяет “заглубление” фасадной стены. Точки *3*, *5* и *6* фиксируют толщину стены и размер боксов. Этих точек вполне достаточно для построения плана в перспективе.

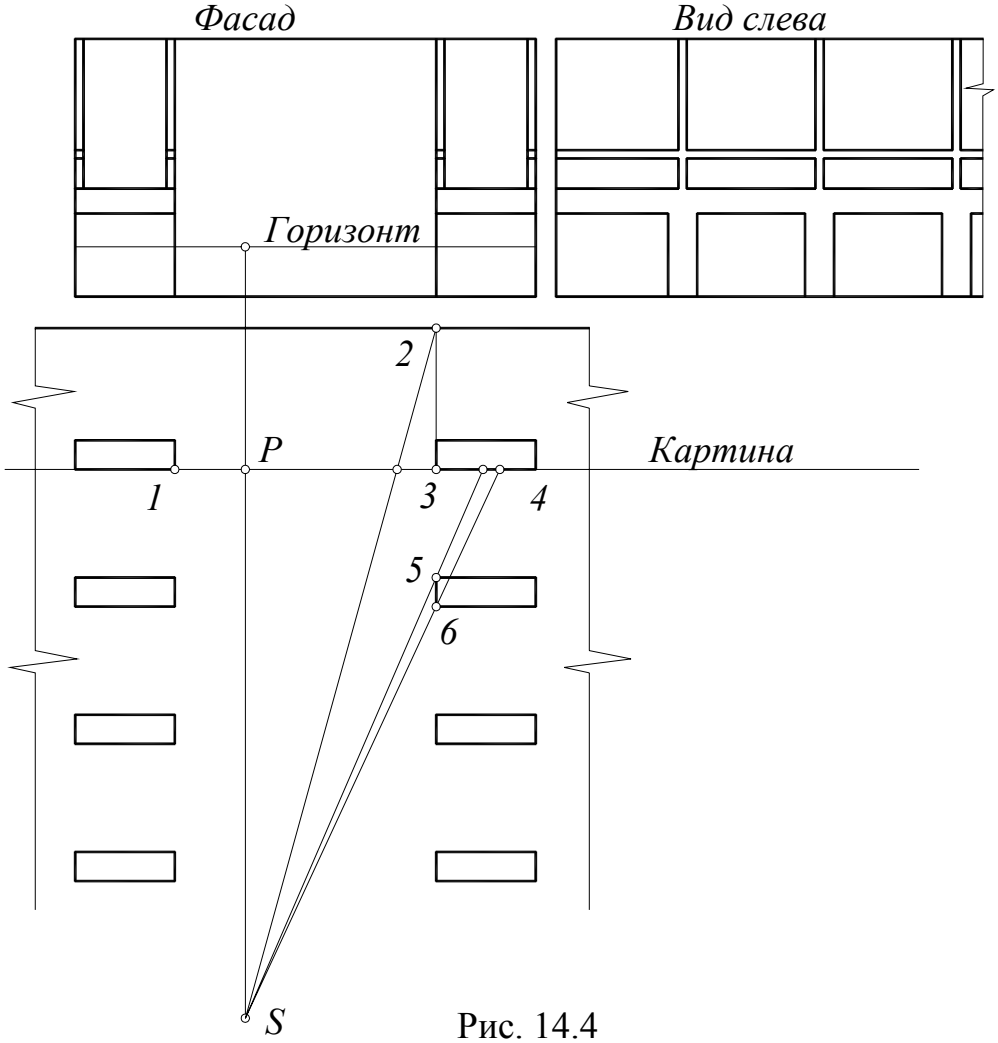



Рис. 14.4

Все членения, расстановку балок, копирование боксов выполняем непосредственно в перспективе, пользуясь известными способами удвоения отрезков и делением отрезков в заданном пропорциональном отношении.

Построенная перспектива показана на рис. 14.5. Вспомогательные построения не показаны. Дана главная точка и начерчено несколько проверочных линий, связывающих пол и потолок. Ширина цеха не задана, поэтому линия потолочного плинтуса ничем не ограничена ни слева, ни справа.

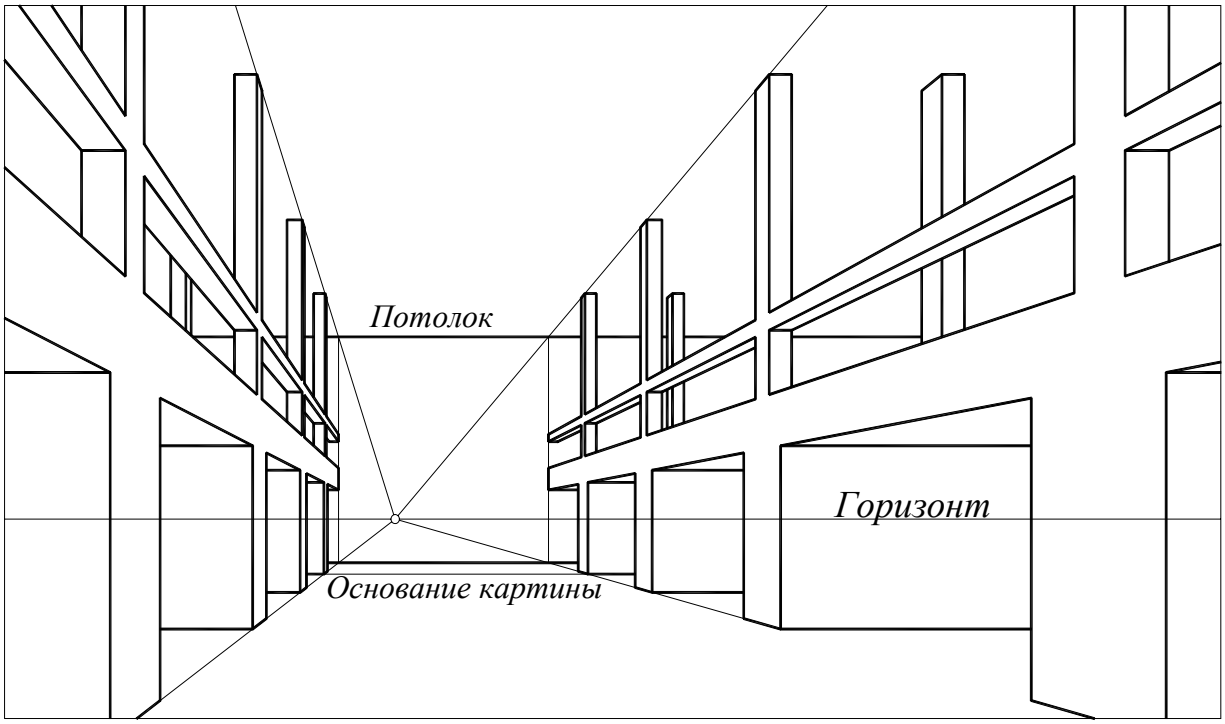



Рис. 14.5

Еще одна проверка – боксы размещены строго напротив друг друга (*как это проверить на построенной перспективе?*).

# Лекция 15

## МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ В ПЕРСПЕКТИВЕ. РЕКОНСТРУЦИЯ ПЕРСПЕКТИВЫ

Метрическими задачами, в отличие от позиционных, называют задачи, связанные с измерением фигур (или членением их в заданном отношении).

Например, построение линии пересечения поверхностей – позиционная задача. Построение теней – позиционная задача. В этих задачах определяют взаимное положение фигур, ничего при этом не измеряя.

Определение длины отрезка, заданного в перспективе – метрическая задача. Построение прямоугольника, квадрата, окружности (или любой фигуры по ее размерам) – метрическая задача.

Мы уже умеем решать подобные задачи. Действительно, в восьмой лекции были рассмотрены способы деления отрезка в заданном отношении, а в десятой лекции – измерение размеров по трем координатным осям (перспективные масштабы). Этих сведений достаточно, чтобы решить простейшие метрические задачи, предложенные в рабочей тетради, на стр. 40.

Рассмотрим ***две основные метрические задачи в перспективе (определение длины отрезка и построение прямых под заданным углом друг к другу).*** Во всех задачах предполагается, что на чертеже указаны: ***линия горизонта, основание картины, главная точка и дистанционное расстояние***.

### 15.1. Определение длины горизонтального отрезка

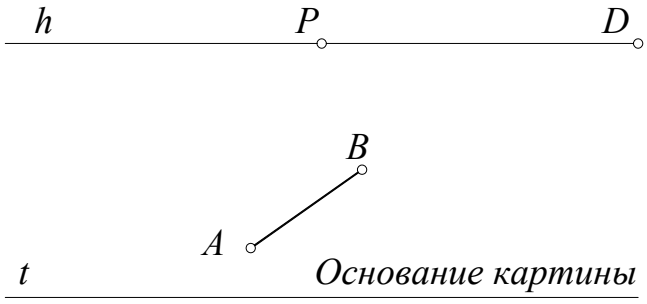



Рис. 15.1

Дана перспектива отрезка $AB$, лежащего в предметной плоскости (рис.15.1).

Требуется определить его истинную длину в масштабе картины.

Понятие “масштаб картины” рассматривалось в десятой лекции.

Не повторяя данные там определения, будем считать, что перспективную проекцию отрезка можно измерять линейкой только в том случае, если отрезок находится в плоскости картины. Тогда он проецируется на картинную плоскость “сам в себя”. Измеренную длину будем считать истинной длиной отрезка “в масштабе картины”.

Отрезок, параллельный картине, можно “вынести” на картину, замерить вынесенный отрезок и тем самым определить его натуральную величину (*способ выноса* – смотри восьмую лекцию).

Но на рис. 15.1 показан отрезок *AB*, не параллельный картинной плоскости. Вынос отрезка *AB* на картину поможет нам при необходимости поделить его в заданном отношении, но не позволит найти его длину.

Найти длину отрезка можно разными способами – по плану, с помощью так называемой “точки измерения” или способом прямоугольного треугольника.

### *15.1.1. Определение длины отрезка по плану*

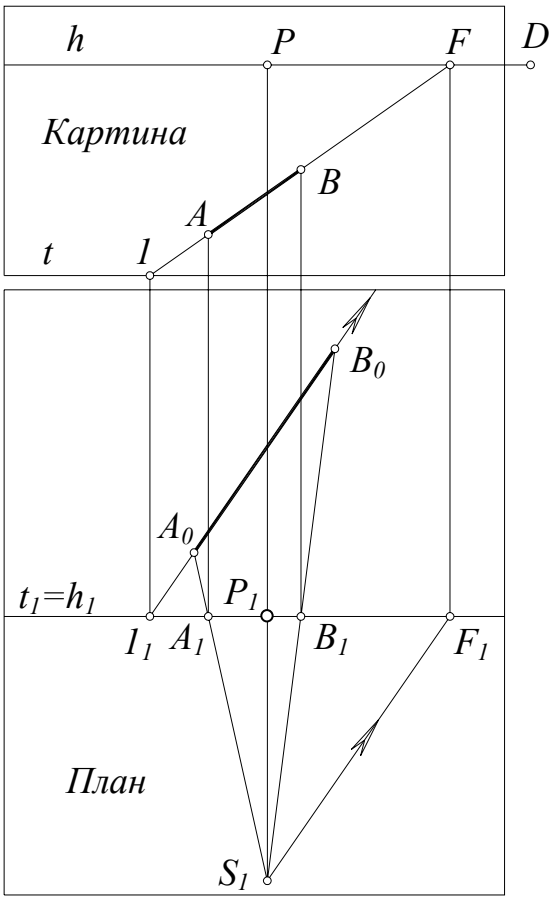



Рис. 15.2

Отрезок *AB* на картине продлеваем до пересечения с основанием картины в точке *1* (напомним, что по условию задачи отрезок лежит в предметной плоскости). Отмечаем на горизонте точку схода *F*.

Вся картинная плоскость вместе с начерченной на ней линией горизонта *h* и основанием картины *t* вырождается на плане в прямую линию $t_1=h_1$ (рис. 15.2).

При взгляде сверху все точки картины *P,A,B,F,1*проецируются на прямую $t_1=h_1$. С помощью вертикальных линий связи находим на плане проекции $P_1,A_1,B_1,F_1,1_1$ этих точек.

Зная дистанцию *PD*, отмечаем на плане точку зрения $S_1$. Чтобы отрезок *AB* “сходился” в точку *F*, он должен быть параллелен лучу *SF*.

Поэтому из точки $1_1$ на плане чертим луч, параллельный лучу $S_1F_1$ (на рис. 15.2 параллельные лучи отмечены стрелками).

Концы $A_0B_0$ искомого отрезка находим на плане, проведя проецирующие прямые из точки зрения $S_1$ в точки $A_1,B_1$. Отрезок $A_0B_0$ измеряем линейкой. Это и есть истинная длина отрезка *AB* в масштабе картины.

Построение плана позволяет не только найти длину какого-либо отрезка, но и восстановить истинную форму и размеры любой плоской фигуры, лежащей в предметной плоскости.

### *15.1.2. Определение длины отрезка по точке измерения*

Начертим в предметной плоскости прямую $m$ и отметим на ней отрезок $AB_1$ (рис. 15.3). Проецируя его из центра $S$ на картинную плоскость, получаем перспективное изображение $AB$. Требуется найти длину отрезка $AB$,

Отложим на основании картины отрезок $AB_0$, равный отрезку $AB_1$. Получаем направление $B_1B_0$ луча, который "переносит" любой отрезок с прямой $m$ на основание картины. При этом переносе длина отрезка не изменяется.

***Лучи, параллельные направлению $B_1B_0$, выносят любой отрезок с прямой m на основание картины, сохраняя его длину.***

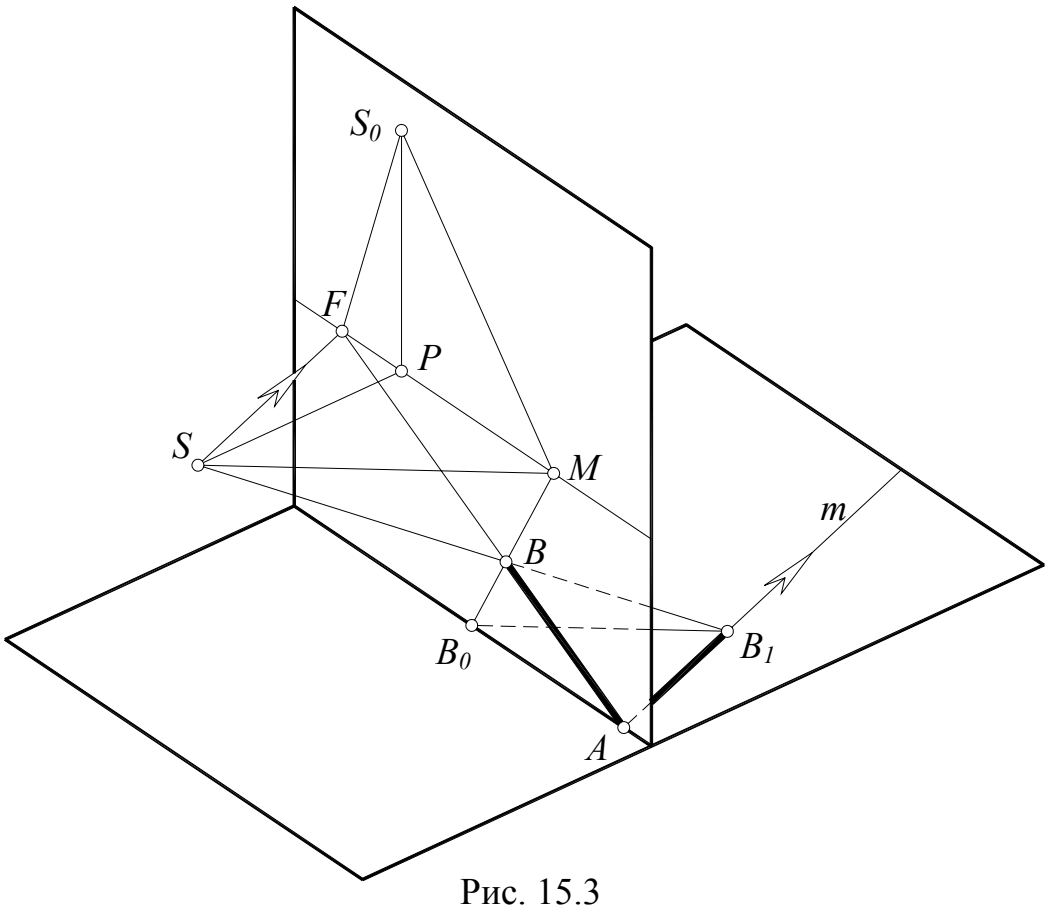



Рис. 15.3

Как найти направление переноса не в пространстве, а на картинной плоскости?

Из центра проецирования $S$ проведем прямую, параллельную искомому направлению переноса $B_1B_0$. Она встретится с линией горизонта в некоторой точке $M$. Эта точка – изображение на картине бесконечно

удаленной точки луча $B_1B_0$. Иначе говоря, точка $M$ – это точка схода искомого направления переноса $B_1B_0$.

Точку $M$ нетрудно построить, оставаясь на картинной плоскости. Для этого снова обратимся к рис. 15.3. Треугольники $AB_1B_0$ и $SFM$ подобны (их стороны попарно параллельны). Следовательно, в треугольнике $SFM$ стороны $SF$ и $FM$ равны (так как равны стороны $AB_0$ и $AB_1$ в треугольнике $AB_1B_0$).

Повернем треугольник $SFM$ вокруг "линии горизонта" до совмещения с картиной. Получаем на картине треугольник $S_0FM$, у которого стороны $S_0F$ и $FM$ равны.

Чтобы построить этот треугольник, надо из главной точки картины отложить вверх дистанционное расстояние. Получим "совмещенную с картиной" точку зрения $S_0$ (рис. 15.4). Продлив заданный на картине отрезок $AB$, отметим на линии горизонта его точку схода $F$. Точку $M$ находим из условия $S_0F = FM$.

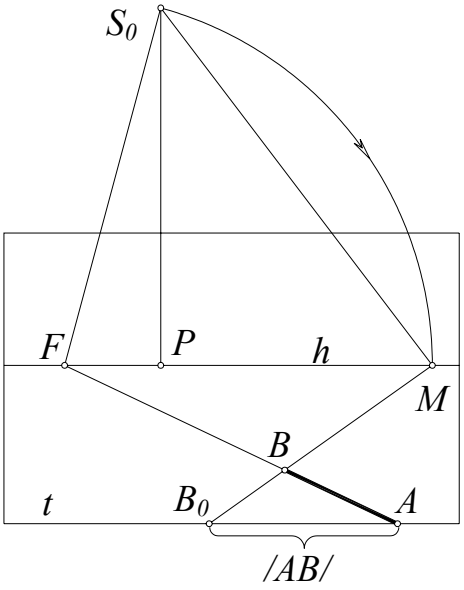



Рис. 15.4

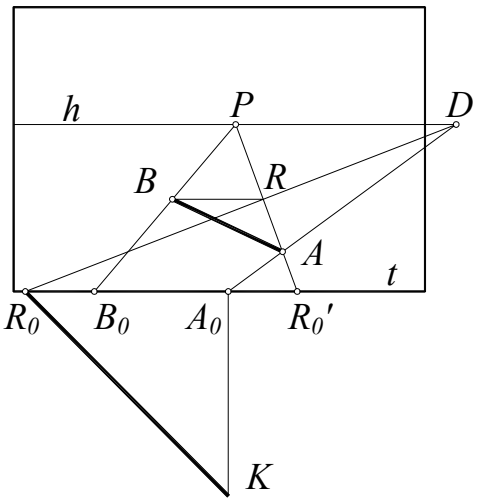



Рис. 15.5

Построенная точка $M$ называется "точкой измерения" для прямой, сходящейся в точку $F$. "Вынося" любой отрезок на этой прямой из точки $M$ на основание картины, получаем его истинную длину в единицах картины (засечка циркулем).

Для другого направления будет другая точка схода $F$, и соответственно – другая точка измерения.

### *15.1.3. Определение длины отрезка способом прямоугольного треугольника*

Горизонтальный отрезок *AB*, изображенный на картине (рис. 15.5), можно считать гипотенузой прямоугольного треугольника *ABR*, один катет которого параллелен плоскости картины, а другой перпендикулярен картине (сходится в главную точку).

Истинные размеры катетов находим способом выноса.

Катет *AR* – отрезок глубинной прямой. Вынося его на основание картины из дистанционной точки *D*, получаем размер $A_0R_0$ катета *AR*.

Другой катет *BR* располагается параллельно основанию картины. Его можно "вынести" на основание из любой точки, лежащей на линии горизонта, например, из главной точки картины (см. рис.15.5). Получаем истинный размер $B_0R_0'$ катета *BR*.

На любом свободном месте картины строим вспомогательный прямоугольный треугольник $R_0A_0K$, один катет которого равен $A_0R_0$ , а другой $A_0K=B_0R_0'$. Гипотенуза $R_0K$ равна истинной длине отрезка *AB* (в масштабе картины).

## 15.2. Построение прямых под заданным углом друг к другу

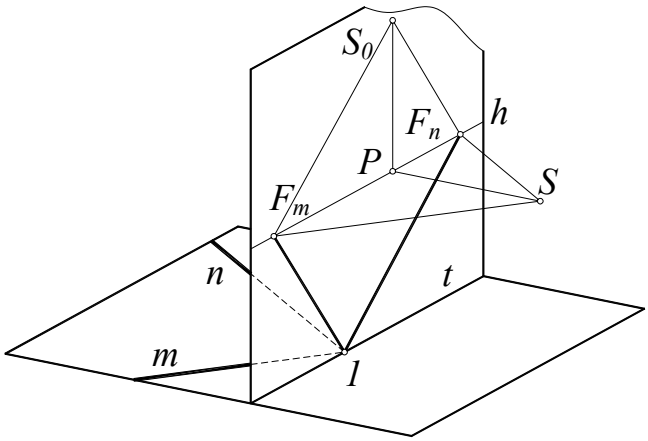



Рис. 15.6

В практических построениях часто приходится строить взаимно перпендикулярные прямые, поэтому отдельно рассмотрим *построение перпендикуляра* к заданной прямой в перспективе. Потом обсудим общий случай – *построение в перспективе произвольного угла.*

### *15.2.1. Построение перпендикуляра к заданной прямой*

Дана прямая *m*, лежащая в предметной плоскости. Ее перспективное изображение начинается в точке *1* и идет в точку схода $F_m$ (рис. 15.6).

В предметной плоскости начертим перпендикуляр *n* к прямой *m.* Проводя из точки зрения *S* проецирующий луч, параллельный прямой *n*, получим точку схода $F_n$ .

Луч зрения $SF_m$ , идущий в точку схода $F_m$ , параллелен прямой *m*. Прямые *m* и *n* взаимно перпендикулярны, следовательно, лучи зрения

$SF_m$ и $SF_n$ также взаимно перпендикулярны, то есть треугольник $SF_mF_n$ – прямоугольный с прямым углом при вершине $S$.

Совмещаем треугольник $SF_mF_n$ с картиной, вращая его вокруг $h$. Получаем на картине совмещенный прямоугольный треугольник $S_0F_mF_n$ с прямым углом при совмещенной точке зрения $S_0$ (рис. 15.7).

Таким образом, чтобы найти точку схода $F_n$ всех прямых $n$, перпендикулярных к заданной прямой $m$, надо отметить на картине совмещенную точку зрения $S_0$ (засечка циркулем на рис. 15.7) и провести катет $S_0F_m$ . Второй катет $S_0F_n$ указывает искомую точку схода $F_n$ .

Любые прямые, сходящиеся в точки $F_n$ и $F_m$ , взаимно перпендикулярны.

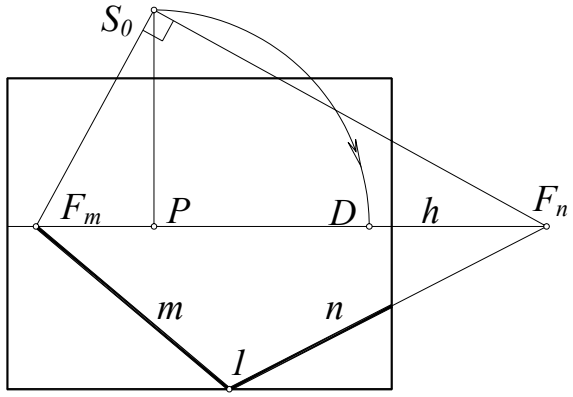



Рис. 15.7

### *15.2.2. Построение произвольного угла*

Если прямые $m$ и $n$ на рис. 15.6 пересекаются под произвольным углом $\varphi$, то проецирующие лучи $SF_m$ и $SF_n$ образуют между собой точно такой же угол. Поэтому угол при вершине $S_0$ совмещенного треугольника $S_0F_mF_n$ равен углу $\varphi$ между прямыми $m$ и $n$ (рис. 15.8).

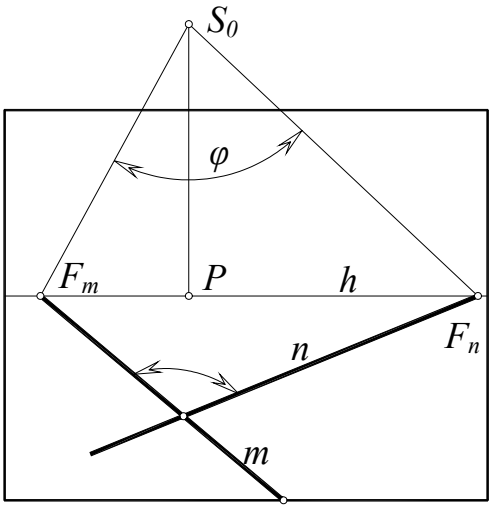



Рис. 15.8

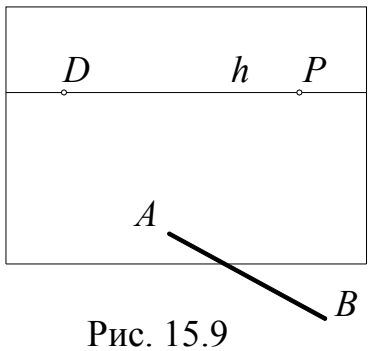



Рис. 15.9

Следовательно, чтобы в перспективе начертить прямую $n$ под углом $\varphi$ к заданной прямой $m$, надо построить совмещенный треугольник с углом $\varphi$ при вершине $S_0$ (см. рис. 15.8). Высота $PS_0$ совмещенного треугольника равна дистанционному расстоянию.

Любая прямая в предметной плоскости, идущая в найденную точку схода $F_n$ , пересекает прямую $m$ под заданным углом $\varphi$.

### *15.2.3. Пример*

Построить квадрат в перспективе, считая данный отрезок $AB$, лежащий в предметной плоскости, его стороной. Линия горизонта, главная точка картины и дистанция известны (рис. 15.9).

*Решение*

Способом совмещения найдем точку схода $F_n$ для всех прямых, перпендикулярных к заданному отрезку. Для этого находим точку схода $F$ отрезка $AB$ и строим совмещенную точку зрения $S_0$ , откладывая вверх от главной точки дистанционное расстояние. Вершина $F_n$ вспомогательного прямоугольного треугольника $S_0FF_n$ и является искомой точкой схода (рис. 15.10).

Отправляя лучи из концов отрезка $AB$ в найденную точку схода $F_n$ , получаем направления боковых сторон квадрата.

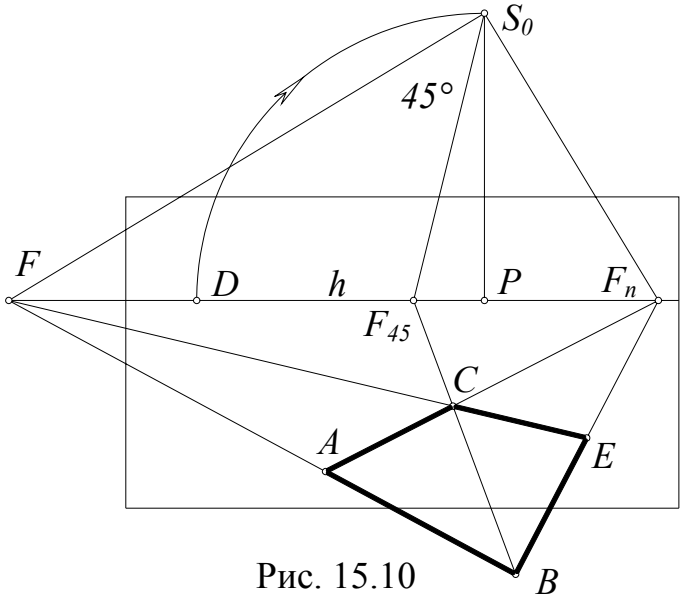



Рис. 15.10

Диагональ $BC$ квадрата составляет угол $45°$ со стороной $AB$, поэтому во вспомогательном треугольнике $S_0FF_n$ откладываем угол $45°$ и находим точку схода $F_{45}$ диагонали квадрата. Зная направление диагонали, достраиваем квадрат.

## 15.3. Реконструкция перспективы

Реконструкция перспективы – построение ортогонального чертежа (плана и фасада) объекта, изображенного в перспективе.

Если известны все элементы перспективы (главная точка, дистанция, линия горизонта, основание картины), то восстановление ортогональных проекций не вызывает затруднений. Построение плана рассмотрено в параграфе “*Определение длины отрезка по плану*”, а высотные отметки находят “выносом на картину” вертикальных ребер объекта.

Но ***если на картине не заданы некоторые параметры (например, неизвестна главная точка картины или дистанционное расстояние),*** то для реконструкции перспективы потребуются ***дополнительные сведения*** о форме изображаемого объекта. На картине должно быть изображение геометрической фигуры, имеющей четко выраженную геометрическую форму: квадрат, прямоугольник (с известным отношением сторон), два прямых угла, отрезки параллельных прямых. В этом случае мы сумеем определить недостающие компоненты начерченной перспективы.

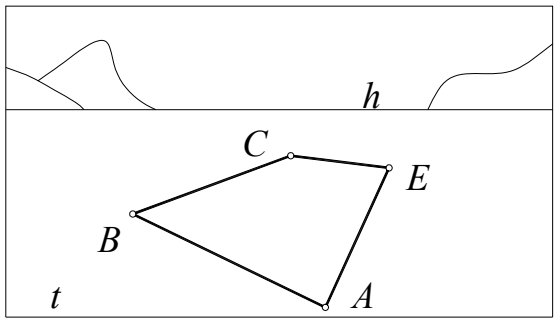


Рис. 15.11

Пусть на картине есть изображение квадрата *ABCE*, лежащего в предметной плоскости (рис. 15.11). Задана линия горизонта и основание картины. Требуется определить (реконструировать) положение главной точки и дистанционное расстояние.

Продлив стороны квадрата, получаем точки схода $F$ и $F'$ взаимно перпендикулярных сторон квадрата (рис. 15.12). Совмещенная точка зрения $S_0$ и точки $F$, $F'$ должны образовать прямоугольный треугольник (см. рис. 15.10). Множество точек $S_0$ , удовлетворяющих этому условию, образует полуокружность. Начертим ее на картине.

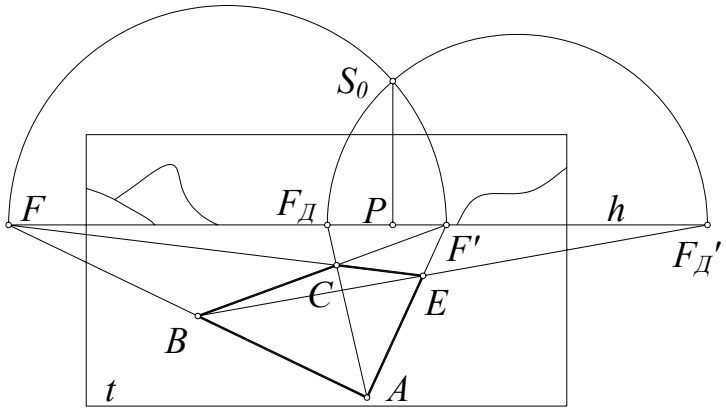


Рис. 15.12

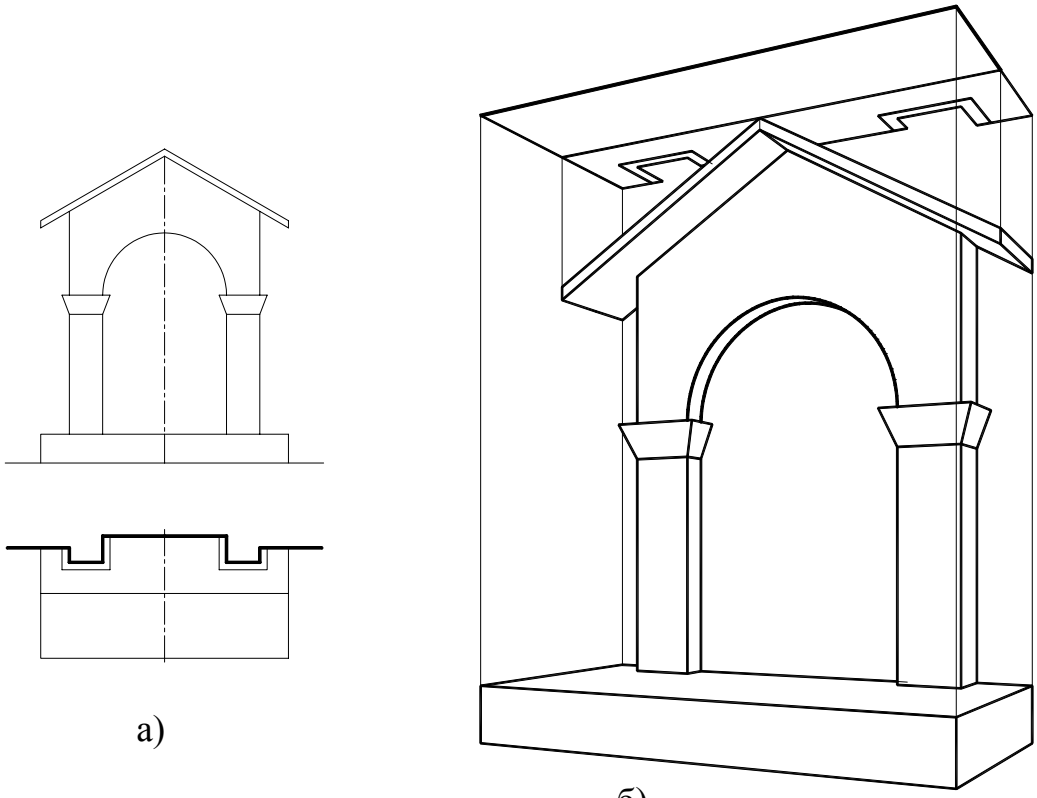
Продлив взаимно перпендикулярные диагонали квадрата, получаем еще две точки схода $F_Д$ и $F_Д'$. На отрезке $F_ДF_Д'$, как на диаметре, чертим полуокружность (см. рис. 15.12).

Полуокружности пересекаются в совмещенной точке зрения $S_0$. Опуская перпендикуляр из этой точки на линию горизонта, получаем главную точку картины. Расстояние $PS_0$ равно искомому дистанционному расстоянию.

# Лекция 16

## ПЕРСПЕКТИВА ПОРТАЛА

На рис. 16.1, *а* показаны ортогональные проекции упрощенного портала (план и фасад). Требуется построить портал в перспективе (рис. 16, *б*).



а)

б)

Рис. 16.1

Несмотря на сравнительно простую форму архитектурного объекта, нам придется выполнить большой объем графической работы.

Построение перспективы начинается с ***разметки ортогонального чертежа***.

### 16.1. Разметка ортогонального чертежа

Намечаем на плане положение картинной плоскости, стараясь проводить ее через характерные точки плана. На рис. 16.2 плоскость картины проведена через угловые точки *A* и *C* прямоугольного основания портала.

Выбираем точку зрения с учетом рекомендаций по выбору угла зрения, данных в девятой лекции.

Проекционный аппарат полностью определен положением картины, выбранной точкой зрения и линией горизонта.

На фасаде делаем высотные отметки. Отметка *0* – уровень предметной плоскости, отметка *H* – высота портала. Между ними отмечаем характерные уровни *1…7* портала (рис. 16.2, *фасад*).

Напомним одно из основных правил построения перспективы: ***не надо без особой необходимости "снимать" точки с ортогонального чертежа.*** Исходный ортогональный чертеж дается в малом масштабе, а перспектива чертится крупно, в увеличенном масштабе, на большом планшете. Если все точки плана механически, не задумываясь, переносить вспомогательными прямыми на картину, то перспектива будет построена неточно.

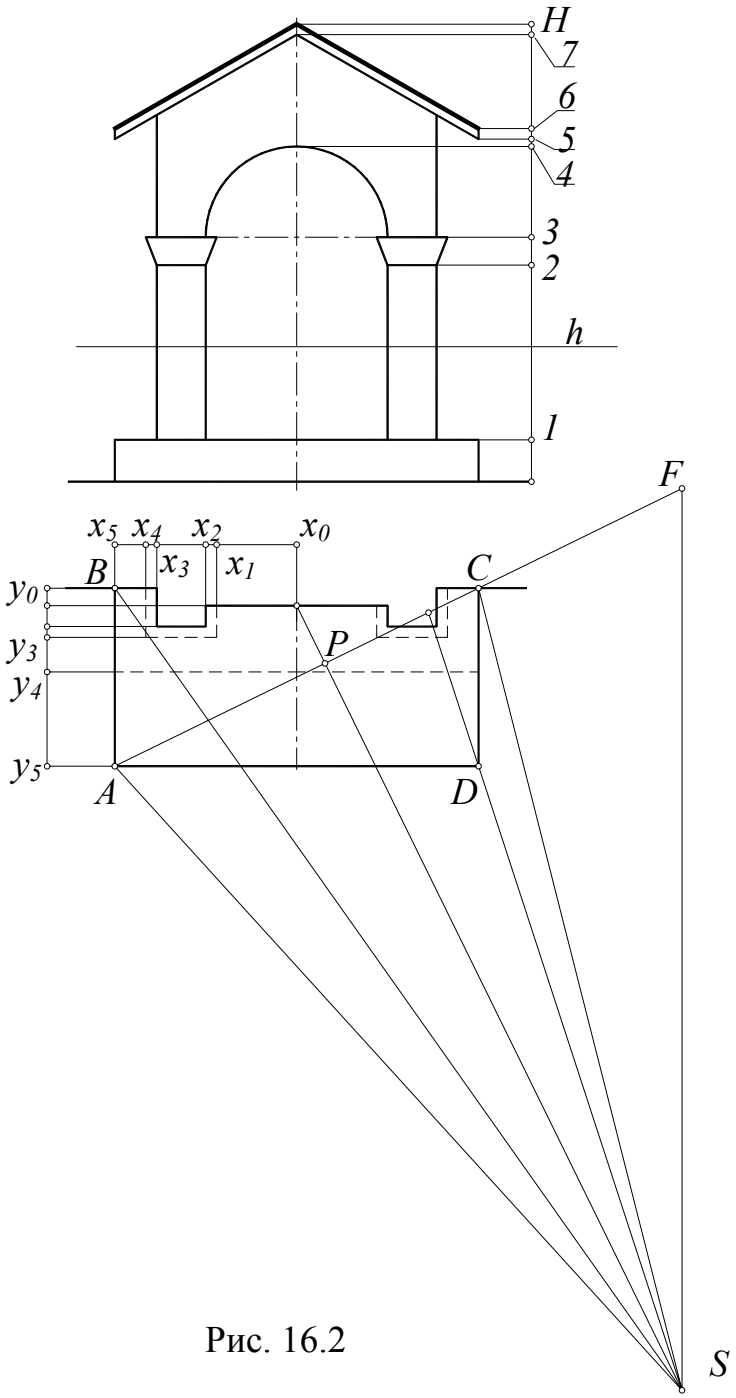



Рис. 16.2

Поэтому в нашем примере ***снимаем с плана всего пять точек***: три угловые точки *A,D,C* основания, главную точку *P* и точку схода *F* боковых сторон портала.

Впоследствии эти пять точек будут перенесены на картину. Точки *P,F* попадут на линию горизонта, точки *A* и *C* – строго на основание картины. Точку *B* найдем на картине способом диагоналей.

Но как быть с остальными фрагментами портала? Как начертить в перспективе план всех его частей (полуциркульную нишу с пилястрами, карнизы, крышу)?

Для этого применяют способы деления отрезков в перспективе на равные или пропорциональные части (восьмая лекция).

Пропорциональные части определяем по плану. На рис. 16.2 показаны отметки $x_0...x_5$ по оси широт и отметки $y_0...y_5$ по оси глубин. Например, отметка $x_0$ – положение оси симметрии портала, $x_1, x_4$ – ширина карнизов, $y_0$ – стена, $y_1$ – глубина ниши, $y_2$ – вынос пилястры от стены, $y_3$ – вынос карнизов, $y_4$ – вынос крыши от стены. Пропорционально отметкам $x_0...x_5$ и $y_0...y_5$ будем делить в перспективе фасадную и боковые стороны плана.

## 16.2. Поднятый план

После разметки исходного ортогонального чертежа приступаем к следующему действию – ***построению плана в перспективе***.

На планшете или на листе ватмана чертим линию горизонта $h$ и основание картины $t$ (рис. 16.3). Расстояние между этими линиями определяется выбранным масштабом картины. Например, масштаб *4:1* означает, что на картине расстояние от линии горизонта до основания в четыре раза больше, чем высота линии горизонта на ортогональном чертеже.

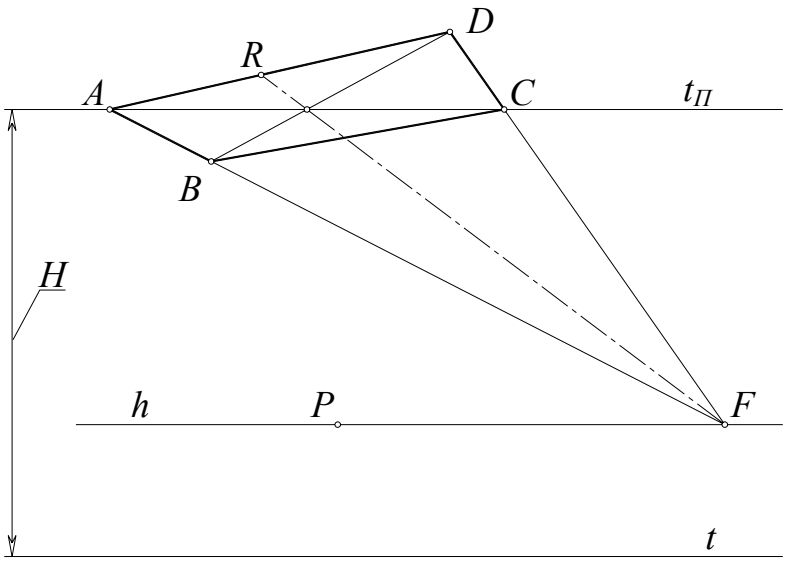



Рис. 16.3

Переносим главную точку $P$ и точку схода $F$ на линию горизонта, не забывая увеличить расстояние $PF$ (снятое с ортогонального плана) на величину масштаба.

Место точек $A,B,C,D$ – на предметной плоскости. Но если строят перспективу с невысокой линией горизонта, то для лучшего раскрытия плана предметную плоскость условно опускают (получим опущенный план), либо поднимают (поднятый план).

Построим ***поднятый план*** портала. Условно поднимаем предметную плоскость на высоту $H$ портала. Получаем поднятую линию $t_П$ основания. Расстояние между линиями $t$ и $t_П$ равно $H$.

На поднятой предметной плоскости чертим ось симметрии портала и перспективу основания *ABCD* (см. рис. 16.3).

Напомним, что точки *A* и *C* попадают, в соответствии с выбранным положением картины, строго на линию основания. Точка *D* снята с ортогонального чертежа. Точка *B* найдена на картине с помощью диагоналей без использования ортогонального чертежа. Точка *R* – середина фасадной стороны *AD*.

Показанный на рис. 16.3 чертеж закладывает основу будущего перспективного изображения, поэтому ***его надо начертить максимально точно.***

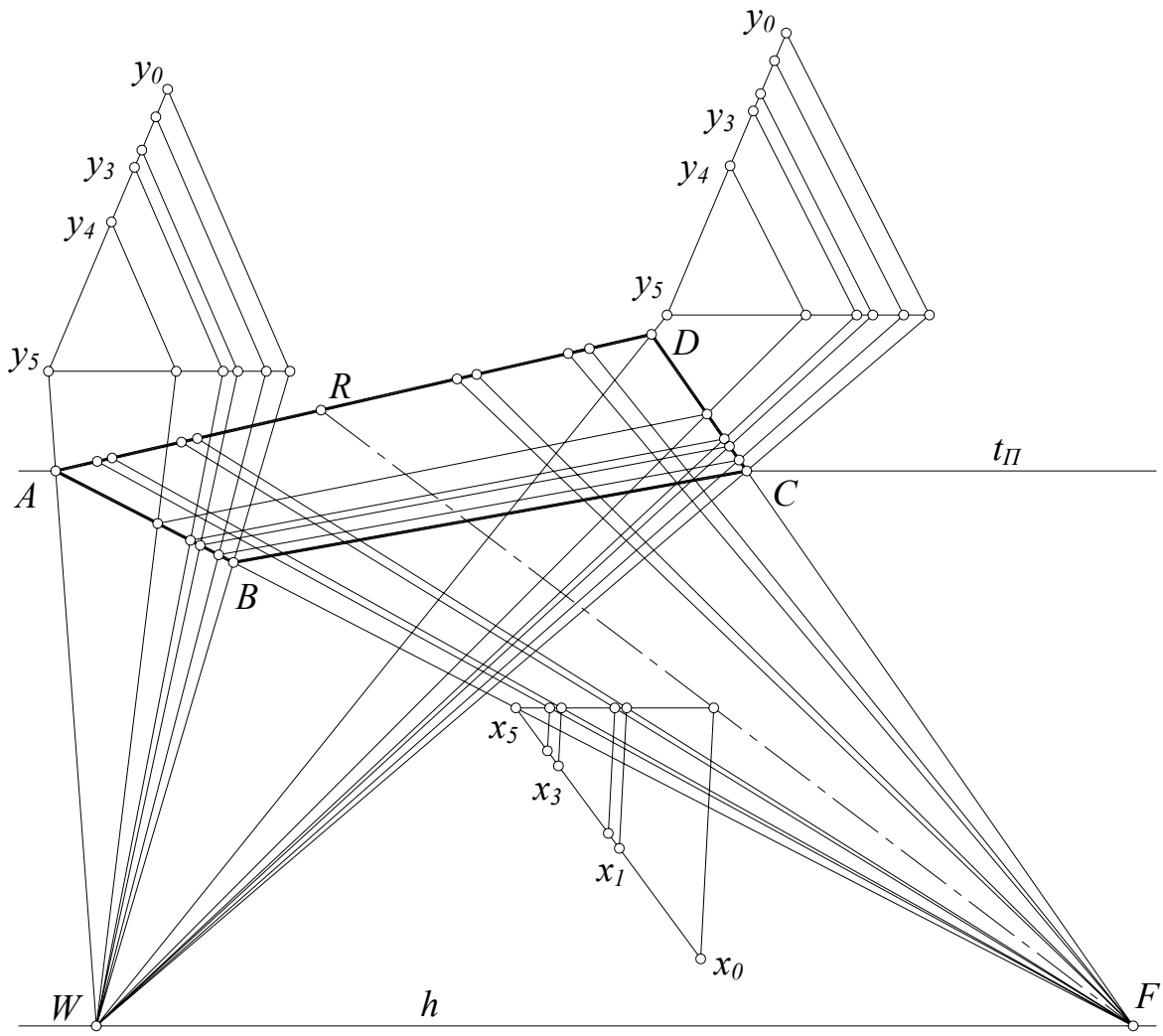



Рис. 16.4

Следующее действие – деление в перспективе боковых сторон *AB, CD* и фасада *AD* на части, пропорциональные отметкам $y_0 ... y_5$ по оси глубин и $x_0 ... x_5$ по оси широт. Деление выполняем способом выноса (рис. 16.4).

Из произвольной точки *W* на линии горизонта “выносим” боковые стороны *AB* и *CD* на какие-либо прямые, параллельные основанию картины.

Вынесенные отрезки делим в соответствии с отметками $y_0 ... y_5$ по оси глубин, снятыми с ортогонального чертежа. Затем “возвращаем” найденные отметки на перспективу боковых сторон портала.

Таким же образом делим в перспективе фасадную сторону *AD* на части, пропорциональные отметкам $x_0 ... x_5$: половину *AR* фасада выносим из точки схода *F* на прямую, параллельную основанию картины, делим вынесенный отрезок и возвращаем точки деления на перспективу отрезка *AR*. Фасад симметричен, поэтому делящие точки симметрично переносим на другую половину *RD* фасада.

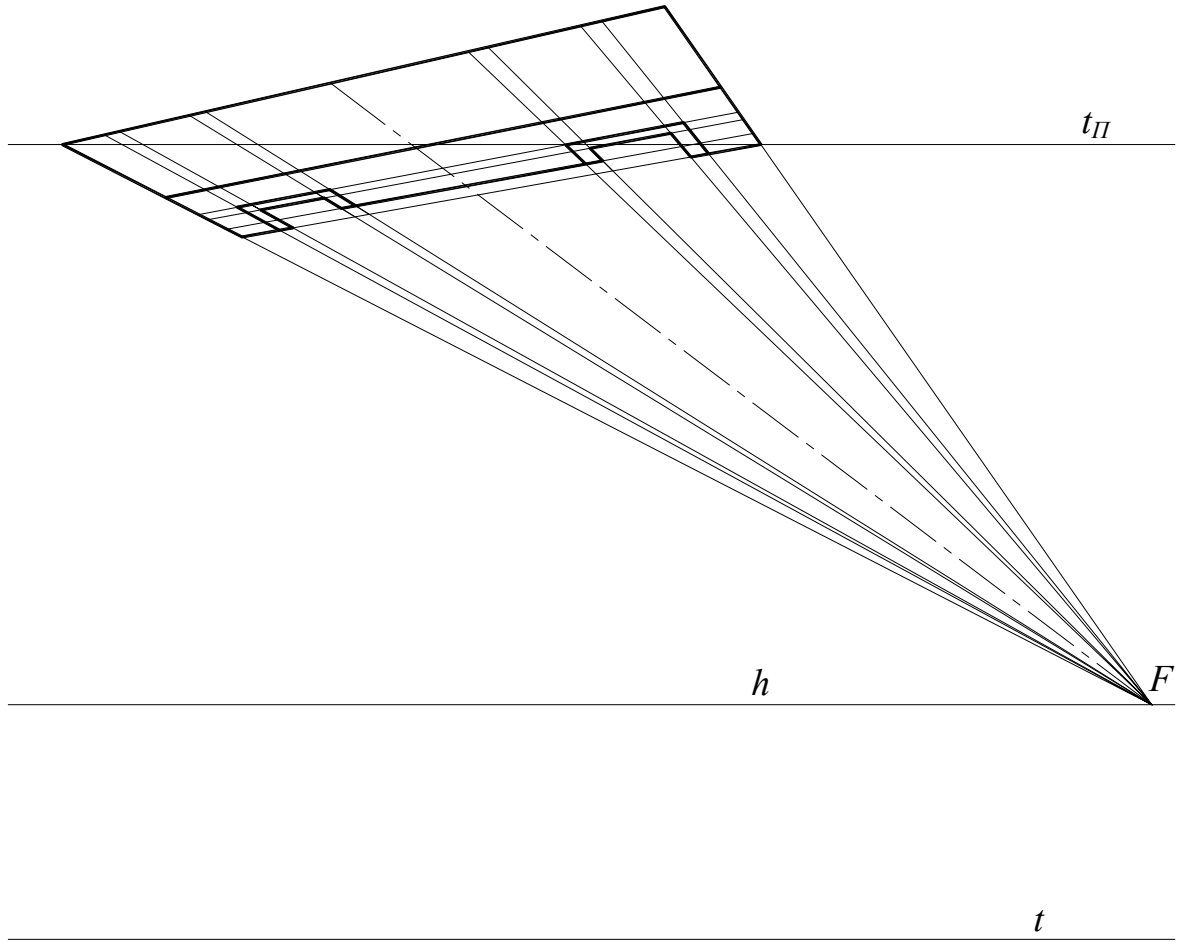



Рис. 16.5

В результате получаем на поднятой предметной плоскости “перспективную сетку”, которая в дальнейших построениях позволит нам обойтись без второй точки схода. Выделяем на сетке утолщенной линией план портала (рис. 16.5).

После построения плана приступаем к формированию в перспективе основных объемов архитектурного сооружения. Сначала начертим портал без полуциркульной ниши и без карнизов.

### 16.3. Перспектива основных объемов

Для вертикального членения объемов используем вспомогательную боковую стену *TVG*. Вспомогательная стена пересекается с плоскостью картины по линии *0…H* (рис. 16.6). На эту линию можно переносить высотные отметки *1…7*, снятые с ортогонального чертежа.

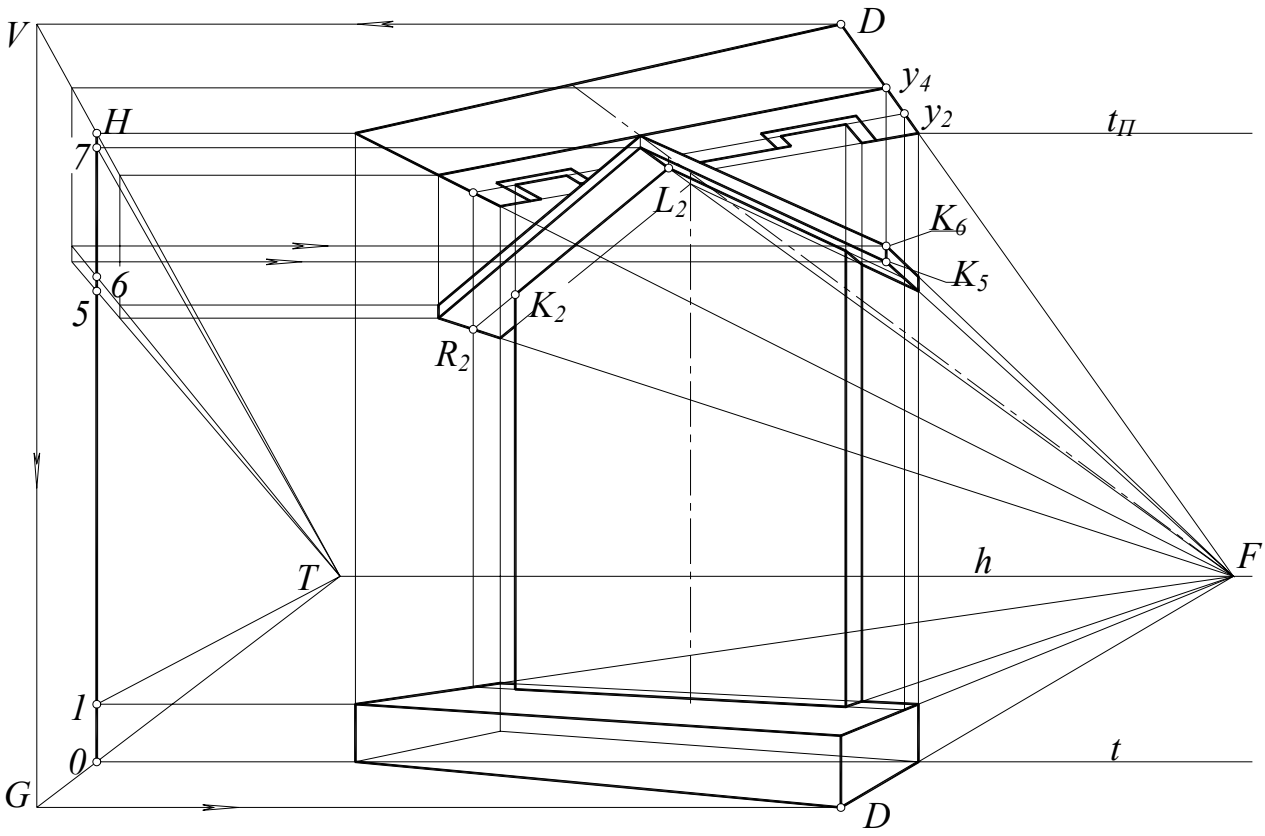



Рис. 16.6

На чертеже рис. 16.6 показаны только те высотные отметки, которые потребуются при построении трех основных фрагментов портала: основания, крыши и передней стены портала.

С помощью боковой стены, поднятого плана и одной точки схода *F* мы сумеем начертить перспективу всех объемов портала, а также линии пересечения этих объемов. Вторая точка схода не потребуется.

Рассмотрим построение некоторых характерных точек. Например, чтобы найти угловую точку *D* основания портала, проводим горизонтальную линию связи от точки $D_П$ до уровня *H* боковой стены, затем опускаемся вниз по стене до уровня *0* и с помощью горизонтальной линии связи возвращаемся на картину. Остальные точки строятся по такому же алгоритму (см., например, построение точек $K_5$ и $K_6$).

Некоторые затруднения может вызвать построение линии $K_2L_2$ пересечения ската крыши с передней стеной портала. Мысленно рассекаем кры-

шу вертикальной плоскостью с отметкой $y_2$ (плоскость передней стены портала). Получаем линию $R_2L_2$, на которой отмечаем точку $K_2$.

***Линии пересечения поверхностей находим в перспективе, не обращаясь за помощью к ортогональному чертежу.***

### 16.4. Перспектива деталей

На рис. 16.7 построена ниша с полукруглым сводом. Глубина и ширина ниши показана на поднятом плане. Вертикальные линии связи совместно с боковой стеной позволяют сделать предварительную разметку (вместо полуокружностей чертим полуквадраты с полудиагоналями, в которые затем вписываем полуокружности).

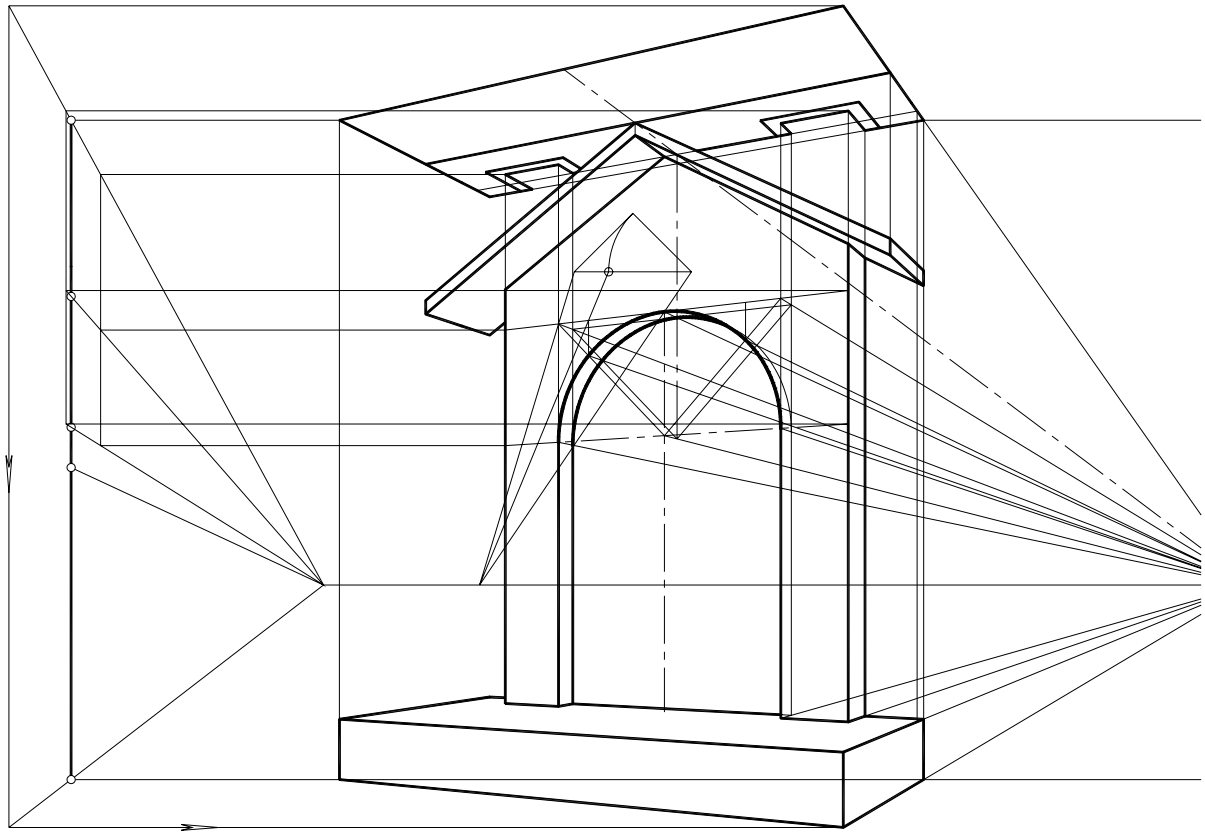


Рис. 16.7

Полуокружности строим по пяти точкам: три на сторонах квадрата, две – на полудиагоналях. Точки на полудиагоналях находим с помощью известного приема (см. на рис. 16.7 вспомогательный прямоугольный треугольник). Дополнительных пояснений к чертежу рис. 16.7 не требуется.

Последнее действие – построение карнизов. Угловые точки карнизов переносим с поднятого плана на боковую стену, опускаемся на нужный уровень и возвращаемся на картину. Получаем законченное перспективное изображение портала (рис. 16.8).

На готовом чертеже должны быть сохранены “в тонких линиях” вспомогательные построения – поднятый план и боковая стена с нанесенными на ней высотными отметками.

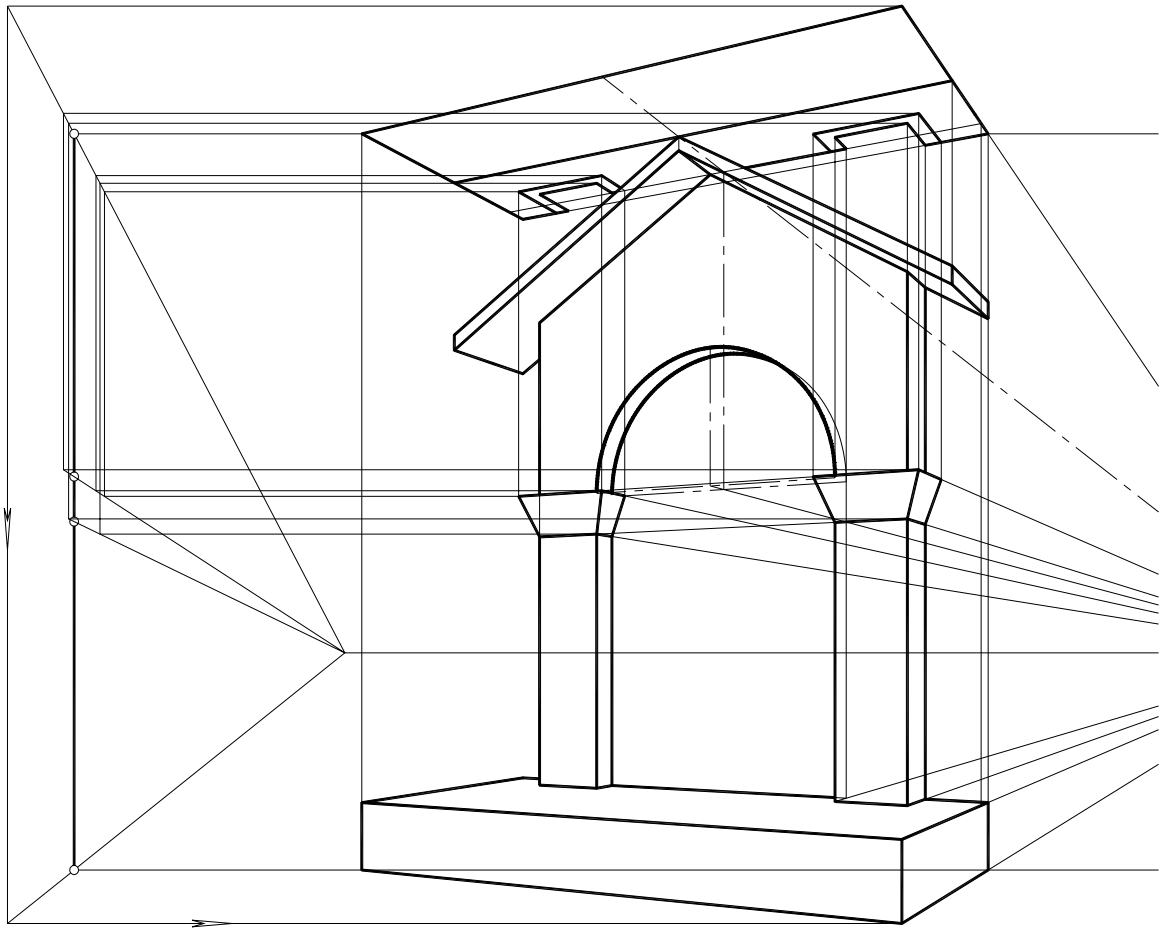


Рис. 16.8

Построение теней выполняем при естественном солнечном освещении. Рекомендуется выбрать положение солнца позади наблюдателя. В этом случае световые лучи – нисходящие. Точка схода световых лучей при этом располагается ниже линии горизонта. Вторичная проекция точки схода – на линии горизонта (см. лекцию 7, рис. 7.9, *а*).

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Короев, Ю.И. Начертательная геометрия / Ю.И. Короев. – М.: Стройиздат, 1995.– 422 с.

2. Короев, Ю.И. Сборник задач и заданий по начертательной геометрии / Ю.И. Короев. – М.: Стройиздат, 1989. – 176 с.

3. Макарова, М.Н. Перспектива / М.Н. Макарова. – М.: Архитектура, 2006. – 477 с.

4. Соболев, Н.А. Общая теория изображений / Н.А. Соболев. – М.: Архитектура, 2004. – 671 с.

5. Лециус, Е.П. Построение теней и перспективы ряда архитектурных форм / Е.П. Лециус. – М.: Архитектура, 2005. – 143 с.

6. Хейфец, А.Л. Тени, аксонометрия, перспектива: рабочая тетрадь по начертательной геометрии/ А.Л. Хейфец, В.А. Короткий; под ред. А.Л. Хейфеца. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2009. – 46 с.

Электронное издание

Виктор Анатольевич Короткий

ТЕНИ, АКСОНОМЕТРИЯ, ПЕРСПЕКТИВА

Электронный конспект лекций

Техн. редактор А.В. Миних

Издательский центр Южно-Уральского государственного Университета

---

Подписано в печать 22.01. 2010. Формат 60×84 1/8.
Усл. печ. л. 14,88. Заказ 30.

---